

Engrenages

Définition, dessin et calcul

par **Georges HENRIOT**

Ingénieur des Arts et Métiers

Directeur Technique de la Société Engrenages et Réducteurs (Citroën-Messian)

1. Symboles et définitions	B 636 - 2
1.1 Symboles.....	— 2
1.2 Définitions	— 2
2. Géométrie et technologie	— 5
2.1 Engrenages parallèles.....	— 5
2.2 Engrenages concourants	— 25
2.3 Engrenages gauches hélicoïdaux.....	— 29
2.4 Engrenages à vis sans fin	— 31
3. Étude dynamique	— 33
3.1 Poussées sur les dentures, les arbres et les paliers	— 33
3.2 Calcul de résistance des dentures.....	— 35
3.3 Rendement des engrenages	— 60
4. Trains planétaires	— 63
4.1 Formule générale de Willis.....	— 63
4.2 Différents trains planétaires simples	— 63
4.3 Cas où l'un des deux planétaires est fixe	— 63
Pour en savoir plus	Doc. B 5 645

Le lecteur trouvera ici non pas un cours complet sur l'engrenage, avec les nombreux développements cinématiques et l'étude approfondie des phénomènes théoriques et pratiques qu'il pourrait comporter, mais tous les éléments pratiques qui lui permettront de définir, de dessiner et de calculer les engrenages se présentant le plus couramment dans les applications industrielles. Pour une étude approfondie, nous conseillons de se reporter au **Traité théorique et pratique des Engrenages** et à la collection complète des **Bulletins Techniques de la Société d'Études de l'Industrie de l'Engrenage** devenue, depuis 1976, l'**Institut de l'Engrenage et des Transmissions**.

Nous n'avons traité que le cas des engrenages à rapport constant, en laissant de côté volontairement les engrenages spéciaux à rapport non constant (tels que les engrenages elliptiques) qui ne sont utilisés que très rarement. Pour une étude de ces engrenages spéciaux, le lecteur pourra se reporter au Bulletin n° 24 de la SEIE.

1. Symboles et définitions

1.1 Symboles

Les symboles normalisés (norme NF E 23-005) utilisés pour désigner les différentes parties des engrenages sont rassemblés dans les tableaux 1, 2 et 3. Ces tableaux regroupent non seulement les symboles utilisés dans l'article, mais aussi ceux que le lecteur peut rencontrer dans les notices techniques et dont il pourra trouver ici la signification.

Tableau 1 – Principaux symboles géométriques (1)

<i>a</i>	entraxe
<i>b</i>	largeur de denture
<i>c</i>	jeu à fond de dents
<i>d</i>	diamètre
<i>e</i>	intervalle de denture
<i>f</i>	coefficient de frottement
<i>g</i>	longueur (de conduite, de recouvrement)
<i>h</i>	hauteur de dent, saillie, creux
<i>i</i>	rapport d'engrenage
<i>j</i>	jeu entre flancs
<i>k</i>	nombre de dents pour le contrôle par écartement
<i>m</i>	module
<i>n</i>	nombre de tours
<i>p</i>	pas
<i>r</i>	rayon
<i>s</i>	épaisseur de dent
<i>t</i>	temps
<i>v</i>	vitesse
<i>x</i>	coefficient de déport
<i>z</i>	nombre de dents, ou de filets
<i>P</i>	Diametral Pitch
W_k	écartement sur <i>k</i> dents
inv α	involute α
α	angle de pression
β	angle d'hélice
γ	angle de pas
δ	angle primitif
ε	rapport (de conduite, de recouvrement)
η	demi-angle d'intervalle de denture
μ	angle de frottement
ρ	rayon de courbure
σ	contrainte
τ	pas angulaire de roue plate
φ	angle de conduite, de recouvrement
ψ	demi-angle d'épaisseur de dent
ω	vitesse angulaire
Σ	angle des axes

(1) D'après norme NF E 23-005.

1.2 Définitions

1.2.1 Engrenages

■ **Engrenage** : mécanisme élémentaire constitué de deux organes dentés, mobiles autour d'axes de position relative invariable, et dont l'un entraîne l'autre par l'action des dents successivement en contact.

■ **Engrenage à rapport constant** : engrenage tel que les vitesses angulaires des deux organes soient dans un rapport constant. Un engrenage à rapport constant a pour surfaces primitives (§ 1.2.5) des surfaces de révolution.

Nota : sauf indication contraire, le terme *engrenage* désigne toujours, dans les applications usuelles, un engrenage à rapport constant.

Tableau 2 – Indices additionnels (1)

<i>a</i>	de tête, de retraite
<i>b</i>	de base
<i>c</i>	relatif à la corde constante
<i>e</i>	extérieur, excentricité
<i>f</i>	de pied, d'approche
<i>h</i>	hauteur de dent
<i>i</i>	intérieur, inférieur
<i>j</i>	relatif au jeu
ℓ	direction longitudinale des dents
<i>m</i>	moyen
<i>n</i>	réel
<i>p</i>	relatif au pas
<i>r</i>	radial
<i>s</i>	relatif à l'épaisseur des dents
<i>t</i>	apparent, tangentiel
<i>v</i>	virtuel
<i>x</i>	axial
<i>z</i>	d'hélice
α	de conduite
β	de recouvrement, d'hélice
γ	total de conduite
Σ	relatif à l'angle des axes
0	relatif à l'outil
1	relatif au pignon
2	relatif à la roue
()'	de fonctionnement
()	relatif à la corde
<i>aux</i>	valeur auxiliaire
<i>des</i>	valeur désirée
<i>dia</i>	valeur du diagramme
<i>eff</i>	valeur effective
<i>inv</i>	relatif à la développante
<i>lim</i>	valeur limite
<i>max</i>	valeur maximale
<i>min</i>	valeur minimale
<i>per</i>	valeur périodique
<i>the</i>	valeur théorique
<i>tot</i>	valeur totale
<i>adm</i>	valeur admissible
()	de référence, de taillage, de génération
sans indice	

(1) D'après norme NF E 23-005.

■ **Engrenage parallèle** : engrenage dont les axes sont parallèles (figures 1a et b).

■ **Engrenage concourant** : engrenage dont les axes sont concourants (figures 2a et b).

■ **Engrenage gauche** : engrenage dont les axes ne sont pas dans un même plan (§ 2.3 et 2.4).

■ **Engrenage planétaire** : engrenage, parallèle ou concourant, dont l'un des axes tourne autour de l'autre considéré comme fixe.

■ **Entraxe a** : distance des axes d'un engrenage, mesurée sur leur perpendiculaire commune.

■ **Angle des axes Σ** : angle formé par deux demi-droites parallèles aux axes de l'engrenage, et orientées par rapport aux vecteurs de rotation respectifs autour de ces axes, l'une dans le même sens et l'autre en sens inverse. C'est celui des deux angles formés par les parallèles aux axes de l'engrenage qui contient la parallèle à l'axe instantané du mouvement relatif de l'un des organes par rapport à l'autre (figures 2a et b).

■ **Train d'engrenages** : suite continue d'engrenages.

Tableau 3 – Principaux symboles composés

a'	entraxe de fonctionnement	\bar{s}	épaisseur à la corde
b_1, b_2	largeur de denture du pignon, de la roue	s_a	épaisseur de tête
d	diamètre primitif de denture, de référence, ou de taillage	s_b	épaisseur de base
d'	diamètre primitif de fonctionnement	s_c	corde constante
d_a	diamètre de tête	s_f	épaisseur de pied
d_b	diamètre de base	s_n	épaisseur réelle
d_f	diamètre de pied	$\overline{s_n}$	épaisseur réelle à la corde
e_n	intervalle réel	s_t	épaisseur apparente
e_t	intervalle apparent	s_0	épaisseur d'outil
g_a	longueur de retraite	v_b	vitesse de déplacement sur la ligne d'action
g_f	longueur d'approche	v_g	vitesse de glissement
g_α	longueur d'action	v_r	vitesse de roulement
g_β	longueur de recouvrement	v_t	vitesse tangentielle
h_a	saillie	W_k	écartement sur k dents
$\overline{h_a}$	saillie à la corde	W_{nk}	écartement réel sur k dents
$\overline{h_c}$	saillie à la corde constante	x_1, x_2	déport du pignon, de la roue
h_f	creux	z_1, z_2	nombre de dents du pignon, de la roue
J_n	jeu réel	z_0	nombre de dents d'outil
J_t	jeu apparent	z_v	nombre de dents virtuel
m_0	module d'outil	α_0	angle de pression d'outil
m'	module de fonctionnement	α'	angle de pression de fonctionnement
m_n	module réel	α_M	angle d'incidence en un point M quelconque
m_t	module apparent	α_n	angle de pression réel
m_{t0}	module apparent d'outil	α_x	angle de pression axial
m'_t	module apparent de fonctionnement	α_t	angle de pression apparent
m_x	module axial	α_{t0}	angle de pression apparent d'outil
p	pas (primitif)	α'_t	angle de pression apparent de fonctionnement
p_0	pas d'outil	β	angle d'inclinaison (primitive)
p_b	pas de base	β_0	angle d'inclinaison de taillage
p_n	pas réel (primitif)	β'	angle d'inclinaison de fonctionnement
p_t	pas apparent (primitif)	β_b	angle d'inclinaison de base
p_{bn}	pas de base réel	ε_α	rapport de conduite
p_{bt}	pas de base apparent	ε_β	rapport de recouvrement
p_x	pas axial	ε_γ	rapport total de conduite
p_z	pas hélicoïdal	φ_a	angle de retraite
r	rayon primitif de denture, de référence, ou de taillage	φ_f	angle d'approche
r'	rayon primitif de fonctionnement	φ_α	angle de conduite
r_a	rayon de tête	φ_β	angle de recouvrement
r_b	rayon de base	φ_γ	angle total de conduite
r_f	rayon de pied	v	angle de hauteur
r_{inv}	rayon du point limite de la développante	v_a	angle de saillie
r_A	rayon actif de pied	v_f	angle de creux
R, R_m	génératrice primitive ; génératrice moyenne		

1.2.2 Roues

- **Roue** : l'un quelconque des deux organes d'un engrenage.
- **Roues conjuguées** : les deux roues d'un engrenage ; chacune des deux roues est dite *conjuguée* de l'autre.
- **Pignon** : dénomination applicable, dans un engrenage, à la roue ayant le plus petit nombre de dents, pour la distinguer de l'autre roue (dénommée simplement en ce cas *roue conjuguée*, ou plus simplement encore, par abréviation, *roue*).
- **Roue menante** : celle des deux roues d'un engrenage qui entraîne l'autre.
- **Roue menée** : celle des deux roues d'un engrenage qui est entraînée par l'autre.
- **Roue génératrice (d'une roue)** : roue, réelle ou fictive, définie par sa denture et par son mouvement relatif par rapport à la roue considérée, et utilisée pour définir, par génération géométrique, la

denture de cette roue (aux jeux et tolérances près si la roue génératrice est réelle) : les flancs de la roue sont l'enveloppe de ceux de sa roue génératrice.

- **(Roue) solaire ou planétaire** : dans un engrenage planétaire, qualificatif applicable à celle des deux roues dont l'axe est considéré comme fixe.

- **(Roue) satellite** : dans un engrenage planétaire, qualificatif applicable à celle des deux roues dont l'axe tourne autour de l'autre axe.

1.2.3 Dentures

- **Dent** : dans une roue, chacun des éléments en saillie devant assurer, par contact avec les dents d'une autre roue, l'entraînement de l'une des roues par rapport à l'autre. Toutes les dents d'une même roue sont identiques et géométriquement superposables par rotation autour de l'axe de la roue.

■ **Filet** : dent de la roue particulière appelée *vis*. Le filet comporte généralement une ou plusieurs spires, c'est-à-dire fait une ou plusieurs fois le tour de la roue.

■ **Entre-dents** : espace séparant deux dents voisines d'une roue (ou deux filets voisins d'une vis à plusieurs filets, ou deux spires consécutives d'une vis à un seul filet).

■ **Denture** : ensemble des dents (ou filets) d'une roue.

1.2.4 Rapport d'engrenage

■ **Rapport *i* (d'un engrenage)** : nombre, supérieur ou égal à l'unité, exprimant le quotient du nombre de dents de la roue par celui du pignon, ou de la vitesse angulaire du pignon par celle de la roue.

... *de multiplication* : qualificatif applicable au rapport d'un engrenage lorsque c'est la roue qui est menante.

... *de réduction* : qualificatif applicable au rapport d'un engrenage lorsque c'est le pignon qui est menant.

■ **Rapport de transmission** : dans un engrenage (ou un train d'engrenages), nombre exprimant le quotient de la vitesse angulaire de la roue menante (ou de la première roue menante) par celle de la roue menée (ou de la dernière roue menée). Le rapport de transmission d'un engrenage est égal au rapport d'engrenage si celui-ci est *de réduction*, ou à son inverse s'il est *de multiplication*.

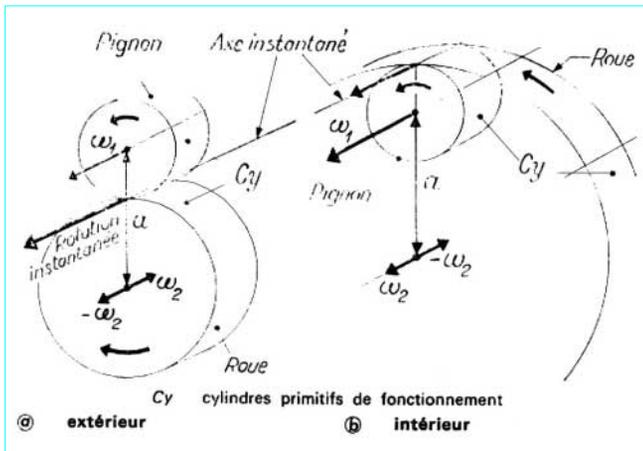


Figure 1 - Engrenages parallèles

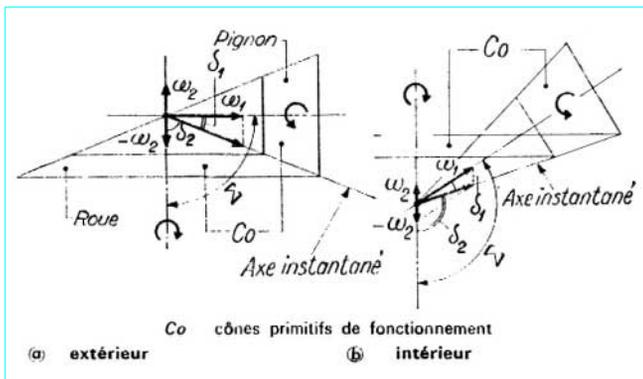


Figure 2 - Engrenages concourants

Le rapport de transmission d'un train d'engrenages est égal au produit des rapports de transmission de chacun des engrenages composants.

1.2.5 Surfaces primitives

■ **Surface primitive de fonctionnement** : d'une façon générale, pour chacune des deux roues d'un engrenage, surface de révolution décrite, par rapport à la roue considérée, par l'axe instantané du mouvement relatif de la roue conjuguée. En forme de cylindres ou de cônes suivant que les axes des deux roues sont parallèles ou concourants, d'hyperboloïdes à une nappe s'ils ne sont pas dans un même plan, les deux surfaces primitives de fonctionnement sont tangentes le long de l'axe instantané, roulent l'une sur l'autre sans glisser dans le premier cas, en glissant le long de l'axe instantané dans le second cas.

... *de fonctionnement* : qualificatif applicable à tous les termes définis à partir de la surface primitive de fonctionnement.

