DOMAINE DE LA DYNAMIQUE

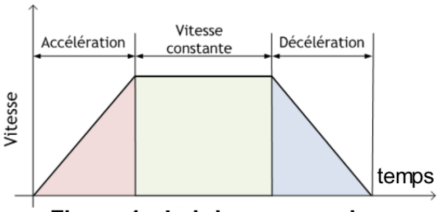


Figure 1 : Loi de commande usuelle d'un actionneur

Lorsque la loi Entrée/Sortie cinématique d'un système mécanique ou d'une chaîne de solides de masse non négligeable fait intervenir l'accélération, il s'agit d'un problème ou d'une étude dynamique.
Un cahier des charges ou un descriptif du système étant défini, les problèmes de dynamique sont de plusieurs types :

- dimensionner un actionneur permettant d'assurer les performances attendues,
- établir ou valider la loi de commande d'un actionneur,
- déterminer les actions de liaisons afin de valider la tenue des guidages et la tenue des pièces aux actions dynamiques.

Le Théorème de l'Energie Cinétique (TEC) appliqué à un solide (ou à un ensemble de solides) permet d'obtenir une relation scalaire entre les paramètres cinématiques du mouvement, les caractéristiques d'inertie du solide (ou de l'ensemble de solides) et les actions mécaniques appliquées sur le(s) solide(s).
Il permet donc de résoudre les 2 premiers types de problème.

Le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) permet de plus la détermination des actions de liaisons.

Le TEC peut être utilisé seul ou avec le PFD, mais dans certains cas, le TEC seul permet de déterminer beaucoup plus rapidement les relations d'entrée-sortie entre les efforts (ou lois de mouvement) d'un système que le PFD.

DÉMARCHE D'APPLICATION DU TEC

1) Bilan de l'énergie cinétique

Pour un système mécanique S en mouvement, on exprime l'énergie cinétique par rapport à un référentiel R galiléen.

Pour un solide S en translation par rapport au référentiel R, la vitesse $\vec{V}_{P,S/R}$ est uniforme pour tous les points P appartenant à S. $\boxed{\boldsymbol{E_{c,S/R} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \vec{V}_{P,S/R}^{\,2}}}$	Pour un solide S en rotation d'axe (A,$\vec{u}$) immobile par rapport au référentiel R, avec $J_{A,\vec{u}}$ le moment d'inertie en kg·m² du solide S autour de l'axe (A,$\vec{u}$). $\boxed{\boldsymbol{E_{c,S/R} = \frac{1}{2} \cdot J_{A,\vec{u}} \cdot \vec{\Omega}_{S/R}^{\,2}}}$

2) Théorème de la puissance cinétique ou « théorème de l'énergie cinétique »

Soit un système S (ensemble de solides) en mouvement par rapport au référentiel galiléen R, l'énergie cinétique vérifie le théorème de la puissance cinétique, à savoir que :

« La dérivée de l'énergie cinétique est égale à la somme des puissances extérieures et intérieures au système S.»

$$\frac{dE_{c,S/R}}{dt} = P_{\bar{S}\to S/R} + P_{int\to S/R}$$

Avec : $E_{c,S/R}$ énergie cinétique galiléenne du solide en Joule (J)

$P_{\bar{S}\to S/R}$ puissance des actions mécaniques extérieures à S en Watt (W)

$P_{int\to S/R}$ puissance des actions mécaniques intérieures à S en Watt (W)

Le théorème de l'énergie cinétique se démontre à partir du principe fondamental de la dynamique.

Pour la puissance extérieure, on retiendra 2 expressions particulières très souvent utiles :

- La puissance de la pesanteur : $\boxed{P_{(pes\to S/R)} = -m \cdot g \cdot \vec{z} \cdot \vec{V}_{G,S/R} = -m \cdot g \cdot \dot{z}_G}$:
  - Si on lève la masse m à vitesse $\vec{V}_{G,S/R} = V \cdot \vec{z} = \vec{V}_z$, la puissance de pesanteur est P = -m·g·V_z
  - Si la charge est entraînante vers le bas à vitesse $\vec{V}_{G,S/R} = V \cdot (-\vec{z})$, la puissance de pesanteur est P = +m·g·V_z
- La puissance transmise par le couple d'une machine tournante (moteur) : $\boxed{P_{(mot\to S/R)} = \vec{C}_{mot} \cdot \vec{\Omega}_{S/R}}$

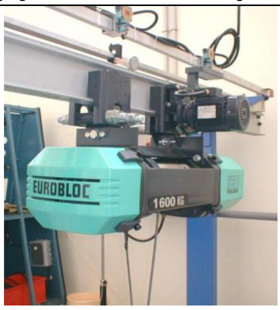
La puissance intérieure, correspond aux actions des liaisons entre les solides du système S.

