Etablissement de fonctions de transfert à partir de relevés expérimentaux

Les deux relevés suivants, repérés A et B, correspondent à l'enregistrement de la montée en vitesse d'une machine à courant continue en charge, à partir de l'application d'une consigne de type échelon ou indice.

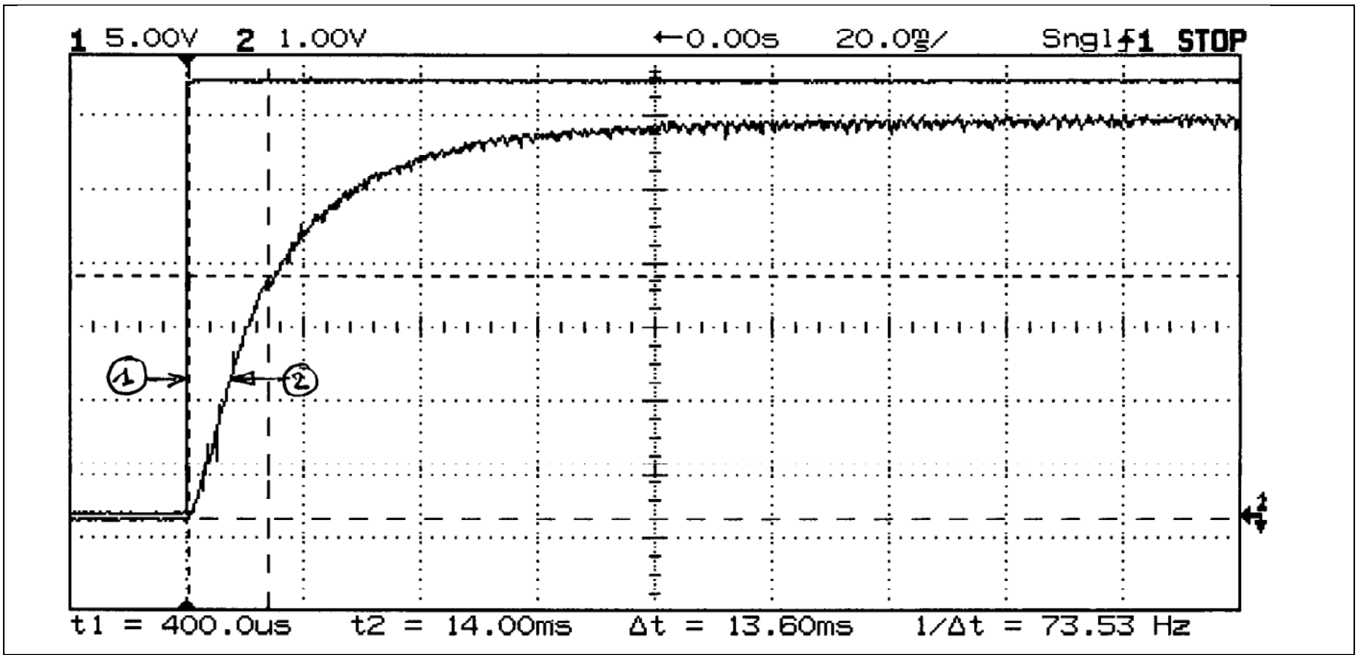
- La courbe 1, que l'on notera V_1, correspond à l'entrée (consigne vitesse).
- La courbe 2, notée V_2, à l'image de la vitesse captée à l'aide d'une dynamo tachymétrique de constante 0,01V/tr/min.

TRAVAIL DEMANDE :

Pour chacun des deux enregistrements :