■ **Surface primitive de denture (ou de référence)** : pour une roue considérée isolément : surface primitive de la roue dans l'engrenage particulier, réel ou fictif, à partir duquel elle est définie (par exemple : *engrenage formé par la roue considérée et la crémaillère génératrice*, § 2.1.2.3).

Utilisée seulement en pratique lorsqu'elle est cylindrique ou conique, la surface primitive de denture constitue en ce cas une surface conventionnelle simple.

... *de denture* : qualificatif applicable à tous les termes définis à partir de la surface primitive de denture.

■ **Roue cylindrique** : roue dont la surface primitive de denture est un cylindre.

■ **Roue conique** : roue dont la surface primitive de denture est un cône.

1.2.6 Surfaces de tête et de pied, engrenages, dentures

■ **Surface de tête (cylindre ou cône)** : surface de révolution limitant la denture du côté du sommet des dents (figure 3).

■ **Surface de pied (cylindre ou cône)** : surface de révolution limitant la denture du côté du fond des entre-dents.

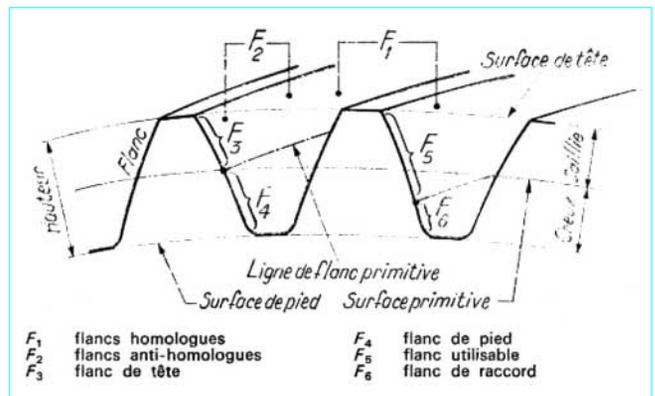


Figure 3 - Terminologie de la denture

■ **Denture extérieure** : denture dont la surface de tête est à l'extérieur de la surface de pied.

■ **Denture intérieure** : denture dont la surface de tête est à l'intérieur de la surface de pied.

■ **Engrenage extérieur** : engrenage dont les deux surfaces primitives de fonctionnement sont tangentes extérieurement (les deux roues sont à denture extérieure ; figures **1a** et **2a**).

■ **Engrenage intérieur** : engrenage dont les deux surfaces primitives de fonctionnement sont tangentes intérieurement (la roue est à denture intérieure, et le pignon à denture extérieure ; figures **1b** et **2b**).

1.2.7 Flancs

■ **Flanc** : portion de la surface d'une dent comprise entre la surface de tête et la surface de pied (figure **3**).

■ **Flancs homologues** : dans une roue, flancs géométriquement superposables par simple rotation autour de l'axe de la roue.

■ **Flancs anti-homologues** : dans une roue, deux flancs non géométriquement superposables par simple rotation autour de l'axe de la roue (par exemple, les deux flancs d'une même dent).

■ **Flanc de tête ou de pied** : dans une roue d'un engrenage, portion du flanc comprise entre la surface de tête (ou de pied), et la surface primitive de fonctionnement.

■ **Flanc actif** : dans une roue d'un engrenage, portion du flanc le long de laquelle s'effectuent les contacts successifs avec le flanc conjugué.

■ **Flanc utilisable** : dans une roue considérée isolément, portion la plus grande du flanc susceptible d'être utilisée comme flanc actif.

■ **Flanc de raccord** : partie du flanc non susceptible d'être utilisée comme flanc actif et raccordant le flanc utilisable à la surface de pied.

■ **Ligne de flanc primitive** : intersection d'un flanc avec la surface primitive de la roue.

1.2.8 Conditions de fonctionnement. Valeurs numériques

■ **Contact linéaire** : entre les flancs conjugués d'un engrenage, contact tangentiel se produisant à chaque instant le long d'une ligne commune aux deux flancs.

■ **Contact ponctuel** : entre les flancs conjugués d'un engrenage, contact tangentiel se produisant à chaque instant en un seul point commun aux deux flancs.

■ **Interférence** : contact non tangentiel (donc incompatible avec le fonctionnement correct de l'engrenage) susceptible de se produire entre les dents de deux roues destinées à constituer un engrenage.

■ **Correction** : pour une application déterminée, modification, par rapport à des données géométriques normalisées, de certaines caractéristiques (dimensions et position des dentures des roues, position relative des axes) en vue d'éviter une interférence ou pour améliorer certaines conditions de fonctionnement.

■ **Bombé** : correction effectuée aux dépens de la matière de la dent, et consistant en une légère modification du flanc vers les extrémités de la ligne de flanc primitive.

■ **Dépouille** : correction effectuée aux dépens de la matière de la dent, et consistant en une légère modification du flanc vers ses extrémités de tête et de pied.

... *au sommet* : dépouille effectuée seulement du côté de la tête.

... *théorique* : qualificatif applicable à une dimension pour désigner sa valeur calculée avant détermination des jeux et tolérances, telle notamment qu'elle résulte des données du tracé de référence normalisé. La valeur théorique est une *valeur nominale* au sens du système de tolérances.

... *unitaire* : qualificatif applicable à la plupart des dimensions linéaires définies par la présente norme, pour désigner leur valeur exprimée en *modules* ou en *diamétral pitch*, c'est-à-dire le quotient de leur valeur en millimètres par la valeur en millimètres du module, (ou le produit de leur valeur en pouces par le Diametral Pitch ; § 2.1.1.2.2).

2. Géométrie et technologie

2.1 Engrenages parallèles

2.1.1 Définitions générales

2.1.1.1 Roues cylindriques en général

2.1.1.1.1 Primitif

■ **Roue cylindrique** : roue dont la surface primitive de denture est un cylindre. Elle est définie pratiquement par sa *crémaillère génératrice*.

■ **Crémaillère** : roue dont les dents, géométriquement superposables par translation rectiligne parallèlement à un plan, peuvent être définies par rapport à ce plan (ou tout autre plan parallèle) et dont le mouvement dans un engrenage s'effectue par translation rectiligne de ce plan sur lui-même (figure **4**).

La crémaillère peut être considérée comme une roue cylindrique dont l'axe est rejeté à l'infini.

■ **Crémaillère génératrice d'une roue** : crémaillère fictive, susceptible d'être utilisée comme roue génératrice d'une roue cylindrique et formant avec elle un engrenage parallèle.

■ **Cylindre primitif de denture** : surface primitive de denture d'une roue cylindrique.

■ **Cercle primitif (droite primitive)** : section du cylindre primitif par un plan perpendiculaire à l'axe de la roue. Ce terme peut être : ... *de denture* ou ... *de fonctionnement*.

Nota : dans une crémaillère, le cercle primitif est une droite.

■ **Diamètre primitif d** : diamètre du cercle primitif.

2.1.1.1.2 Tête et pied

Le lecteur pourra se reporter au paragraphe **1.2.6** et à la figure **3**.

■ **Cylindre de tête (ou de pied)** : surface de tête (ou de pied) d'une roue cylindrique.

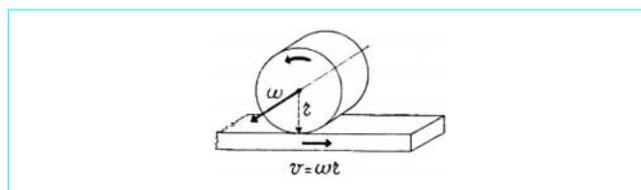


Figure 4 – Engrenage pignon-crémaillère

- **Plan de tête (ou de pied)** : surface de tête (ou de pied) d'une crémaillère.
- **Cercle de tête (ou de pied)** : section du cylindre de tête (ou de pied) par un plan perpendiculaire à l'axe de la roue.
- **Droite de tête (ou de pied)** : dans une crémaillère, les cercles de tête et de pied sont des droites.

2.1.1.1.3 Denture

Les termes suivants sont définis sur les figures 5 et 6.

- **Largeur de denture b** : longueur utile de génératrice du cylindre primitif de denture.
- **Denture droite** : denture dont les flancs coupent le cylindre primitif de denture suivant des génératrices.
- **Denture hélicoïdale** (à droite ou à gauche) : denture dont les flancs coupent le cylindre primitif de denture suivant des hélices. La denture est dite à droite, si un observateur regardant suivant les génératrices voit l'hélice s'éloigner vers la droite ; elle est à gauche dans le cas contraire.
- **Denture spirale** (à droite ou à gauche) : denture dont les flancs coupent le cylindre primitif de denture suivant une courbe, autre qu'une droite ou une hélice, s'éloignant toujours dans un seul sens pour un observateur regardant suivant les génératrices.
- **Denture en chevron** : denture dont le flanc coupe le cylindre primitif de denture suivant une courbe, s'éloignant d'abord dans un sens, puis dans l'autre, pour un observateur regardant suivant les génératrices. La denture en chevron est le plus souvent constituée par la juxtaposition de deux dentures hélicoïdales, l'une à droite, l'autre à gauche.

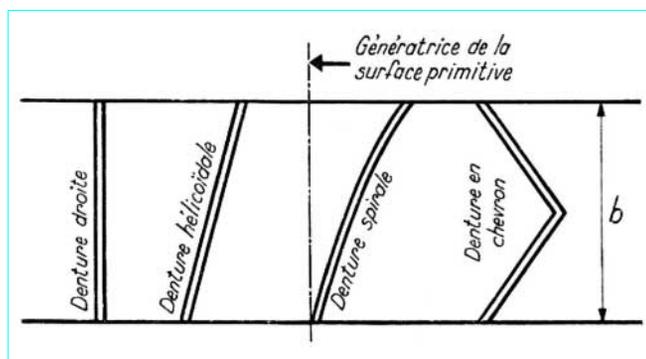


Figure 5 – Principaux types de dentures : développement sur un plan

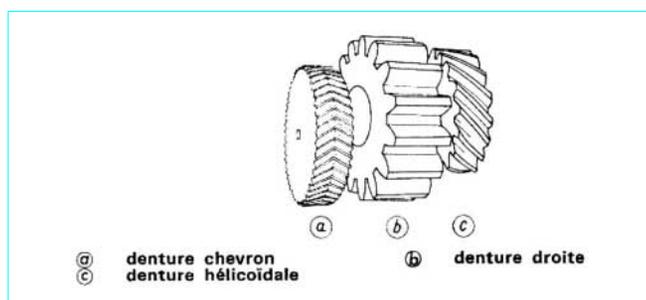


Figure 6 – Principaux types de dentures : réalisations

2.1.1.1.4 Profil

- **Profil** : section d'un flanc par un plan perpendiculaire à l'axe de la roue (les profils sont dits homologues, anti-homologues, conjugués, de tête, de pied, actifs, utilisables, de raccord, dans les mêmes conditions que les flancs correspondants ; figure 3).
- **Cercle de pointe** : cercle sur lequel se coupent les prolongements des courbes portant les deux profils d'une dent (figure 7b).
- **Diamètre de pointe** : diamètre du cercle de pointe.
- **Saillie h_a** : distance radiale entre le cercle de tête et le cercle primitif (figure 3). Ce terme peut être : ... de denture ou ... de fonctionnement.
- **Creux h_f** : distance radiale entre le cercle primitif et le cercle de pied (figure 3). Ce terme peut être : ... de denture ou ... de fonctionnement.
- **Hauteur de dent h** : distance radiale entre le cercle de tête et le cercle de pied (figure 3).
- **Pas p** : longueur de l'arc de cercle primitif compris entre deux profils homologues consécutifs (§ 2.1.1.2.2).

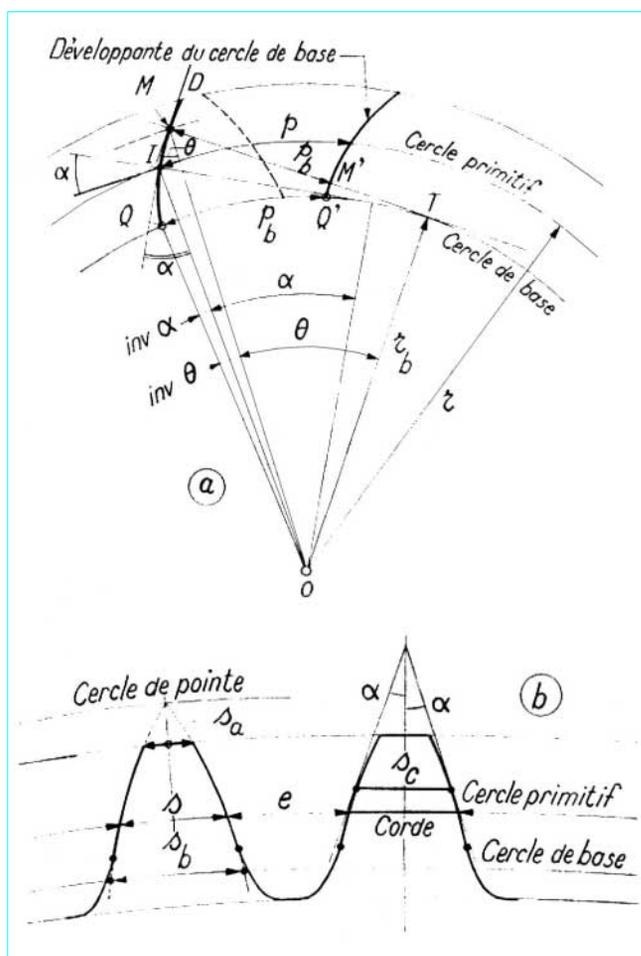


Figure 7 – Terminologie de la denture en développante de cercle

2.1.1.1.5 Roues cycloïdales

Nota : les profils cycloïdaux ne sont plus utilisés, à l'heure actuelle, que pour des engrenages d'horlogerie. Ils ne sont plus employés en Mécanique. Nous ne parlerons donc plus de ces profils dans la suite, mais uniquement des profils en développante de cercle.

■ **Profil cycloïdal :** profil constitué par un arc d'épicycloïde et un arc d'hypocycloïde de même base, se raccordant tangentiellement à leur point de contact avec cette base (l'arc d'épicycloïde est remplacé en pratique par un arc de cercle).

■ **Rayon de courbure du profil :** rayon de l'arc de cercle tenant lieu d'arc d'épicycloïde, dans le profil cycloïdal.

■ **Roue cycloïdale :** roue cylindrique dont les profils sont cycloïdaux.

La roue cycloïdale a pour cylindre primitif de fonctionnement, dans un engrenage parallèle, et pour cylindre primitif de denture, le cylindre coaxial à la roue et portant la base du profil cycloïdal.

2.1.1.1.6 Roues à développante

■ **Profil en développante :** profil dont la portion utilisable est un arc de développante de cercle (ou, dans le cas de la crémaillère, un segment de droite ; figure 7a).

■ **Flanc en hélicoïde développable :** flanc dont la portion utilisable est une portion d'hélicoïde développable [ou, dans le cas de la crémaillère, une portion de plan (§ 2.1.1.3)].

■ **Roue cylindrique à développante :** roue cylindrique dont les profils sont en développante.

La roue à développante est définie par sa crémaillère génératrice, à partir d'un cylindre primitif de denture autre que le cylindre de base.

Une roue à développante à denture hélicoïdale a ses flancs en hélicoïde développable.

■ **Cercle de base :** dans une roue à développante, base de la développante de cercle du profil (figure 7a).