- Si entre 2 solides S_1 et S_2 la liaison est parfaite $\boxed{P_{S_1\leftrightarrow S_2} = 0}$
- Si entre les solides S_1 et S_2 la liaison est imparfaite $\boxed{P_{S_1\leftrightarrow S_2} < 0}$

Les puissances intérieures s'obtiennent à partir du comoment des torseurs statiques et cinématiques des liaisons.

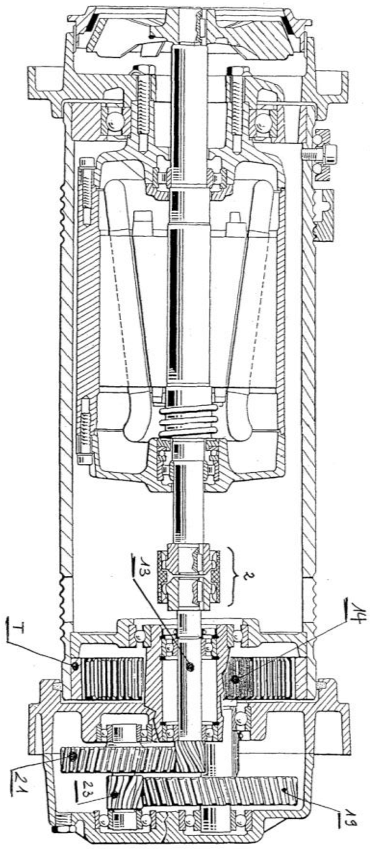
En partant de la puissance fournie en entrée de la liaison P_E, et introduisant le rendement de la liaison η_T, la puissance intérieure s'écrit $\boxed{P_{int} = -P_T = -P_E \cdot (1 - \eta_T)}$

Application au palan Verlinde



Caractéristiques

- Diamètre du tambour d'enroulement du câble : D_{Tamb} = 250 mm
- Rendement du réducteur : $\eta_{Réd}$ = 0,88
- Rendement du tambour + câble : η_{Tc} = 0,98
- Masse maxi soulevée : m = 1600 kg
- Moment d'inertie du rotor moteur : J_m = 0,03 kg·m²
- Moment d'inertie du treuil : J_T = 15 kg·m²
- Rapport de réduction du réducteur R (à déterminer)
- Vitesse établie de levage de la masse $V_{m/0}$ = 20 m·min^{-1} obtenue en 1,5 s.