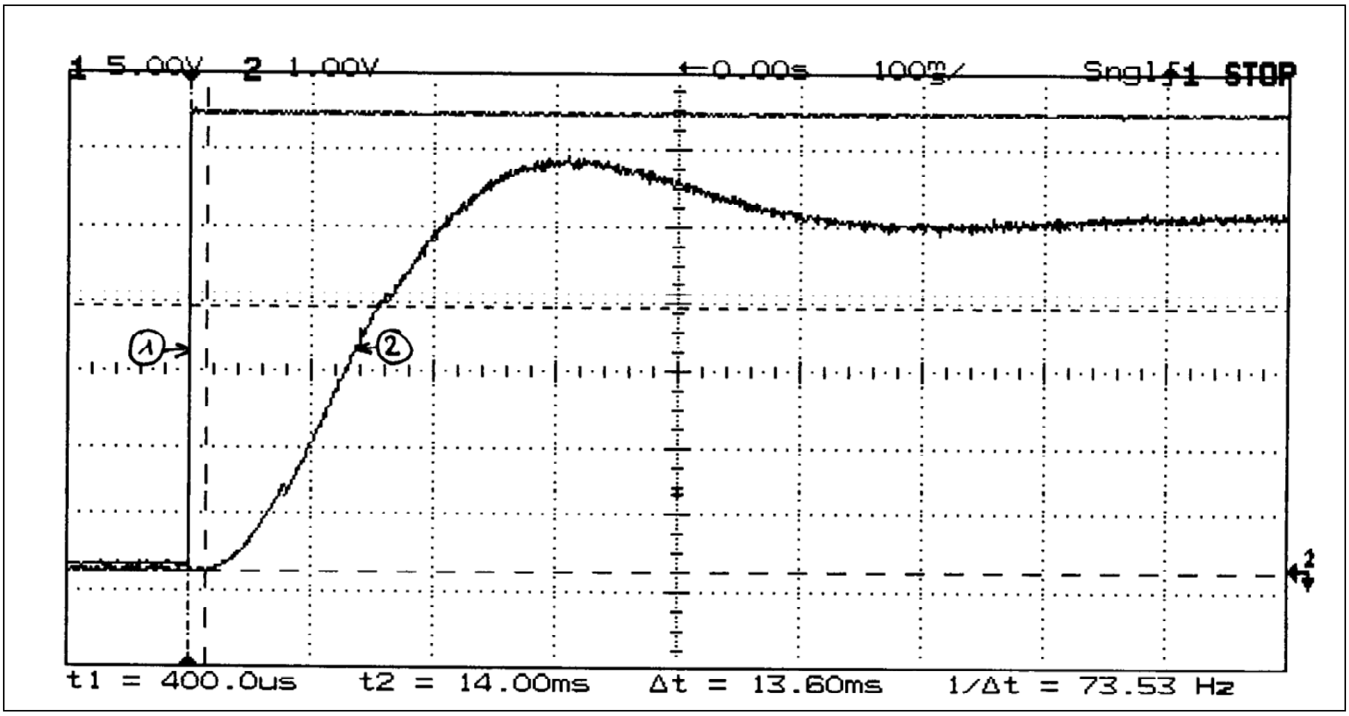
1. Après avoir précisé les échelles d'amplitude et de temps par carreaux, déterminer la valeur finale en volts de V_1 et V_2 et le temps de réponse à 5%. Déduire la vitesse finale de la MCC en rd/s.
2. Déterminer le mode dominant de la fonction de transfert et sa forme d'écriture canonique en introduisant les caractéristiques (Ko, t, ωo, m...) selon le mode retenu.
3. Qualifier alors le type de réponse fréquentielle du système.
4. Déterminer, à l'aide de relevés pertinents et en utilisant éventuellement les abaques fournis en cours, les caractéristiques (Ko...), propre à chacun des cas.
5. Exprimer alors les fonctions de transfert H_A et $H_B = V_2 / V_1$ de chacun des systèmes avec les valeurs numériques connues, en utilisant la notation fréquentielle (jω) puis celle de Laplace (p).
6. Si on note Ω la vitesse du moteur en rd/s représentée par V_2, déterminer également les fonctions de transfert T_A et $T_B = \Omega / V_1$ sous forme fréquentielle.
7. Esquisser leurs tracés de Bode de gain et phase et déduire la bande passante à -3dB pour chaque cas.

Relevé A



Etablissement de fonctions de transfert à partir de relevés expérimentaux

Relevé B



Etablissement de fonctions de transfert à partir de relevés expérimentaux

Equivalence des spécifications fréquentielles et temporelles des systèmes d'ordre 1 et 2

Tout système linéaire donne une réponse fréquentielle ou temporelle correspondant à la somme de réponses élémentaires du premier et second ordre.
L'essentiel de la réponse dépend du **mode dominant**, c'est-à-dire **le plus lent**, qui est du premier ou second ordre, si bien qu'un système, même d'ordre élevé, peut être apparenté aux caractéristiques d'un système d'ordre 1 ou 2. On s'appuie ici sur les systèmes de type passe bas avec la notation de Laplace (p = jw).

Premier ordre :

La caractéristique essentielle, observable expérimentalement, est **la constante de temps τ.**

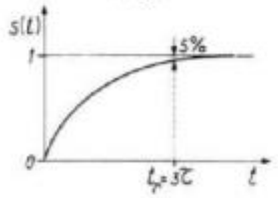
Le temps de réponse à 5% est obtenue ou bout de 3τ , celui à 1% au bout de 5τ.

On utilise la **pulsation de coupure $w_c = 1 / \tau$** pour la représentation fréquentielle.