■ **Cylindre de base :** cylindre coaxial à la roue, portant le cercle de base. Dans une roue à développante à denture hélicoïdale, c'est le *cylindre de base* de l'hélicoïde développable du flanc.

■ **Diamètre de base d_b :** diamètre du cercle de base.

2.1.1.2 Roues cylindriques à denture droite

2.1.1.2.1 Rappel des propriétés fondamentales de la développante de cercle

■ **Définition**

Si nous faisons rouler sans glisser une droite sur un cercle, un point quelconque M de cette droite décrit une développante de ce cercle (figure 7a). Les développantes décrites par les différents points de la droite sont des courbes parallèles ; si nous considérons les deux développantes D et D' , leur distance MM' mesurée sur toute tangente au cercle de base (normale commune) est constante :

$$MM' = \text{arc } QQ' = Cte$$

Le point T est le centre de courbure de D en M , ou de D' en M' . Cela revient à dire que nous pouvons, au voisinage immédiat de M ou M' , remplacer D ou D' par un arc de cercle de centre T .

● **Angle d'incidence (en un point) θ :** angle aigu que fait avec la tangente en un point du profil le rayon aboutissant en ce point (figure 7a).

● **Angle de pression α :** angle d'incidence au point où le profil coupe le cercle primitif (figure 7a).

C'est aussi l'angle aigu que font, en ce point, la normale au profil et la tangente au cercle primitif.

Ce terme peut être : ... *de denture* ou ... *de fonctionnement*.

● **Fonction involute d'un angle (inv) :** différence entre la tangente d'un angle θ et la valeur de cet angle en radians :

$$\text{inv } \theta = \text{tg } \theta - \theta \tag{1}$$

Nota : une table de fonctions involutes est donnée dans le *Traité théorique et pratique des Engrenages*.

● **Équation polaire de la développante de cercle :**

$$\widehat{QOM} = \text{inv } \theta \text{ (figure 7a)}$$

d'où

$$\widehat{QOI} = \text{inv } \alpha$$

et

$$\widehat{IOM} = (\text{inv } \theta - \text{inv } \alpha)$$

■ **Relation entre le rayon primitif r et le rayon de base r_b (figure 7a) :**

$$r_b = r \cos \alpha = OM \cos \theta \tag{2}$$

$$\cos \theta = (r/OM) \cos \alpha \tag{3}$$

2.1.1.2.2 Pas et module

■ **Pas p :** longueur de l'arc du cercle primitif compris entre deux profils homologues consécutifs. Ce terme peut être : ... *de denture* ou ... *de fonctionnement*.

■ **Module m :** quotient du pas exprimé en millimètres par le nombre π , ou du diamètre primitif par le nombre de dents :

$$m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z} \tag{4}$$

Le tableau 4 donne les modules normalisés.

Le terme m peut être : ... *de denture* ou ... *de fonctionnement*.

Tableau 4 – Modules et Diametral Pitches normalisés

Modules (1)			Diametral Pitches (3)	
I	II	III (2)	I	II
11,125		2018
1,251,375		1614
1,51,75		129
22,25		107
2,52,75		85 1/2
3(3,25)		64 1/2
.....3,5(3,75)		53 1/2
44,5		42 3/4
55,5		32 1/4
6(6,5)		2 1/21 3/4
.....7			21
89		1 1/2	
.....11			1 1/4	
1214		1	
1618			
20				

(1) Accorder la préférence aux modules de la colonne I.

(2) Éviter l'emploi des trois modules de la colonne III.

(3) Accorder la préférence aux valeurs de la colonne I.

■ **Diametral Pitch P** : produit de l'inverse du pas, exprimé en pouces, par le nombre π .

C'est aussi le quotient du nombre de dents par le diamètre primitif exprimé en pouces :

$$m \cdot P = 25,4 \quad (5)$$

Exemple

$P = 3$ correspond à un module $m = 25,4/3 = 8,47$.

Le tableau 4 donne les Diametral Pitches normalisés.

■ **Pas de base p_b** : longueur de l'arc du cercle de base compris entre les développantes de deux profils homologues consécutifs (figure 7a). C'est aussi la distance constante entre deux développantes homologues consécutives :

$$p_b = p \cos \alpha \quad (6)$$

2.1.1.2.3 Épaisseur et intervalle

■ **Épaisseur s** : longueur de l'arc du cercle primitif compris entre les deux profils d'une dent (figure 7b). Ce terme peut être : ... *de denture* ou ... *de fonctionnement*.

■ **Épaisseur de base s_b** : longueur de l'arc du cercle de base compris entre les développantes des deux profils d'une dent (figure 7b) :

$$s_b = r_b [(s/r) + 2 \operatorname{inv} \alpha] \quad (7)$$

■ **Intervalle e** : longueur de l'arc du cercle primitif compris entre les deux profils d'un entre-dents (figure 7b). Ce terme peut être : ... *de denture* ou ... *de fonctionnement*.

■ **Épaisseur en un point quelconque du profil**

L'épaisseur en M est donnée par :

$$s_M = OM [(s/r) + 2 (\operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \theta)] \quad (8)$$

avec s épaisseur (figure 7b),

r rayon primitif,

α angle de pression,

OM rayon quelconque,

θ angle d'incidence en M [équation (3)].

■ **Écartement sur un nombre donné de dents : W sur k dents** : dans une roue à denture extérieure droite, distance entre deux droites parallèles tangentes aux deux profils anti-homologues extrêmes d'une section comprenant k dents (figure 8).

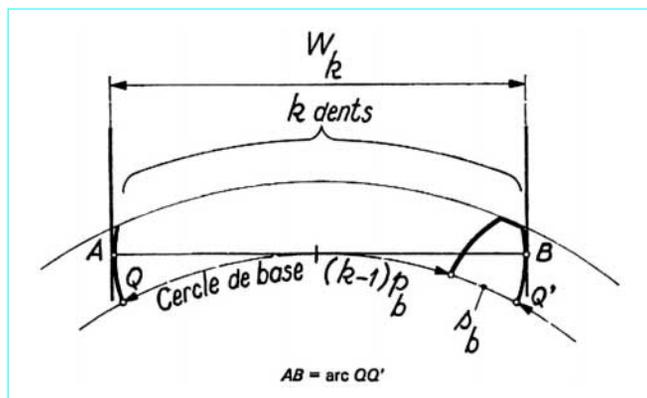


Figure 8 – Écartement sur un nombre donné de dents

Avec p_b = pas de base, donné par (6), on a :

$$W_k = (k - 1) p_b + s_b \quad (9)$$

Nota : des tableaux permettent de déterminer directement W_k et k ; le lecteur les trouvera dans le *Manuel pratique des engrenages*.

2.1.1.2.4 Corde et saillie

■ **Corde** : longueur de la corde qui sous-tend l'arc définissant l'épaisseur (figure 7b). Ce terme peut être : ... *de denture* ou ... *de fonctionnement*.

■ **Saillie à la corde** : distance radiale, perpendiculaire à la corde, entre cette corde et le cercle de tête. Ce terme peut être : ... *de denture* ou ... *de fonctionnement*.

■ **Corde constante** : dans une roue à denture droite, distance entre les points de contact des deux profils d'une dent et des tangentes faisant avec l'axe de symétrie de la dent, et de part et d'autre de celui-ci, un angle égal à l'angle de pression du tracé de référence (figure 7b).

■ **Saillie à la corde constante** : distance radiale, perpendiculaire à la corde constante, entre cette corde et le cercle de tête.

2.1.1.3 Roues cylindriques à denture hélicoïdale

2.1.1.3.1 Rappel des propriétés fondamentales de l'hélicoïde développable

Considérons une hélice tracée sur un cylindre. L'infinité des tangentes à cette hélice a pour enveloppe une hélicoïde développable (figure 9).

Le cylindre est le *cylindre de base*.

L'hélice est l'*hélice de base*.

Toute section de l'hélicoïde développable par un plan perpendiculaire à l'axe est une développante du cercle de base.

2.1.1.3.2 Hélice

■ **Hélice primitive** : ligne de flanc primitive d'une roue cylindrique à denture hélicoïdale (figure 9). Dans une crémaillère, l'hélice primitive est une droite.

Ce terme peut être : ... *de denture* ou ... *de fonctionnement*.

■ **Angle d'hélice (primitive) β** : angle aigu de l'hélice primitive avec les génératrices du cylindre primitif (figure 10).

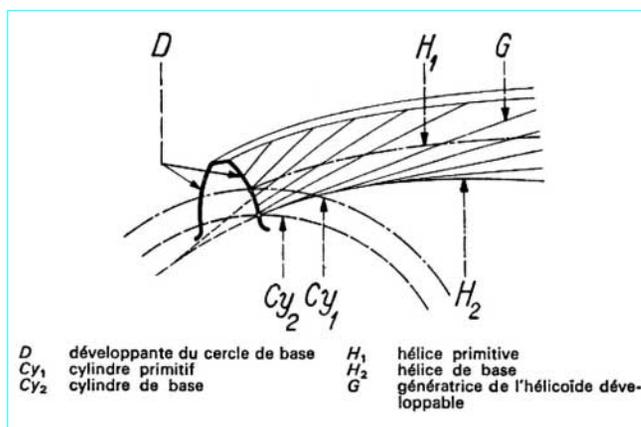


Figure 9 – Denture hélicoïdale

■ **Pas hélicoïdal p_z** : longueur de génératrice du cylindre primitif comprise entre deux points d'intersection successifs avec une même hélice primitive (figure 10).

Le pas hélicoïdal est égal à la longueur de génératrice de tout cylindre quelconque coaxial au cylindre primitif, compris entre deux points d'intersection successifs avec un même flanc.

■ **Pas axial p_x** : longueur de génératrice du cylindre primitif entre deux hélices primitives homologues consécutives (figure 12b).

Le pas axial est égal à la longueur de génératrice de tout cylindre quelconque coaxial au cylindre primitif, comprise entre deux flancs homologues consécutifs.

Le pas axial est le quotient du pas hélicoïdal par le nombre de dents :

$$p_x = p_z / z$$

■ **Hélice de base** : intersection de l'hélicoïde développable du flanc avec le cylindre de base (figure 9). C'est l'hélice de rebroussement de l'hélicoïde.

■ **Angle d'hélice de base β_b** : angle aigu de l'hélice de base avec les génératrices du cylindre de base (figure 10).

2.1.1.3.3 Angle de pression

■ **Angle d'incidence apparent (en un point) θ_t** : angle aigu que font, en un point quelconque du profil, la normale au profil et la tangente au cercle passant par ce point. C'est aussi l'angle aigu que font la tangente au profil et le rayon aboutissant au point considéré.

■ **Angle de pression apparent α_t** : angle d'incidence au point où le profil coupe le cercle primitif (figure 11). Ce terme peut être : ... de denture ou ... de fonctionnement.

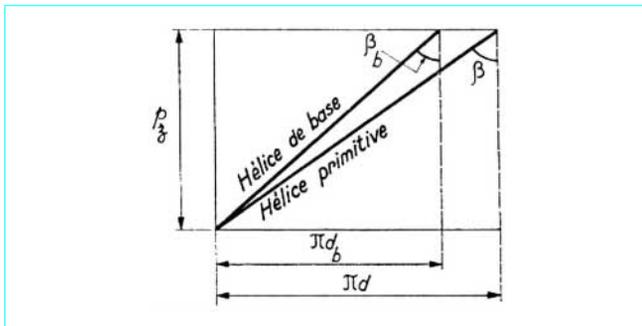


Figure 10 – Denture hélicoïdale : angles des hélices de base et primitive

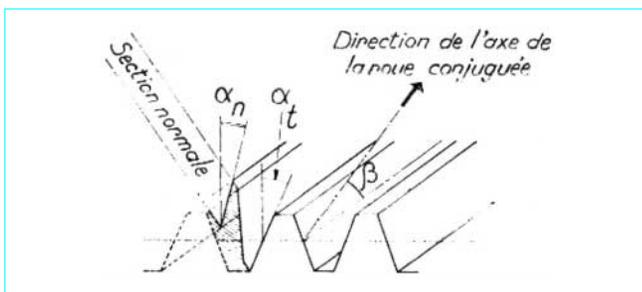


Figure 11 – Denture hélicoïdale : angles de pression

■ **Angle de pression réel α_n** : angle aigu que font, au point primitif, le plan tangent au flanc et le rayon aboutissant en ce point (figure 11). Ce terme peut être : ... de denture ou ... de fonctionnement.

2.1.1.3.4 Pas et module

Nota : les termes p_t, p_n, m_t, m_n, P_t et P_n peuvent être : ... de denture ou ... de fonctionnement.

■ **Pas apparent p_t** : dans un plan normal à l'axe, longueur de l'arc de cercle primitif compris entre deux profils homologues consécutifs (figure 12a).

■ **Pas réel p_n** : sur une hélice du cylindre primitif orthogonale aux hélices primitives, longueur de l'arc compris entre deux hélices primitives homologues consécutives (figure 12a).

■ **Module apparent m_t** : quotient du pas apparent exprimé en millimètres par le nombre π .

■ **Module réel m_n** : quotient du pas réel exprimé en millimètres par le nombre π .

■ **Diametral Pitch apparent P_t** : produit de l'inverse du pas apparent exprimé en pouces par le nombre π .

■ **Diametral Pitch réel P_n** : produit de l'inverse du pas réel exprimé en pouces par le nombre π .

■ **Pas de base apparent p_{bt}** (dans un plan normal à l'axe) : longueur de l'arc de cercle de base compris entre les développantes de deux profils homologues consécutifs. C'est également la distance constante entre les deux développantes, mesurée sur l'une quelconque de leurs normales communes (figure 12b).

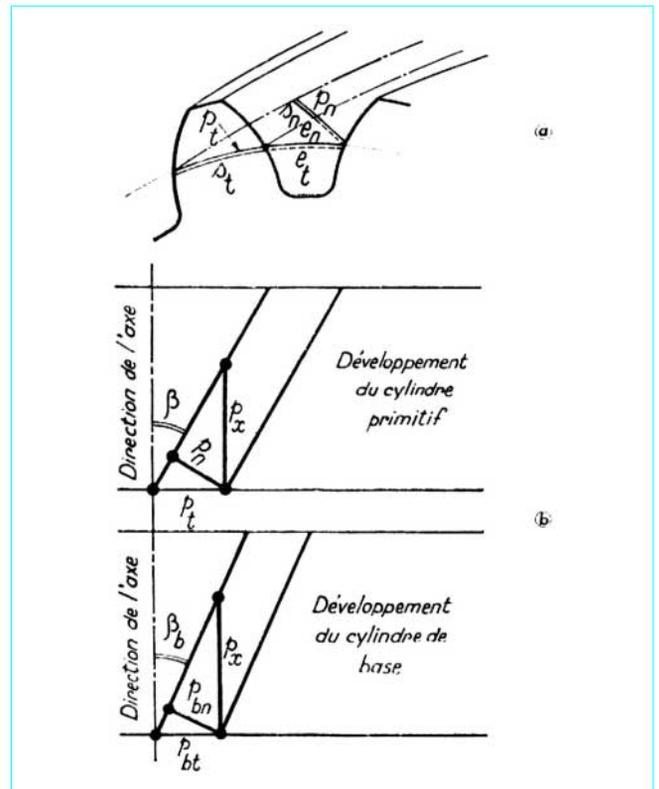


Figure 12 – Denture hélicoïdale : pas

■ **Pas de base réel p_{bn}** : sur une hélice du cylindre de base orthogonale aux hélices de base, longueur de l'arc, comprise entre les hélices de base, de deux flancs homologues consécutifs (figure 12b).