Vue en coupe de l'ensemble moteur + réducteur + tambour

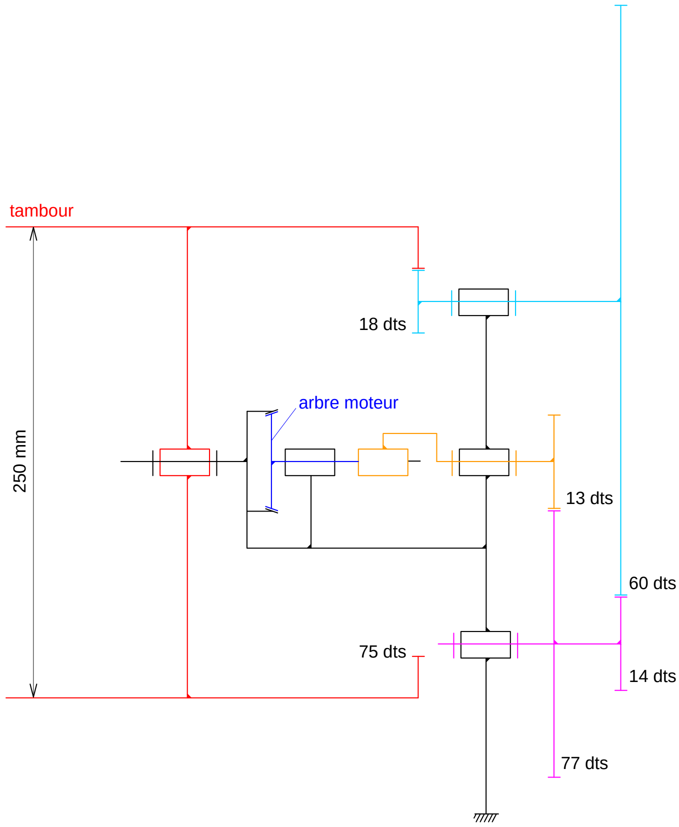


Schéma cinématique

1. Loi E/S

Exprimer le rapport entre la vitesse de levage $V_{m/0}$ (m·s^{-1}) de la charge et la vitesse angulaire du rotor $\Omega_{R/0}$ (rd·s^{-1}). Calculer $\Omega_{R/0}$ au point nominal fixé en rd·s^{-1} puis tr·min^{-1}.

2. Bilan des énergies cinétiques

Exprimer les énergies cinétiques en rotation pour le rotor du moteur et le treuil puis en translation pour la masse.

Exprimer l'ensemble de cette énergie en fonction de la vitesse de rotation du rotor $\Omega_{R/0}$, puis en fonction de la vitesse $V_{m/0}$ de la charge à soulever.

3. Puissances extérieures

Exprimer la puissance de la pesanteur sur la charge (masse m) en montée à vitesse V et la puissance qu'exerce le couple électromagnétique T_{EM} du rotor moteur pour cette même situation.

4. Puissance intérieure

En définissant ce que l'on appelle la puissance d'entrée P_E pour la montée, exprimer la puissance intérieure des actions de liaisons de l'ensemble de la transmission.

5. Théorème de la puissance cinétique

Appliquer ce théorème et en déterminer l'expression et la valeur du couple moteur T_{EM}(Nm) :

- pour un déplacement à vitesse constante (étude statique),
- pendant une phase d'accélération en levage (étude dynamique).

6. Choisir un moteur asynchrone qui convient.

IP 55 - 50 Hz - Classe F - Réseau 400 V - Couplage du moteur Y 400 V - S1

2 pôles
3000 min^{-1}

Type	Puissance nominale à 50 Hz P_N kW	Vitesse nominale n_N min^{-1}	Moment nominal M_N N.m	Moment maximal / Moment nominal M_{Max}/M_N N.m	Courant à vide I_o A	Intensité nominale $I_{N\,(400V)}$ A	Facteur de puissance $Cos\ \varphi$ 100 %	Rendement η 100 %	Moment d'inertie J kg.m^2	Masse IM B3 kg
LSMV 71	0,25	2900	0,82	5,8	0,65	0,75	0,65	72	0,00035	6,4
LSMV 71	0,37	2900	1,22	4,8	0,85	1,1	0,65	73	0,00045	7,3
LSMV 71	0,55	2890	1,82	4,2	0,95	1,45	0,7	77	0,00060	8,3
LSMV 80 L	0,75	2865	2,5	2,6	0,69	1,6	0,88	80	0,0009	11
LSMV 80 L	1,1	2880	3,7	2,7	1	2,2	0,87	83	0,0011	12,5
LSMV 90 L	1,5	2885	5	3,9	1,1	2,9	0,90	83	0,0017	18,5
LSMV 90 L	2,2	2900	7,1	3,75	2,35	4,6	0,85	83	0,0023	21
LSMV 100 L	3	2875	9,9	3,6	2,4	5,7	0,89	84	0,0029	26
LSMV 112 MG	4	2900	13,2	2,89	2,29	7,5	0,92	84	0,0092	36
LSMV 132 SM	5,5	2915	18	3,1	2,73	10,1	0,91	86	0,0236	53
LSMV 132 M	7,5	2910	24,5	2,8	3,2	13,6	0,92	86	0,0289	58
LSMV 132 M	9	2940	29,3	3,6	5,2	16,6	0,88	88,5	0,0183	60
LSMV 132 M	11	2935	35,8	4	8,6	20,6	0,87	89	0,0203	61
LSMV 160 MP	11	2935	35,8	4	8,6	20,6	0,87	89	0,0212	72
LSMV 160 MR	15	2950	48,7	4	12	28	0,86	90	0,0259	82