Systèmes du premier ordre

Fonction de transfert $F(p) = \dfrac{1}{1+\tau p}$

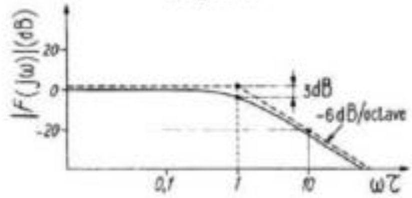
Temps



réponse indicielle
t_r temps de réponse à 5 %
$s(t)$ sortie

$t_r = 3\tau = \dfrac{3}{\omega_0} = \dfrac{\pi}{\omega_c}$

Fréquence



réponse en fréquence (plan de Bode)
ω_c pulsation de cassure : $\omega_c = 1/\tau$

Second ordre :

Pour ce type de système deux caractéristiques primordiales apparaissent dans les équations canoniques :

- **La pulsation naturelle** notée ici w_n **, ou plus** souvent w_o ,
- **Le coefficient d'amortissement m ou z ou ζ (dzêta),**

$$T(p) = \frac{1}{1+\frac{2m}{w_n}p+\frac{1}{w_n^2}p^2} \quad \text{ou} \quad T(p) = \frac{1}{1+\frac{2m}{w_o}p+\frac{1}{w_o^2}p^2}$$

Lors d'un **essai indiciel**, si l'amortissement est faible (m<1), on observe expérimentalement la **pseudo pulsation w_p.**

$$\boxed{w_p = w_n\sqrt{1-m^2} \quad ou \quad w_p = w_o\sqrt{1-m^2}}$$

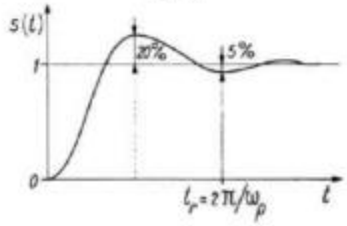
Si on effectue le **tracé de Bode** du gain de cette fonction, il peut apparaître une résonance c'est-à-dire un extremum local pour la **pulsation de résonance w_r.**
La réponse fréquentielle d'un système d'ordre 2 est résonante seulement si le coefficient d'amortissement est inférieur à 0,707 ou $m < 1/\sqrt{2}$.

$$\boxed{w_r = w_n\sqrt{1-2m^2} \quad ou \quad w_r = w_o\sqrt{1-2m^2}}$$

Systèmes du deuxième ordre

Fonction de transfert $F(p) = \dfrac{1}{1+2z\dfrac{p}{\omega_n}+\dfrac{p^2}{\omega_n^2}}$

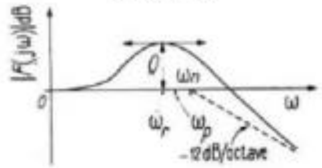
Temps



réponse indicielle ($z = 0{,}43$)
$\omega_p = \omega_n\sqrt{1-z^2}$ pulsation propre
ω_n pulsation naturelle

$t_r = 2\pi/\omega_r$

Fréquence

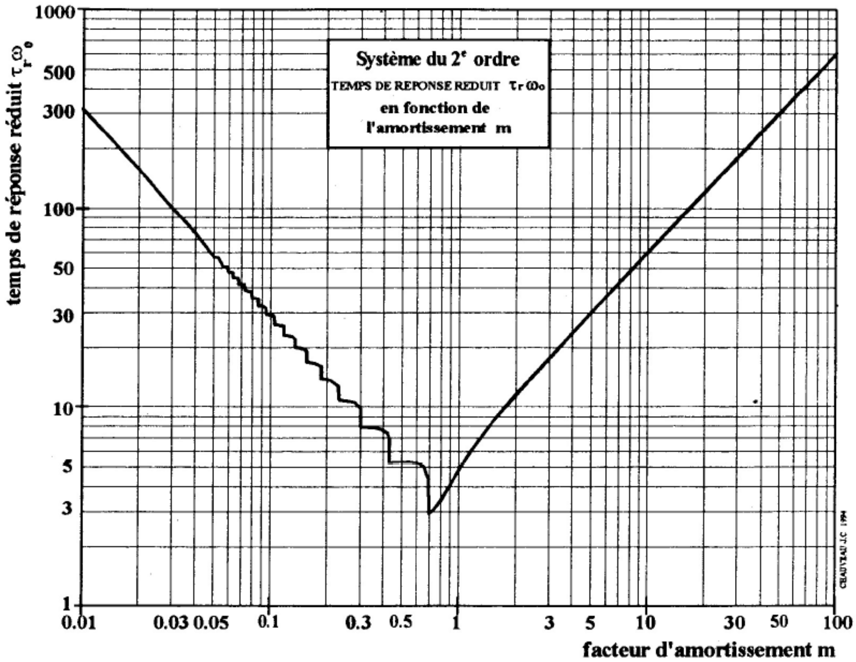


réponse en fréquence (plan de Bode)
pour $z = 0{,}43$, $Q = 2{,}3$ dB
Q coefficient de surtension
ω_r pulsation de résonance : $\omega_r = \omega_n\sqrt{1-2z^2}$

Etablissement de fonctions de transfert à partir de relevés expérimentaux

SYSTEME DU 2e ORDRE $T(p) = \dfrac{1}{\left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2 + \frac{2m}{\omega_0}p + 1}$

ABAQUE DU TEMPS DE REPONSE REDUIT



ABAQUE DES DEPASSEMENTS TRANSITOIRES (Réponse Indicielle)