C'est aussi la distance constante entre les hélicoïdes développables de deux flancs homologues consécutifs, mesurée sur l'une quelconque de leurs normales communes.

2.1.1.3.5 Épaisseur et intervalle

Nota : les termes s_t , e_t , s_n et e_n peuvent être : ... de denture ou ... de fonctionnement.

■ **Épaisseur apparente s_t** : dans un plan normal à l'axe, longueur de l'arc du cercle primitif compris entre les deux profils d'une dent (figure 12a).

■ **Épaisseur réelle s_n** : sur une hélice du cylindre primitif orthogonale aux hélices primitives, longueur de l'arc compris entre les deux hélices primitives d'une dent (figure 12a).

■ **Épaisseur de base apparente s_{bt} . Épaisseur de base réelle s_{bn}** : mêmes définitions que précédemment, mais en se plaçant sur le cylindre de base.

■ **Intervalle apparent e_t** : dans un plan normal à l'axe, longueur de l'arc de cercle primitif compris entre les deux profils situés de part et d'autre d'un entre-dents (figure 12a).

■ **Intervalle réel e_n** : sur une hélice du cylindre primitif orthogonale aux hélices primitives, longueur de l'arc compris entre les deux hélices primitives situées de part et d'autre d'un entre-dents (figure 12a).

■ **Écartement réel sur un nombre donné de dents : W_{nk} sur k dents** : dans une roue extérieure à denture hélicoïdale, distance entre deux plans parallèles tangents aux deux flancs extrêmes d'un secteur comprenant k dents :

$$\left. \begin{aligned} W_{nk} &= \text{écartement apparent} \times \cos \beta_b \\ &= (k-1)p_{bn} + s_{bn} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

2.1.1.3.6 Relations fondamentales entre éléments apparents et réels et les différents angles d'hélice

Il existe les relations suivantes entre ces différents éléments apparents et réels :

$$\left. \begin{aligned} p_n &= p_t \cos \beta \\ m_n &= m_t \cos \beta \\ s_n &= s_t \cos \beta \\ e_n &= e_t \cos \beta \\ \text{tg } \alpha_n &= \text{tg } \alpha_t \cos \beta \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$p_{bn} = p_{bt} \cos \beta_b = p_n \cos \alpha_n \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{tg } \beta &= \pi d / p_z \\ \text{tg } \beta_b &= \pi d_b / p_z \\ d_b / d &= \cos \alpha_t \\ \text{tg } \beta_b &= \text{tg } \beta \cdot \cos \alpha_t \\ \sin \beta_b &= \sin \beta \cdot \cos \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

2.1.2 Tracé de référence. Crémaillère génératrice. Primitifs de denture. Primitifs de fonctionnement. Entraxe normal. Denture normale

2.1.2.1 Tracé de la crémaillère de référence

C'est une section, normale à la denture, d'une roue de diamètre infiniment grand (crémaillère), dont le profil sert de base à la définition d'un système d'engrenages cylindrique à denture droite ou hélicoïdale.

La **ligne de référence** est une droite du profil de la crémaillère de référence par rapport à laquelle sont définies les dimensions des dents.

La figure 13 donne le profil normalisé de la crémaillère de référence pour $m = 1$. Ce profil correspond aux **dentures en développante de cercle**. Il a les flancs rectilignes et répond aux caractéristiques suivantes :

- angle de pression 20° ;
- hauteur de dent $2,25 m$.

Les sommets des dents sont à une distance de la ligne de référence égale au module, et l'épaisseur des dents, mesurée sur cette ligne, est égale à l'intervalle.

La valeur de l'arrondi à fond de dents est fixé, pour les cas courants, à environ $0,4 m$. Elle pourra être augmentée jusqu'à une limite de $0,45 m$ dans certains cas particuliers, et pour autant que les conditions d'engrènement le permettent.

Dans le cas d'une **denture hélicoïdale**, les caractéristiques ci-dessus sont les caractéristiques **réelles**.

2.1.2.2 Crémaillère génératrice

L'outil-crémaillère de base, crémaillère génératrice d'un système de roues en développante de cercle, est absolument emboîtable dans la crémaillère de référence (figure 13).

2.1.2.3 Primitif de denture

Soit :

- α_0 angle de pression de la crémaillère génératrice ;
- m_0 module de la crémaillère génératrice ;
- z nombre de dents d'une roue ;

la figure 14 schématise la génération de la denture de la roue à partir de la crémaillère génératrice. La ligne primitive de génération de la crémaillère roule sans glisser sur le cercle primitif de génération de la roue que nous appellerons cercle primitif de denture (ou de référence, ou de génération) (§ 1.2.5).

■ **Diamètre primitif de denture d** : il a une valeur invariable, pour z et m_0 donnés, que la denture soit normale ou déportée (§ 2.1.2.6 et 2.1.6) :

$$d = z m_0 \quad (14)$$

Le diamètre d_b du cercle de base des profils en développante a aussi une valeur invariable :

$$d_b = z m_0 \cos \alpha_0 \quad (15)$$

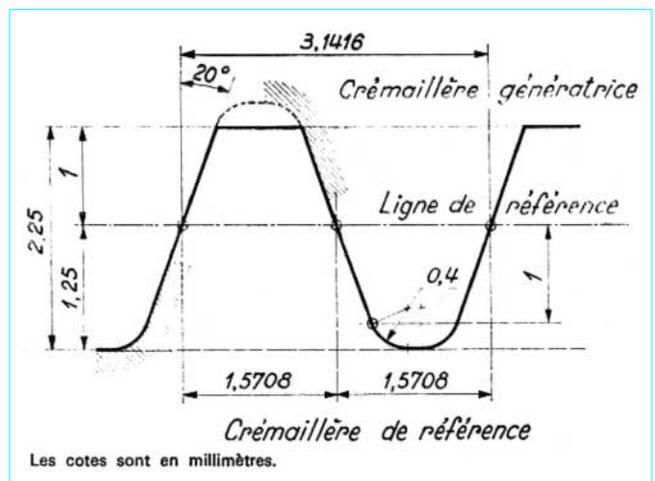


Figure 13 – Tracé de référence normalisé pour $m = 1$

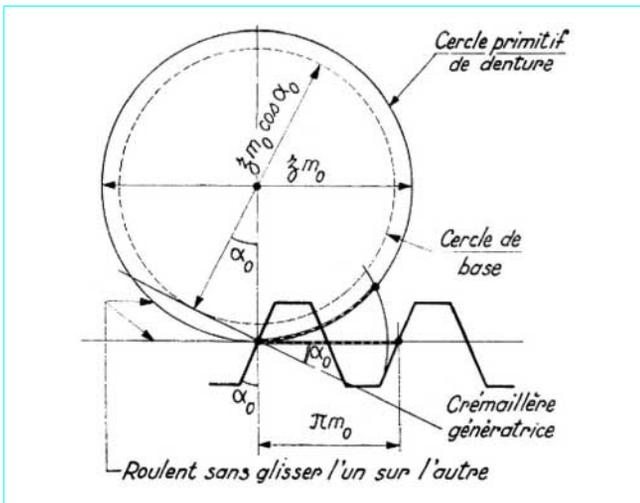


Figure 14 – Génération de la denture de la roue à partir de la crémaillère génératrice

Pour une denture droite, nous avons donc, pour le pignon (indice 1) et pour la roue (indice 2) d'un engrenage :

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= z_1 m_0 \quad \text{et} \quad d_{b1} = z_1 m_0 \cos \alpha_0 \\ d_2 &= z_2 m_0 \quad \text{et} \quad d_{b2} = z_2 m_0 \cos \alpha_0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Pour une denture hélicoïdale, d'angle d'hélice primitif de denture β_0 (angle d'inclinaison des dents de la crémaillère génératrice par rapport à l'axe de la roue), en appelant m_{t0} le module apparent de la crémaillère alors que m_0 est le module réel, nous aurons :

$$\begin{aligned} d &= z m_{t0} = z m_0 / \cos \beta_0 \\ d_1 &= z_1 m_0 / \cos \beta_0 \quad \text{et} \quad d_2 = z_2 m_0 / \cos \beta_0 \end{aligned} \quad (17)$$

■ **Diamètre de base d_b** : en appelant α_{t0} l'angle de pression apparent de la crémaillère génératrice, alors que α_0 est l'angle de pression réel, il est donné par :

$$d_b = d \cos \alpha_{t0} \quad (18)$$

avec $\operatorname{tg} \alpha_{t0} = \operatorname{tg} \alpha_0 / \cos \beta_0$

2.1.2.4 Entraxes

■ **Entraxe normal a** : somme des deux rayons primitifs de denture d'un engrenage :

$$\left. \begin{aligned} a &= m_0 (z_1 + z_2) / 2 \quad \text{pour la denture droite} \\ a &= m_0 (z_1 + z_2) / (2 \cos \beta_0) \quad \text{pour la denture hélicoïdale} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Dans le cas d'un engrenage intérieur, remplacer $z_1 + z_2$ par $z_2 - z_1$.

■ **Entraxe de fonctionnement a'** : c'est l'entraxe effectif de fonctionnement d'un engrenage (figure 15). Comme nous le verrons (§ 2.1.6), il existe des cas d'application où l'entraxe de fonctionnement est différent de l'entraxe normal (dentures déportées avec modification d'entraxe).

2.1.2.5 Primitifs de fonctionnement

Alors que les primitifs de denture peuvent être définis sur des roues isolées, simplement par connaissance de la crémaillère génératrice, au contraire, les primitifs de fonctionnement ne peuvent être définis que pour des engrenages, et à condition que les entraxes de fonctionnement soient connus (figure 15 et § 1.2.5).

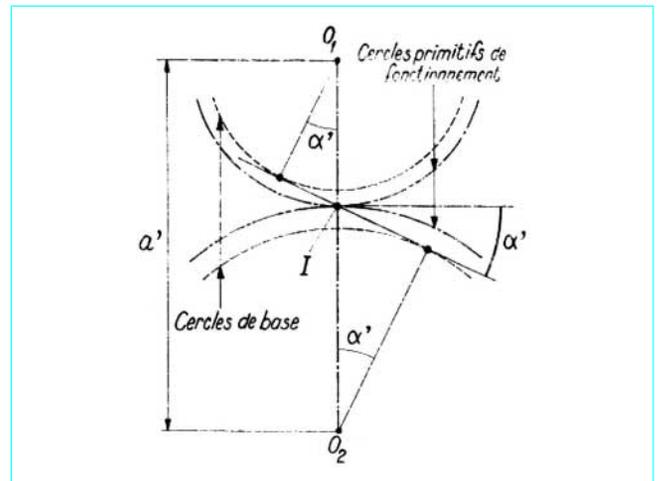


Figure 15 – Profil en développante de cercle : caractéristiques de fonctionnement

Soit :

- d'_1 et d'_2 diamètres primitifs de fonctionnement ;
- ω_1 et ω_2 vitesses angulaires ;
- a' entraxe de fonctionnement ;
- m' module de fonctionnement (m'_t dans le cas d'une denture hélicoïdale) ;
- α' angle de pression de fonctionnement (α'_t dans le cas d'une denture hélicoïdale).

Il existe entre ces éléments les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} d'_1 / d'_2 &= z_1 / z_2 = \omega_2 / \omega_1 \\ d'_1 &= 2 a' z_1 / (z_1 + z_2) \\ d'_2 &= 2 a' z_2 / (z_1 + z_2) \\ m' \text{ ou } m'_t &= 2 a' / (z_1 + z_2) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Pour les engrenages intérieurs, remplacer $z_1 + z_2$ par $z_2 - z_1$.

■ **Cas où l'entraxe de fonctionnement est égal à l'entraxe normal ($a' = a$)** : les primitifs de fonctionnement sont alors confondus avec les primitifs de denture (§ 2.1.2.6 et 2.1.6.2.2).

Pour une denture droite :

$$d'_1 = d_1 = z_1 m_0 \quad d'_2 = d_2 = z_2 m_0 \quad \alpha' = \alpha_0 \quad (21)$$

Dans ce cas, nous utiliserons les symboles sans le signe ('), pour simplifier les écritures.

■ **Cas où l'entraxe de fonctionnement est différent de l'entraxe normal ($a' \neq a$)** : les primitifs de fonctionnement sont alors différents des primitifs de denture (§ 2.1.6.2.3) :

$$d'_1 \neq d_1 \quad d'_2 \neq d_2 \quad \alpha' \neq \alpha_0$$

Pour une denture droite :

$$\cos \alpha' = (a/a') \cos \alpha_0 \quad (22)$$

Pour une denture hélicoïdale, il suffira de considérer les éléments apparents à la place de m_0, m'_0, α_0 et α' :

$$\left. \begin{aligned} m_{t0} &= \frac{m_0}{\cos \beta_0} \\ \operatorname{tg} \alpha_{t0} &= \frac{\operatorname{tg} \alpha_0}{\cos \beta_0} \\ m'_t &= \frac{2 a'}{z_1 + z_2} \text{ ou } \frac{2 a'}{z_2 - z_1} \\ \cos \alpha'_t &= (a/a') \cos \alpha_0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

suivant que l'engrenage est extérieur ou intérieur, et :

$$\cos \alpha'_t = (a/a') \cos \alpha_0$$

avec β_0 angle d'inclinaison des dents de la crémaillère génératrice par rapport à l'axe de la roue.

2.1.2.6 Denture normale

Une denture est dite normale si, pendant la génération, la ligne primitive de génération de la crémaillère génératrice est confondue avec la ligne de référence de celle-ci (figure 16).

Nous avons donc $h_f = 1,25 m_0$ et $h_a = 1 m_0$, soit un vide de fond de dents de $0,25 m_0$ et une hauteur de dent $h = 2,25 m_0$; épaisseur primitive de denture = intervalle primitif de denture = $\pi m_0/2$.

Nota : valeur théorique, sans tenir compte du jeu entre flancs qui sera obtenu pratiquement par un enfoncement un peu plus fort de l'outil.

La figure 16 est relative à un engrenage extérieur.

La figure 17 montre le cas limite théorique d'une denture intérieure normale ; cette denture ne doit pas se prolonger à l'intérieur du cercle de base. On démontre facilement qu'avec l'angle de pression normalisé de 20° , la denture normale intérieure ne peut plus être utilisée lorsque le nombre de dents est inférieur à 33 ; il faudra alors avoir recours à une denture déportée qui sera étudiée par la suite (§ 2.1.6).

2.1.3 Continuité d'engrènement. Rapport de conduite

2.1.3.1 Denture droite

■ **Point d'action** : point de contact de deux profils conjugués.

■ **Ligne d'engrènement** ou **ligne d'action** : lieu des points d'action successifs de deux profils conjugués.

Dans le cas envisagé ici de dentures en développante, la ligne d'action est la tangente commune aux deux cercles de base.

■ **Points limites** : positions initiale et finale du point d'action sur la ligne d'engrènement.

Le point A (figure 18a) où commence l'engrènement est l'intersection de la ligne d'engrènement avec le cercle de tête de la roue menée. Le point B où cesse l'engrènement est l'intersection de la ligne d'engrènement avec le cercle de tête de la roue menante.

■ **Plan d'action** : dans un engrenage à développante, plan parallèle aux axes et tangent aux deux cylindres de base.

■ **Période d'approche** : période comprise depuis le début d'engrènement jusqu'au moment où le point d'action est au point primitif I.

■ **Période de retraite** : période comprise entre le moment où le point d'action est au point primitif I jusqu'à la fin de l'engrènement.

■ **Longueur d'approche g_f** : longueur de ligne d'engrènement parcourue par le point d'action pendant la période d'approche :

$$g_f = AI$$

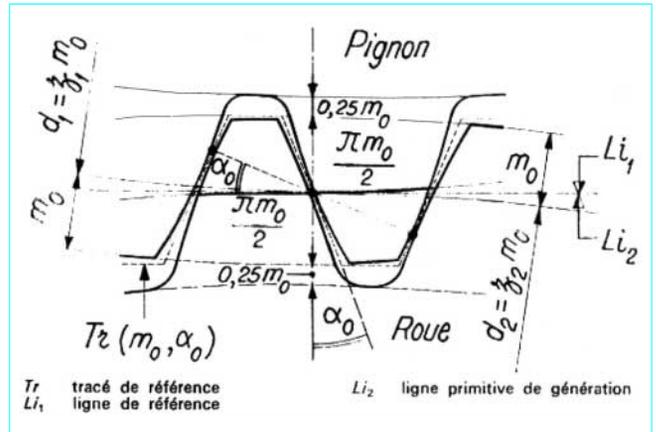


Figure 16 – Engrenage extérieur à denture normale

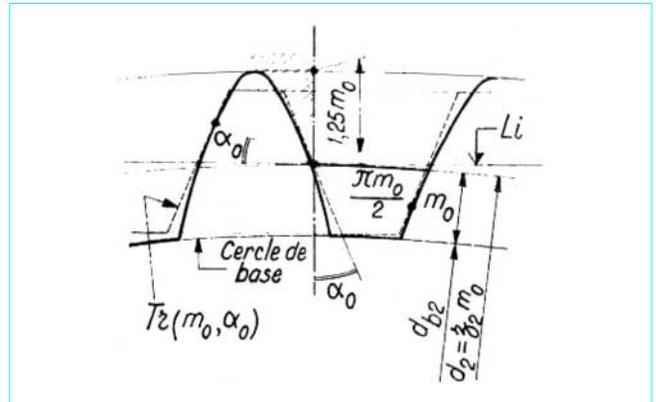


Figure 17 – Roue intérieure : limite d'utilisation de la denture normale : $d_2 = d_{b2} + 2 m_0$

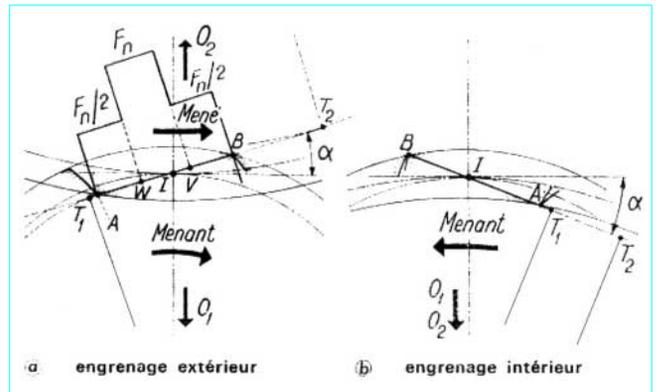


Figure 18 – Denture droite : continuité d'engrènement

■ **Longueur de retraite g_a** : longueur de ligne d'engrènement parcourue par le point d'action durant la période de retraite :

$$g_a = IB$$

■ **Longueur de conduite** g_α : longueur utile de ligne d'engrènement:

$$g_\alpha = AB = g_f + g_a$$

■ **Rapport de conduite** ε_α : quotient de la longueur de conduite par le pas de base :

$$\varepsilon_\alpha = g_\alpha / p_b$$

La limite de la continuité d'engrènement est obtenue pour $g_\alpha = p_b$.

Pour introduire une sécurité, le rapport de conduite devra être au moins de 1,2.

Si nous portons les points V et W , tels que :

$$AV = BW = \text{pas de base}$$

nous constatons qu'un couple de dents conjuguées est seul à transmettre la charge entre VW ; partout ailleurs, il se répartit la charge avec un deuxième couple. Si nous appelons F_n la charge totale transmise, le diagramme (théorique) de variation de la charge sur un couple de dents, se présente comme indiqué sur la figure 18a.

Remarque : nous verrions rapidement sur la figure 18a qu'une augmentation du nombre de dents de l'un quelconque des deux organes de l'engrenage ou une diminution de l'angle de pression, contribue à augmenter la longueur d'action AB , donc à augmenter le rapport de conduite.

2.1.3.2 Denture hélicoïdale

L'engrènement des deux dentures conjuguées commence en A (figure 19), point limite d'engrènement des profils sur les faces avant, mais ne se termine pas au point limite B . Il se poursuit jusqu'à ce que les profils sur les faces arrière aient cessé d'engrener.

La denture hélicoïdale introduit donc une plus grande continuité d'engrènement. Le rapport total de conduite est plus grand qu'avec la denture droite, c'est-à-dire qu'il y a un plus grand nombre de couples de dents se répartissant la charge à chaque instant.

Rapport de conduite :

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_{bt}} = \frac{\text{longueur de conduite apparente}}{\text{pas de base apparent}}$$

Rapport de recouvrement :

$$\varepsilon_\beta = \frac{\widehat{II'}}{p_t} = \frac{b \operatorname{tg} \beta}{\text{pas apparent}} \quad (24)$$

Rapport total de conduite :

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$$

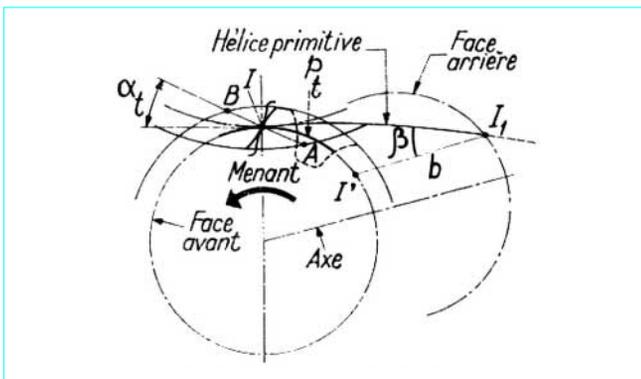


Figure 19 – Denture hélicoïdale : continuité d'engrènement

On pourrait définir ce rapport total de conduite comme le rapport de l'angle dont tourne l'une des roues pendant toute l'action de deux dentures conjuguées par le pas angulaire de cette roue :

$$\text{Pas angulaire d'une roue} = \frac{360^\circ}{\text{nombre de dents de la roue}}$$

2.1.4 Interférences

2.1.4.1 Engrenage extérieur

2.1.4.1.1 Interférence géométrique entre les profils en développante

Pour que le contact s'effectue correctement, les deux profils conjugués doivent rester constamment tangents. Dans tous les cas où le contact se fait différemment, on dit qu'il y a interférence.

Considérons la figure 20 ; P_1 et P_2 sont deux profils conjugués, et nous supposons, pour commencer, que les développantes vont jusqu'à leur cercle de base respectif. La roue inférieure O_2 étant menante, le point de contact se déplace vers T_1 , point de contact du cercle de base de la roue menée et de la ligne d'engrènement. Jusqu'à ce point, les deux profils restent tangents. Par contre, si l'engrènement se poursuit au-delà, les deux profils se pénètrent l'un l'autre : il y a interférence.

Pour éviter l'interférence dans la zone considérée, il ne faut donc pas que la saillie de la roue menante dépasse la valeur limite t_2 définie par un cercle de tête passant par le point T_1 . Par analogie, il ne faut pas que le cercle de tête de la roue menée ait un diamètre supérieur à celui du cercle limite passant par T_2 .

Les deux points limites T_1 et T_2 sont appelés **points d'interférence**.

S'il y a un jeu entre-flancs suffisant, la transmission n'est certes pas arrêtée, mais le contact ne s'effectuant plus tangentiellement, il en résulte des conditions très défavorables pour l'usure et le bruit.

2.1.4.1.2 Interférence de taillage

Si, comme l'indique la figure 21, nous considérons maintenant, à la place de la roue O_1 , un outil-pignon de taillage, dans toutes les zones d'interférences, nous aurons un enlèvement trop important de matière. Dans le cas de la figure, les dents se trouveront dépouillées au sommet et dégagées au pied.

Si nous appelons y_0 la saillie unitaire de la crémaillère, nous serons à la limite de l'interférence pour un nombre de dents z' défini par :

$$z' = 2 y_0 / \sin^2 \alpha_0 \quad (25)$$

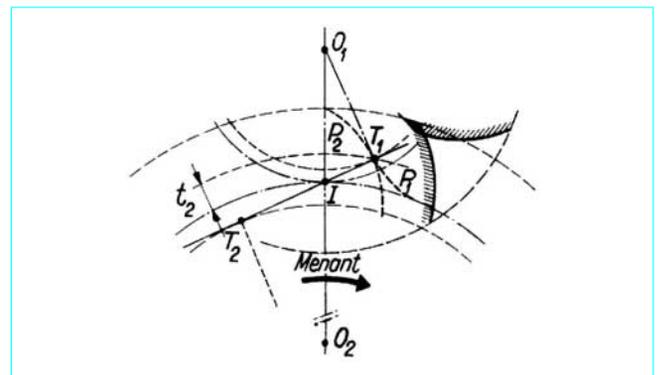


Figure 20 – Engrenage extérieur : interférence géométrique entre les profils en développante

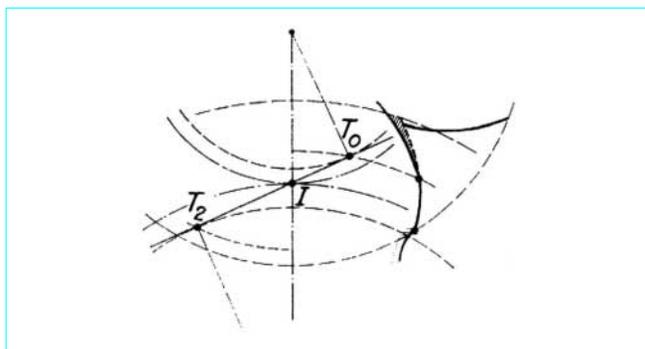


Figure 21 – Outil-pignon : interférence de taillage

L'interférence se produit d'autant plus que le nombre de dents de la roue augmente et que celui du pignon diminue. La figure 22 représente le cas très défavorable du taillage d'un petit pignon avec une crémaillère ; nous constatons les effets très fâcheux de l'interférence de taillage.

Dans le cas d'un outil-crémaillère de saillie unitaire active $\gamma_0 = 1$ (c'est-à-dire sans tenir compte de l'arrondi au sommet), taillant une denture normale :

$$z' = 2/\sin^2 \alpha_0 \quad (26)$$

ce qui, avec $\alpha_0 = 20^\circ$, donne $z' = 17$ dents.

Nous ne pouvons donc pas tailler un pignon à denture normale ayant moins de 17 dents (§ 2.1.6).

2.1.4.1.3 Interférence pratique avec le profil de raccord

L'interférence géométrique précédente est très souvent dépassée par l'interférence pratique qui peut se produire entre le sommet des dents d'une roue et les flancs de raccord de la roue conjuguée.

La figure 23a schématise l'opération de taillage d'un pignon O_1 avec un outil circulaire. Le point limite d'action A définit le point limite du profil en développante (§ 2.1.3.1) ; il est facile de voir que le profil de raccord est d'autant plus important que le nombre de dents de l'outil-pignon est faible. Le profil en développante ne s'étend jusqu'à son cercle de base que lorsqu'on est à la limite de l'interférence de taillage. Faisons engrener maintenant le pignon ainsi taillé avec une roue conjuguée (figure 23b) ; l'engrènement s'étend jusqu'au point limite A' , d'autant plus éloigné du point primitif que le nombre de dents de la roue est important. Il peut se produire que le rayon O_1A' soit plus petit que le rayon O_1A : le contact se fait alors sur une partie du flanc de raccord et est incorrect, bien que l'interférence géométrique n'existe pas.

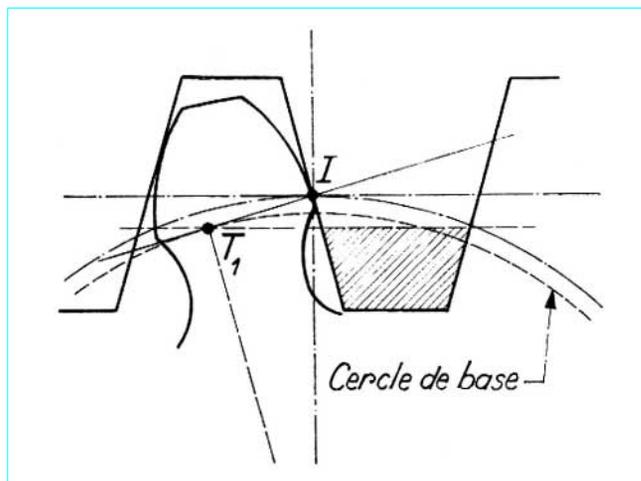


Figure 22 – Outil-crémaillère : interférence de taillage, cas d'un pignon de 8 dents à denture normale

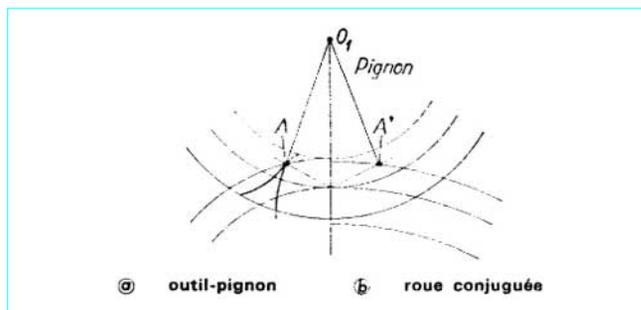


Figure 23 – Interférence pratique avec profil de raccord

des proportions normales pour la denture de la roue, nous constaterons que IA' étant toujours plus grand que IA , nous avons toujours une partie de l'engrènement qui se fait sur le flanc de raccord du pignon. Pour l'éviter ce, il faut, dans tous les cas, raccourcir la saillie des dents de la roue, de la quantité x . Il est bien évident que ces conditions sont encore plus défavorables si le taillage du pignon est fait avec un outil circulaire, le profil de raccord étant plus important.

2.1.4.2.3 Interférence géométrique secondaire

Considérons la figure 24b. Les profils conjugués vont cesser d'engrener en B ; ils resteront ensuite tangents sur leurs prolongements en un point de la ligne d'engrènement IT_1T_2 . Si les nombres de dents z_1 et z_2 sont trop voisins, il peut se faire que ces profils reviennent à nouveau en contact ; la figure représente le moment où la dent du pignon vient buter sur la pointe de la dent de la roue. La courbe W étant la trajectoire de la pointe de la dent du pignon, nous voyons que la dent de la roue sera écornée. Pour éviter cela, la différence $(z_2 - z_1)$ ne doit pas être inférieure à la valeur limite donnée par la figure 26.

Exemple : avec une denture normale, de saillie unitaire $\gamma_0 = 1$, et l'angle de pression normalisé 20° , $(z_2 - z_1)_{limite} = 8$ dents, soit :

- avec $z_2 = 50$, $(z_1)_{limite} = 42$ dents,
- avec $z_2 = 100$, $(z_1)_{limite} = 92$ dents.

Avec une denture basse, définie par une saillie unitaire $\gamma_0 = 0,75$ et l'angle de pression 20° , $(z_2 - z_1)_{limite} = 6$ dents.

Remarque : cette interférence ne peut pas se produire si le taillage est effectué avec un outil-crémaillère normalisé, le rayon O_1A étant toujours plus petit que O_1A' .

2.1.4.2 Engrenage intérieur

2.1.4.2.1 Interférence géométrique primaire

Cette interférence correspond exactement à l'interférence géométrique de l'engrenage extérieur. Elle se produit si l'engrènement dépasse le point d'interférence T_1 du pignon, c'est-à-dire si le rayon de tête de la roue a une valeur inférieure à O_2T_1 (figure 24).

2.1.4.2.2 Interférence pratique entre le sommet des dents de la roue et le flanc de raccord du pignon

La figure 25a schématise l'opération de taillage du pignon avec un outil-crémaillère normalisé. Le profil en développante s'étend jusqu'en A. Faisons engrener ce pignon avec la roue intérieure conjuguée (figure 25b) : l'engrènement s'étend jusqu'en A'. Avec

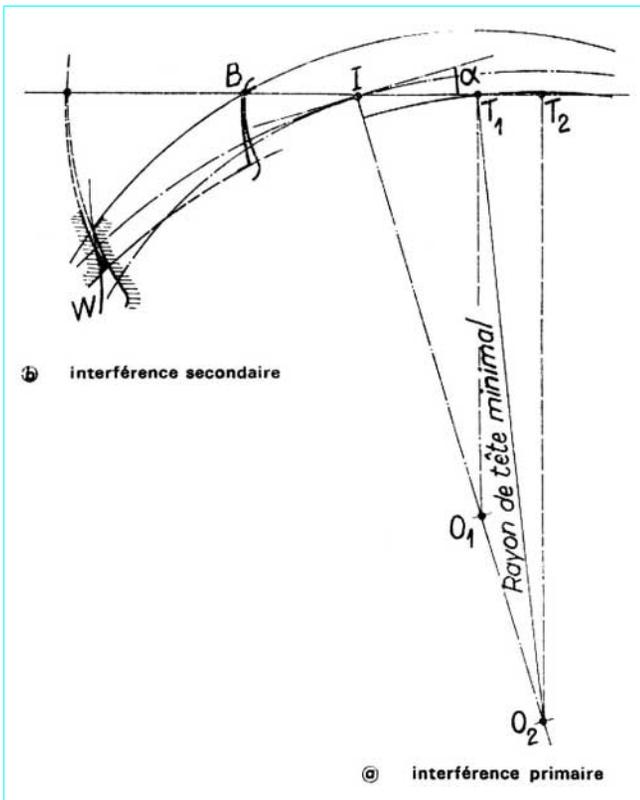


Figure 24 - Engrenage intérieur : interférences géométriques

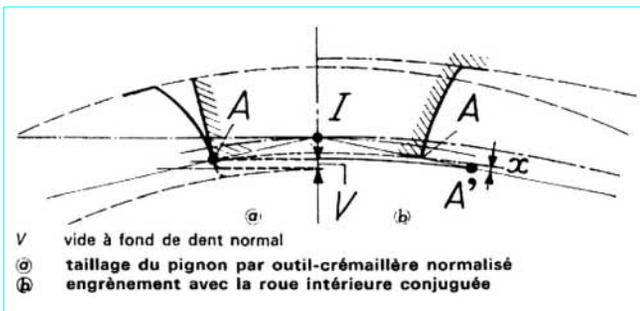


Figure 25 - Engrenage intérieur : interférence pratique avec le flanc de raccord du pignon

Dans le cas d'une denture déportée (§ 2.1.6.2.2), on pourra, pour les besoins pratiques, considérer la moyenne des saillies unitaires du pignon et de la roue.

Nota : une méthode théorique plus générale, due à Monsieur le Recteur J. Capelle, est présentée dans le Bulletin n° 7 de la SEIE.

2.1.4.2.4 Interférence de taillage de la roue

Nous pouvons amener un pignon en position d'engrènement avec une roue intérieure, soit par enfoncement latéral (figure 27a), soit par enfoncement radial (figure 27b).

L'enfoncement latéral peut toujours être réalisé. Par contre, lorsque la différence des nombres de dents n'est pas suffisante, l'enfoncement radial n'est plus possible : les dents du pignon butent contre celles de la roue, avant que l'entraxe ne soit obtenu. Si nous nous plaçons dans les circonstances de taillage de la roue avec un

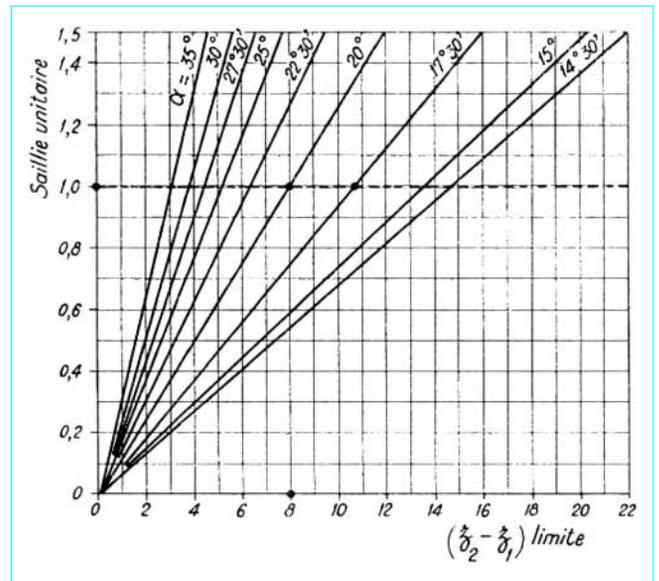


Figure 26 - Engrenage intérieur : conditions limites pour éviter l'interférence secondaire

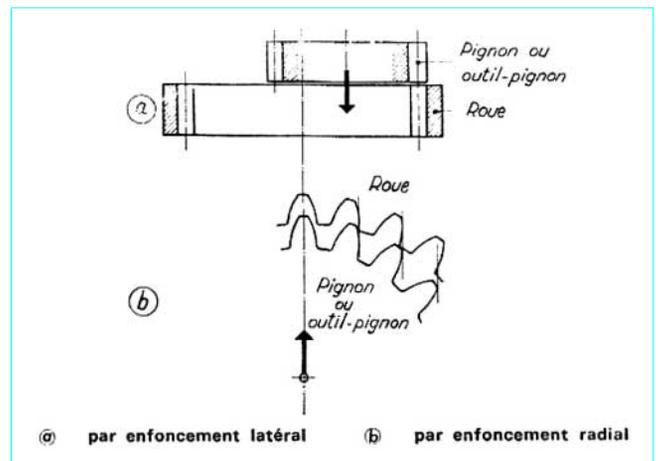


Figure 27 - Mises à l'entraxe

outil-pignon, l'enfoncement de l'outil jusqu'à la profondeur de taillage est radial ; si cet outil a un nombre de dents trop grand, il écornera toutes les dents de la couronne.

Remarque : comme règle pratique simple, disons que la différence entre les nombres de dents de la couronne et de l'outil doit être d'au moins 14 avec l'angle de pression de 20°, et davantage encore lorsque l'angle de pression diminue.

2.1.5 Glissement

Nota : pour les rappels de cinématique, le lecteur pourra se reporter au *Traité théorique et pratique des Engrenages*.

Les profils conjugués étant des courbes enveloppes l'une par rapport à l'autre, elles *roulent* donc l'une sur l'autre *en glissant*.

La vitesse de glissement v_g en un point M quelconque, est donnée par :

$$v_g = (\omega_1 \pm \omega_2) \cdot IM \quad (27)$$

avec I point primitif,
 ω_1 et ω_2 vitesses angulaires du pignon et de la roue,
 signe + si engrenage extérieur,
 signe - si engrenage intérieur.

La figure 28 permet de mettre en évidence le glissement et sa variation. La longueur d'action AB est divisée en 6 intervalles égaux. Les points A, C, D, E, F, G, B sont rabattus sur les profils du pignon et de la roue, de manière à montrer les arcs correspondants des profils durant l'engrènement.

Ainsi :

- $\widehat{a_1c_1}$ correspond à $\widehat{a_2c_2}$ d'où glissement = $\widehat{a_1c_1} - \widehat{a_2c_2}$
- $\widehat{c_1d_1}$ correspond à $\widehat{c_2d_2}$ d'où glissement = $\widehat{c_1d_1} - \widehat{c_2d_2}$
-
- $\widehat{g_1b_1}$ correspond à $\widehat{g_2b_2}$ d'où glissement = $\widehat{g_2b_2} - \widehat{g_1b_1}$

Nous vérifions que le glissement s'annule au point primitif, va en augmentant au fur et à mesure que le point d'action s'écarte du point primitif, et change de sens au point primitif.

Pour mieux mettre en évidence la répercussion du glissement sur l'usure, il est intéressant de considérer le rapport du glissement à la longueur d'arc de profil sur lequel s'effectue ce glissement. Ce rapport, appelé *rapport glissement/roulement* ou *glissement spécifique* a une valeur différente pour le pignon et la roue.

La valeur moyenne des glissements spécifiques de A à C est :

$$\left. \begin{aligned} \text{— pour le pignon : } & g_{s1} = \frac{\widehat{a_1c_1} - \widehat{a_2c_2}}{\widehat{a_1c_1}} \\ \text{— pour la roue : } & g_{s2} = \frac{\widehat{a_1c_1} - \widehat{a_2c_2}}{\widehat{a_2c_2}} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Il est évidemment intéressant d'avoir la plus faible valeur possible du glissement spécifique.

En considérant un espace de temps infiniment petit, on arrive à la notion de *rapport glissement instantané/roulement*.

Rappelons simplement la formule permettant de déterminer le glissement spécifique en un point M quelconque d'action (figure 29):

$$\left. \begin{aligned} \text{— pour le pignon : } & |g_{s1}| = \left| \frac{\omega_1 \cdot T_1M - \omega_2 \cdot T_2M}{\omega_1 \cdot T_1M} \right| = \left| 1 - \frac{1}{i} \frac{T_2M}{T_1M} \right| \\ \text{— pour la roue : } & |g_{s2}| = \left| \frac{\omega_1 \cdot T_1M - \omega_2 \cdot T_2M}{\omega_2 \cdot T_2M} \right| = \left| i \frac{T_1M}{T_2M} - 1 \right| \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

avec $i = z_2/z_1 = \omega_1/\omega_2$.

Sur la figure 29, nous pouvons suivre la variation de la vitesse de glissement et du rapport glissement/roulement. Les valeurs maximales de ces caractéristiques ont lieu aux points limites d'engrènement.

2.1.6 Dentures corrigées

2.1.6.1 Introduction

2.1.6.1.1 But des corrections de denture

La première utilisation des dentures corrigées est liée à la lutte contre l'interférence. Pendant très longtemps, ce défaut fut évité grâce à l'adoption des dentures basses (dentures Stub par exemple) : bien que ces dentures eussent en plus une grande résistance à la flexion, elles furent vite critiquées à cause de la grande diminution du rapport de conduite qu'elles entraînaient (le rapport de conduite a une très grande influence dans les transmissions modernes où l'on cherche de plus en plus le silence de fonctionnement). Comme nous le verrons, l'adoption des dentures corrigées permet l'élimination très facile des interférences, tout en conservant une hauteur normale des dents, c'est-à-dire sans diminution sensible du rapport de conduite.

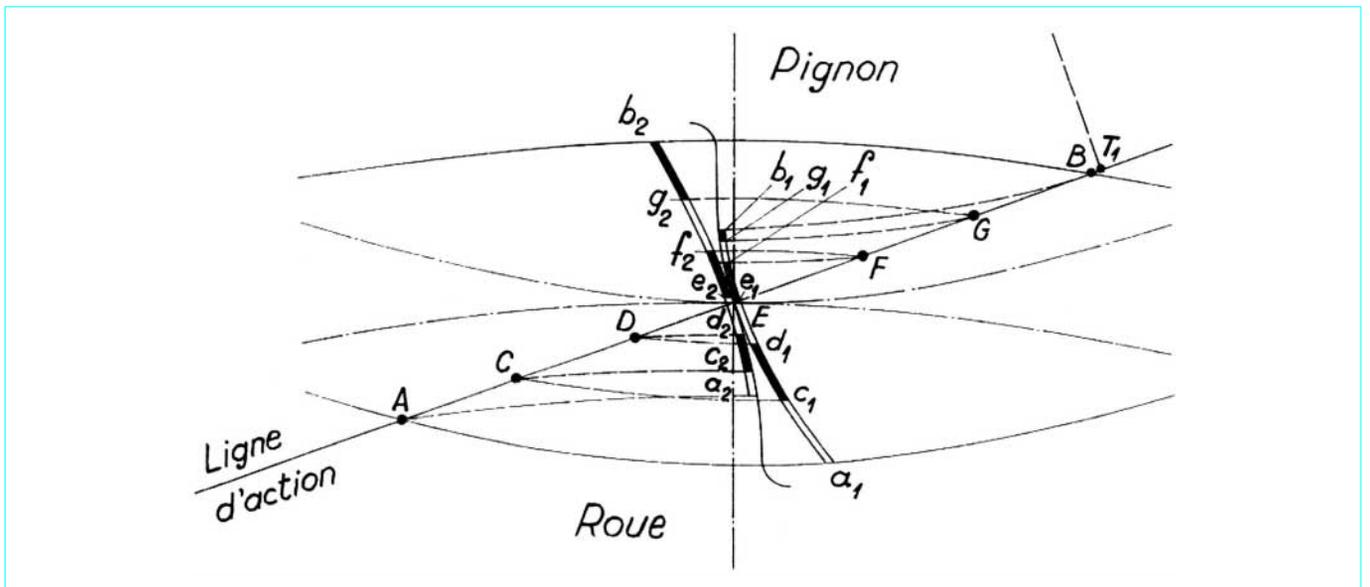


Figure 28 – Étude du glissement sur des engrenages parallèles

On s'aperçut ensuite que l'on pouvait tirer beaucoup d'autres avantages des corrections de denture. Max Maag mit au point, le premier, un système de correction qui permet de tirer parti au maximum des propriétés extrêmement intéressantes de la développante de cercle. En faisant des corrections plus importantes que ne l'exigerait la seule question de l'interférence, nous verrons (§ 2.1.6.3.2 et 2.1.6.4) qu'il est possible d'améliorer considérablement la résistance des dents à la rupture et à la pression superficielle. Il convient de faire remarquer que le développement toujours plus intense des dentures corrigées provient également du fait qu'elles sont exécutées avec les outils normaux, sans aucune augmentation de prix par rapport aux dentures normales. Dans beaucoup d'applications anciennes, l'adoption des dentures corrigées serait à elle seule souvent plus intéressante que l'adoption d'aciers spéciaux traités.

Nous commencerons par définir les dentures corrigées et nous indiquerons le mécanisme général d'application avec des exemples pratiques. Nous donnerons ensuite les valeurs pratiques adoptées pour les dépôts, et nous verrons, sur un certain nombre d'exemples, les avantages très intéressants qui en résultent.

Certains exemples montreront également une autre utilisation intéressante des corrections de dentures qui permettent de réaliser un entraxe imposé quelconque avec la gamme normale des modules d'outils.

2.1.6.1.2 Cas des engrenages multiplicateurs

Sans entrer dans le détail, indiquons seulement qu'il n'est pas recommandé de faire des corrections de denture dans le cas d'engrenages multiplicateurs. Il faut alors prendre pour le pignon un nombre de dents suffisant (au moins 30), permettant d'envisager une denture normale.

Nota : le lecteur pourra aussi se reporter au Cours Complémentaire de J. Capelle et au Bulletin n° 26 de la SEIE.

2.1.6.2 Problème général et mécanisme des corrections

■ **Denture déportée :** une denture est dite *déportée* si, pendant sa génération à partir de la crémaillère génératrice, la ligne primitive de génération de celle-ci n'est pas confondue avec la ligne de référence ; la ligne de référence n'est alors pas tangente au cercle primitif de denture de la roue (figure 30).

■ **Déplacement de profil :** distance entre la ligne de référence de la crémaillère génératrice et la ligne primitive de génération de celle-ci (figure 30).

■ **Déport x :** rapport du déplacement de profil au module de l'outil.

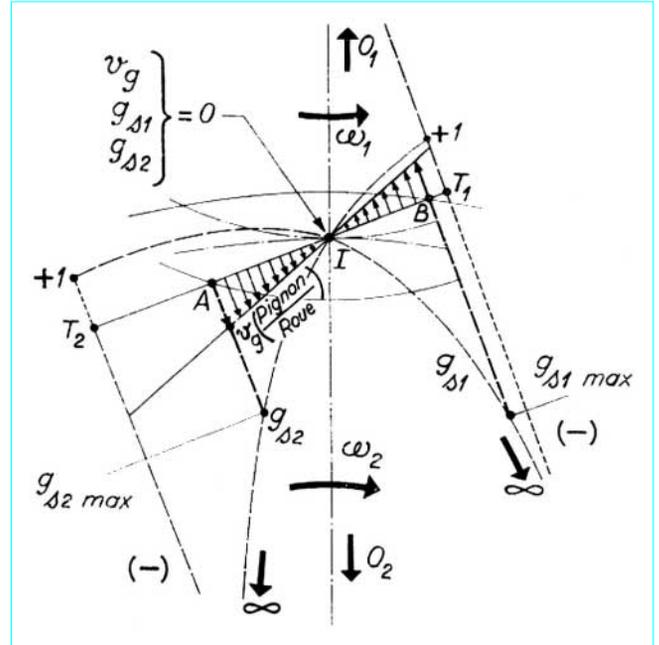


Figure 29 - Engrenage extérieur : variations de la vitesse de glissement et des glissements spécifiques au cours de l'engrènement

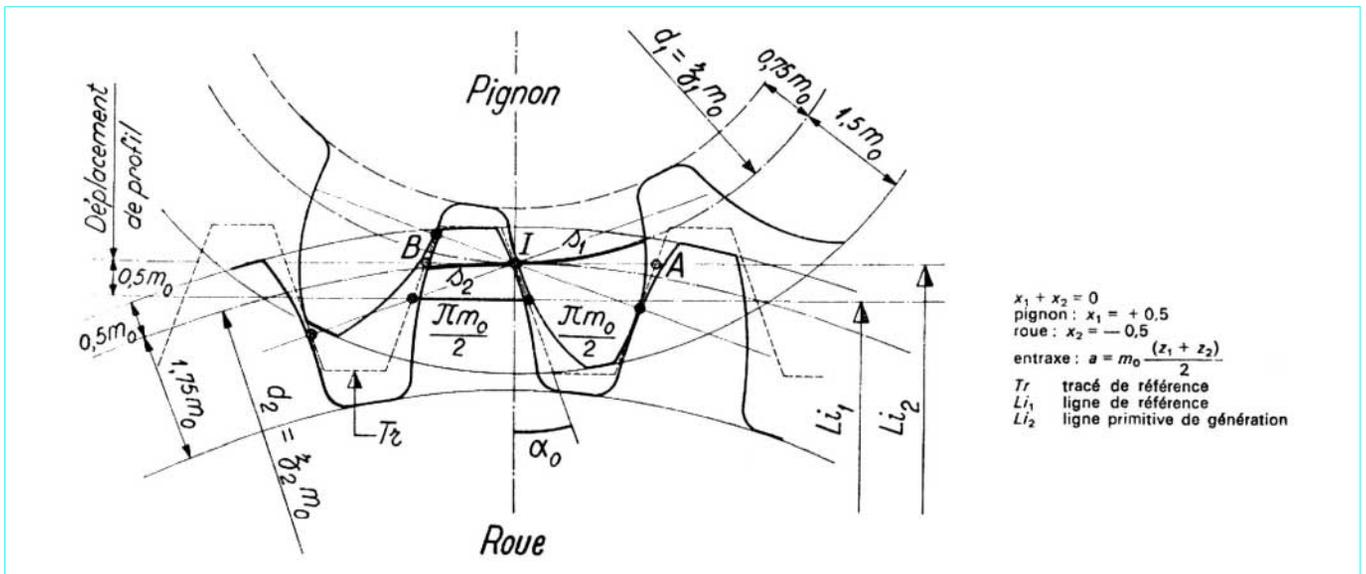


Figure 30 - Engrenage extérieur : correction de denture sans variation d'entraxe

$x_1 + x_2 = 0$
 pignon : $x_1 = +0,5$
 roue : $x_2 = -0,5$
 entraxe : $a = m_o \frac{(z_1 + z_2)}{2}$
 T_r tracé de référence
 Li_1 ligne de référence
 Li_2 ligne primitive de génération

2.1.6.2.1 Convention de signes

■ Dentures extérieures

● **Déport positif** : le déport est positif si la ligne de référence de la crémaillère génératrice est extérieure au cercle primitif de denture de la roue (figure 30 : pignon).

● **Déport négatif** : le déport est négatif si la ligne de référence de la crémaillère génératrice coupe le cercle primitif de denture de la roue (figure 30 : roue).

La figure 30 permet de définir les caractéristiques de dentures avec déport positif ou négatif.

x est considéré en valeur algébrique (+ ou -), x_1 pour pignon, x_2 pour roue et s est l'épaisseur des dents sur le cercle primitif de denture (s_1 pour pignon, s_2 pour roue).

Comme le cercle primitif de génération du pignon ou de la roue roule sans glisser sur la ligne primitive de génération de la crémaillère génératrice, cela revient à dire que l'épaisseur des dents du pignon ou de la roue sur leur cercle primitif de génération est égale à l'intervalle correspondant de la crémaillère sur la ligne primitive de génération. Ainsi, sur la figure 30 relative à une correction de denture sans variation d'entraxe, $s_1 = IA$ et $s_2 = IB$.

On a :

- diamètre primitif de denture = zm_0
- saillie = $m_0 (1 + x)$
- creux = $m_0 (1,25 - x)$
- hauteur de dent = $2,25 m_0$

$$s = m_0 \left(\frac{\pi}{2} + 2x \operatorname{tg} \alpha_0 \right) \quad (30)$$

(valable pour pignon et roue, les déports x_1 ou x_2 étant considérés en valeur algébrique).

■ Dentures intérieures

Nous adopterons la même convention de signes du déport que pour une denture extérieure. Nous considérerons la crémaillère génératrice, qui ne peut être évidemment qu'imaginaire, et nous dirons que le déport est positif lorsque la ligne de référence de cette crémaillère est extérieure au cercle primitif de génération de la denture.

L'épaisseur de la roue est alors donnée par la formule :

$$s_2 = m_0 \left(\frac{\pi}{2} - 2x_2 \operatorname{tg} \alpha_0 \right)$$

2.1.6.2.2 Engrenage à denture déportée, sans variation d'entraxe

■ Engrenage extérieur

Un engrenage à denture déportée sans variation d'entraxe fonctionne à l'entraxe normal a (§ 2.1.2.5). Les primitifs de fonctionnement sont alors confondus avec les primitifs de denture ; le pas sur ces cercles primitifs est donc égal à πm_0 :

$$s_1 + s_2 = \pi m_0 \quad (31)$$

En se reportant à la formule (30), cela ne peut être obtenu que si :

$$x_1 + x_2 = 0 \quad \text{ou} \quad x_2 = -x_1 \quad (32)$$

Exemple : la figure 30 donne l'application :

$$\begin{aligned} x_1 &= +0,5 & s_1 &= m_0 \left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{tg} \alpha_0 \right) \\ x_2 &= -0,5 & s_2 &= m_0 \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{tg} \alpha_0 \right) \end{aligned}$$

■ Engrenage intérieur

Les conditions (31) et (32) de l'engrenage extérieur deviennent, avec la convention de signes exposée (§ 2.1.6.2.1) et le fonctionnement se faisant à l'entraxe normal a (figure 31) :

$$\begin{aligned} s_1 + s_2 &= \pi m_0 \\ x_2 - x_1 &= 0 \quad \text{ou} \quad x_2 = x_1 \end{aligned}$$

Exemple : la figure 31 est relative à un engrenage intérieur pour lequel :

$$x_1 = +0,5 \quad \text{et} \quad x_2 = +0,5$$

d'où :

$$\begin{aligned} s_1 &= m_0 \left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{tg} \alpha_0 \right) \\ s_2 &= m_0 \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{tg} \alpha_0 \right) \end{aligned}$$

mêmes valeurs que pour l'engrenage extérieur de la figure 30.

2.1.6.2.3 Engrenage à denture déportée, avec variation d'entraxe

■ Denture extérieure

Les formules (31) et (32) nous conduisent naturellement aux relations suivantes :

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\neq 0 \\ s_1 + s_2 &\neq \pi m_0 \end{aligned}$$

entraxe de fonctionnement $a' \neq$ entraxe normal a .

Comme une augmentation d'épaisseur des dents sur les cercles primitifs de génération conduit à une augmentation d'entraxe, et inversement, nous pouvons écrire les relations générales suivantes [se reporter également à la formule (22) donnant la relation entre l'angle de pression de fonctionnement α' et l'angle de pression de l'outil de génération α_0], pour un engrenage extérieur à denture droite :

$$\begin{cases} \text{si } x_1 + x_2 > 0, & s_1 + s_2 > \pi m_0, & a' > a, & \alpha' > \alpha_0 \\ \text{si } x_1 + x_2 < 0, & s_1 + s_2 < \pi m_0, & a' < a, & \alpha' < \alpha_0 \end{cases} \quad (33)$$

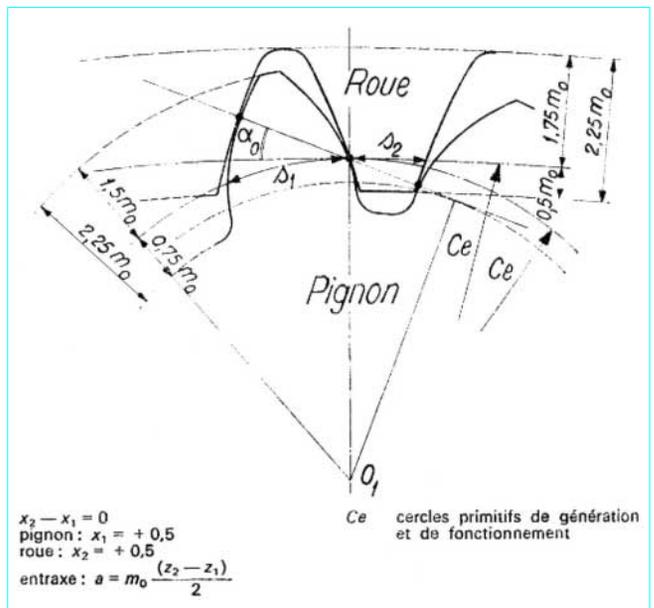


Figure 31 – Engrenage intérieur : correction de denture sans variation d'entraxe

L'entraxe de fonctionnement étant différent de l'entraxe normal, les cercles primitifs de fonctionnement sont alors différents des cercles primitifs de génération (figure 32).

Nous n'allons pas traiter en détail la théorie des corrections de denture avec variation d'entraxe ; nous allons simplement insister sur certains points extrêmement importants, qui nous paraissent essentiels.

■ **Valeur de l'augmentation d'entraxe** : la figure 33 représente les crémaillères génératrices d'un pignon et d'une roue, supposées emboîtées l'une dans l'autre. Le pignon et la roue sont positionnés par rapport aux crémaillères, et sont tous deux exécutés avec un déport positif. Nous avons donc :

$$x_1 + x_2 > 0$$

Nous avons choisi un déport positif pour la roue, uniquement pour la clarté de la figure ; les résultats de la discussion ultérieure resteraient inchangés même avec $x_2 < 0$, à condition évidemment d'avoir $x_1 + x_2 > 0$.

L'entraxe réalisé sur la figure 33 a comme valeur :

$$a_1 = a + m_0 (x_1 + x_2)$$

Nous constatons que cet entraxe ne peut pas être adopté comme entraxe de fonctionnement, les dents du pignon et de la roue ne se touchant pas. L'entraxe de fonctionnement a' est donc plus grand que l'entraxe normal a , mais plus petit que a_1 .

L'augmentation d'entraxe ($a' - a$) est donc toujours plus petite que la somme des déplacements de profils :

$$a' - a < (x_1 + x_2) m_0$$

La formule (22) :

$$a' = a \cos \alpha_0 / \cos \alpha'$$

avec

$$a = m_0 (z_1 + z_2) / 2$$

donne la valeur de l'entraxe si α' est connu.

Sans entrer dans le détail des calculs, indiquons seulement que l'angle de pression de fonctionnement α' à l'entraxe a' peut être déterminé, en fonction de l'angle de pression α_0 , à l'aide de la formule suivante (pour un engrenage extérieur à denture droite) :

$$\text{inv } \alpha' = \text{inv } \alpha_0 + 2 \text{tg } \alpha_0 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \quad (34)$$

Une table des fonctions involutes permet de déterminer α' .

■ **Raccourcissement de saillie** : comme nous sommes obligés de diminuer l'entraxe a_1 de la figure 33, nous constatons qu'il est nécessaire de réduire la saillie du pignon et de la roue pour conserver le jeu à fond de dents normal. Nous appellerons Km_0 cette réduction.

■ **Méthode de calcul pratique** : connaissant les déports x_1 et x_2 effectués sur le pignon et la roue, de nombres de dents respectifs z_1 et z_2 , les formules (34) et (22) permettent de calculer successivement α' et a' . Indiquons cependant une méthode pratique plus rapide :

$$\left. \begin{aligned} \text{Posons} & \quad B = 2(x_1 + x_2) / (z_1 + z_2) \\ \text{et} & \quad (22) \quad B_v = (\cos \alpha_0 / \cos \alpha') - 1 \\ \text{soit d'après} & \quad a' = a (1 + B_v) \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

L'abaque (figure 34) donne directement la relation entre B et B_v , pour un angle de pression de crémaillère génératrice de 20° , dentures extérieures ou intérieures, droites ou hélicoïdales.

Nota : pour d'autres valeurs d'angle de pression, le lecteur pourra se reporter au tome I du *Traité théorique et pratique des Engrenages*.

Les formules (35) permettent de calculer rapidement la réduction de saillie :

$$Km_0 = a_1 - a' = [a + (x_1 + x_2) m_0] - [a + (a' - a)]$$

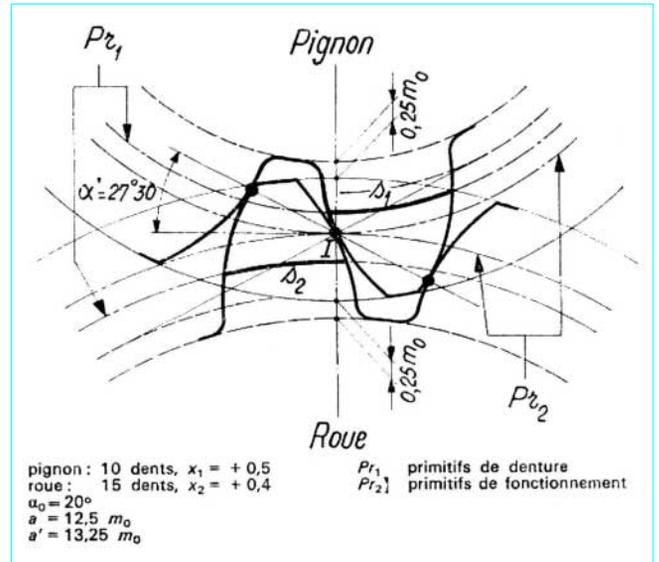


Figure 32 – Engrenage extérieur : correction de denture avec variation d'entraxe [pour a' , se reporter à (22)]

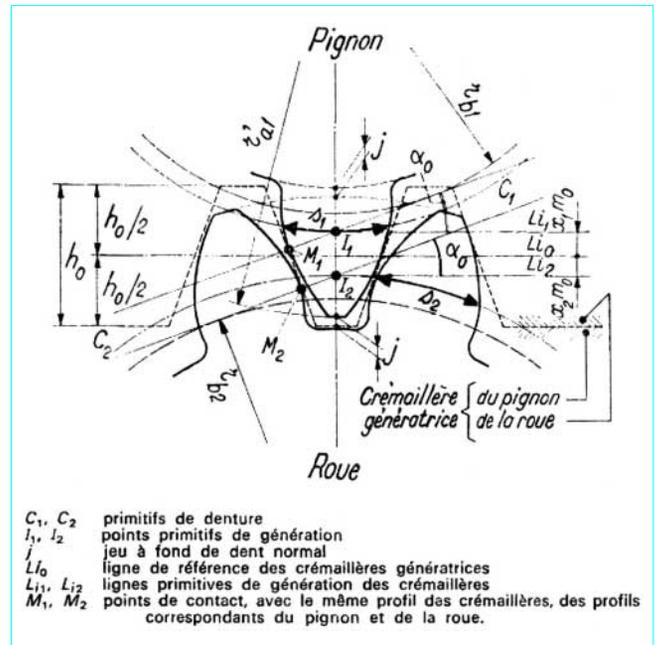


Figure 33 – Correction de denture avec variation d'entraxe : augmentation d'entraxe toujours inférieure à la somme des déplacements de profils

On arrive à la valeur du coefficient de raccourcissement de saillie :

$$K = (B - B_v) \frac{z_1 + z_2}{2} \quad (36)$$

Nous verrons, dans les exemples numériques, comment il est possible de calculer les cotes générales des dentures à partir de ces résultats.

■ **Engrenage extérieur à denture droite**

Angle d'inclinaison primitive $\beta_0 = 0$.

● *Dépôts donnés, entraxe non imposé ; on donne $z_1 = 10 ; z_2 = 15 ; m_0 = 5 ;$ soit $a = 62,5 \text{ mm} ; x_1 = + 0,50 ; x_2 = 0,40 :$*

$$B = 2 (0,50 + 0,40)/(10 + 15) = + 0,072$$

L'abaque (figure 34) donne : $B_v = + 0,060$, soit :

— entraxe de fonctionnement :

$$a' = 62,5 (1 + 0,060) = 66,25 \text{ mm}$$

— coefficient de raccourcissement de saillie :

$$K = (0,072 - 0,060)(10 + 15)/2 = 0,15$$

— hauteur de denture :

$$m_0 (2,25 - K) = 5 (2,25 - 0,15) = 10,5 \text{ mm}$$

— diamètre de tête du pignon :

$$d_{a1} = m_0 (z_1 + 2 + 2x_1 - 2K) = 63,50 \text{ mm}$$

— diamètre de tête de la roue :

$$d_{a2} = m_0 (z_2 + 2 + 2x_2 - 2K) = 87,50 \text{ mm}$$

— diamètres primitifs de fonctionnement :

$$d'_1 = \frac{2a'z_1}{z_1 + z_2} = 53 \text{ mm} \quad d'_2 = \frac{2a'z_2}{z_1 + z_2} = 79,50 \text{ mm}$$

— angle de pression de fonctionnement avec $\alpha_0 = \alpha_{n0} = 20^\circ :$

$$\cos \alpha' = (a/a') \cos \alpha_0 \quad \text{soit} \quad \alpha' = 27^\circ 30'$$

La figure 32 représente cet engrenage.

● *Entraxe imposé conduisant à une correction avec augmentation d'entraxe : on donne $z_1 = 20, z_2 = 40$, entraxe imposé : $a' = 303 \text{ mm}$, soit un module de fonctionnement :*

$$m' = 2 a'/(z_1 + z_2) = 10,10 \text{ mm}$$

Il est absolument inutile de fabriquer un outil spécial de module 10,10. Nous prendrons l'outil normalisé de module $m_0 = 10$, et d'angle de pression $\alpha_0 = 20^\circ$.

L'entraxe normal correspondant serait :

$$a = 10 (20 + 40)/2 = 300 \text{ mm}$$

Nous avons donc à réaliser une correction avec augmentation d'entraxe de 3 mm :

$$\cos \alpha' = (300/303) \cos 20^\circ \quad \text{soit} \quad \alpha' = 21^\circ 30'$$

$$B_v = (\cos 20^\circ/\cos 21^\circ 30') - 1 = (303/300) - 1 = + 0,010$$

L'abaque (figure 34) donne :

$$B = + 0,010 6$$

soit $x_1 + x_2 = B (z_1 + z_2)/2 = + 0,32$

Nous adopterons par exemple, compte tenu des remarques que nous ferons (§ 2.1.6.5) :

$$x_1 = + 0,32 \quad \text{denture déportée}$$

$$x_2 = 0 \quad \text{denture normale}$$

Le coefficient de raccourcissement de saillie a pour valeur :

$$K = (0,010 6 - 0,010)(20 + 40)/2 = 0,018$$

La diminution correspondante de hauteur de denture serait de 0,18 mm ; elle peut être négligée pratiquement pour un tel module.

● *Entraxe imposé conduisant à une correction avec diminution d'entraxe : on donne $z_1 = 20, z_2 = 40$, entraxe imposé : $a' = 298 \text{ mm}$, soit $m' = 9,933 \text{ mm}$.*

Il n'est pas question de prendre l'outil normalisé de module immédiatement inférieur ($m_0 = 9$) qui conduirait à des dépôts beaucoup trop forts. Nous adopterons l'outil de module $m_0 = 10$ et d'angle de pression 20° . L'entraxe normal serait de 300 mm, il faut donc réaliser une correction avec diminution d'entraxe de 2 mm :

$$\cos \alpha' = (300/298) \cos 20^\circ \quad \text{soit} \quad \alpha' = 18^\circ 55'$$

$$B_v = (298/300) - 1 = - 0,006 67$$

L'abaque (figure 34) est ici insuffisant pour mettre en évidence la faible différence entre B et B_v . On utilisera alors les équations générales (22) et (34).

Nous trouvons ainsi :

$$B = - 0,006 5$$

soit $x_1 + x_2 = - 0,006 5 (20 + 40)/2 = - 0,195$

Nous prendrons par exemple :

$$x_1 = 0, \quad \text{denture normale}$$

$$x_2 = - 0,195, \quad \text{denture déportée}$$

■ **Engrenage extérieur à denture hélicoïdale**

β_0 : angle d'inclinaison primitive de génération.

La méthode de calcul est absolument identique à celle décrite pour la denture droite, avec les réserves suivantes :

x_1 et x_2 : dépôts définis par rapport au *module réel* de la crémaillère génératrice (module nominal de l'outil crémaillère ou de la fraise-mère) : m_{n0} ou tout simplement m_0 .

L'entraxe normal est donné par la formule (19) :

$$a = \frac{m_0}{\cos \beta_0} \left(\frac{z_1 + z_2}{2} \right)$$

Pour la correspondance entre B et B_v , on utilisera la courbe de l'abaque (figure 34) correspondant à β_0 .

Diamètres de tête :

$$d_{a1} = m_0 \left(\frac{z_1}{\cos \beta_0} + 2 + 2x_1 - 2K \right)$$

$$d_{a2} = m_0 \left(\frac{z_2}{\cos \beta_0} + 2 + 2x_2 - 2K \right)$$

Le coefficient de raccourcissement de saillie sera encore pris égal à :

$$K = (B - B_v)(z_1 + z_2)/2$$

(bien que sa valeur théorique soit légèrement différente).

Soit α_{t0} angle de pression apparent de denture :

$$\text{tg } \alpha_{t0} = \text{tg } \alpha_0/\cos \beta_0$$

Soit α'_t angle de pression apparent de fonctionnement :

$$\cos \alpha'_t = (a/a') \cos \alpha_{t0}$$

Exemple : dépôts, donnés, entraxe non imposé. On donne :

$$z_1 = 8, \quad z_2 = 12, \quad m_0 = 10, \quad \beta_0 = 20^\circ$$

soit $a = 106,30 \text{ mm}, \alpha_0 = 20^\circ, x_1 = + 0,40, x_2 = + 0,30$

$$B = 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} = + 0,070$$

L'abaque (figure 34) donne : $B_v = + 0,056 5$, d'où l'entraxe de fonctionnement :

$$a' = a (1 + B_v) = 106,30 (1 + 0,056 5) = 112,30 \text{ mm}$$

Le coefficient de raccourcissement de saillie a pour valeur :

$$K = (0,070 - 0,056 5)(12 + 8)/2 = 0,135$$

d'où hauteur de denture $10 (2,25 - 0,135) = 21,15 \text{ mm}$

et diamètre de tête :

$$d_{a1} = 10 [(8/\cos 20^\circ) + 2 + 0,80 - 0,27] = 110,4 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = 10 [(12/\cos 20^\circ) + 2 + 0,60 - 0,27] = 151 \text{ mm}$$

■ Denture intérieure

Nous adopterons la convention de signes pour le déport de la denture intérieure définie (§ 2.1.6.2.1 et figure 35).

Nous résumerons les résultats fondamentaux dans le tableau suivant (il y a correspondance avec l'engrenage extérieur, sauf que nous aurons $(x_2 - x_1)$ et $(z_2 - z_1)$ à la place de $(x_1 + x_2)$ et $(z_1 + z_2)$ et, sous ces réserves, l'abaque (figure 34) reste valable, pour un engrenage intérieur à denture droite :

$x_2 - x_1 = 0$	$s_1 + s_2 = \pi m_0$	$a' = a$	$\alpha' = \alpha_0$
$x_2 - x_1 > 0$	$s_1 + s_2 < \pi m_0$	$a' > a$	$\alpha' > \alpha_0$
$x_2 - x_1 < 0$	$s_1 + s_2 > \pi m_0$	$a' < a$	$\alpha' < \alpha_0$

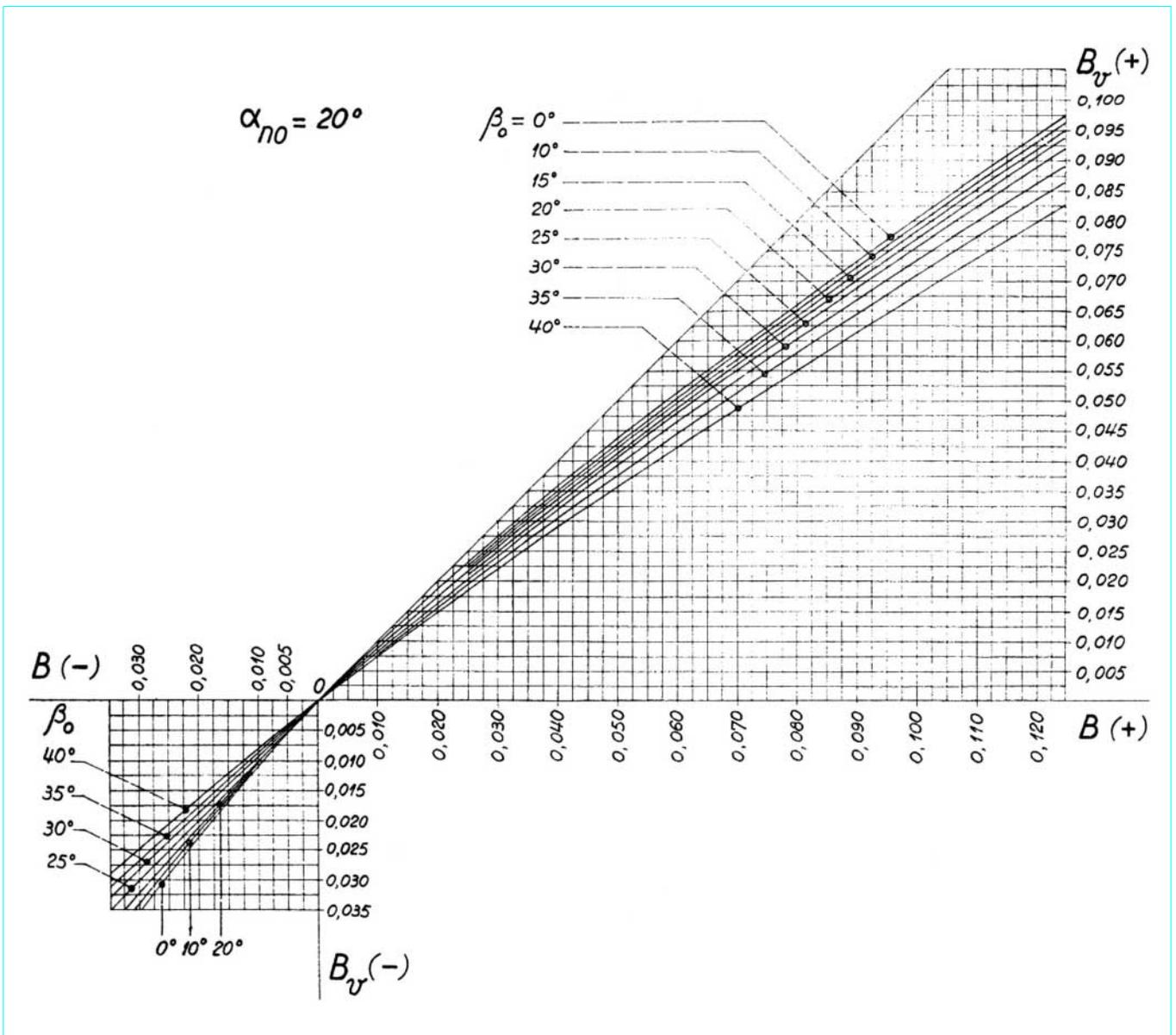


Figure 34 - Correction de denture avec variation d'entraxe : abaque

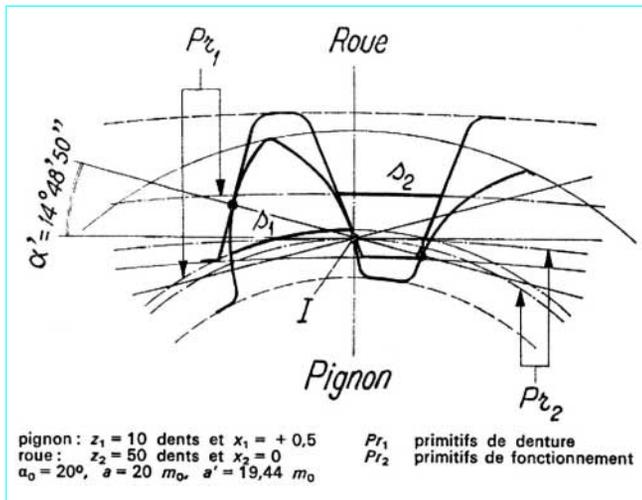


Figure 35 – Engrenage intérieur : correction de denture avec variation d'entraxe

Sans entrer dans le détail, indiquons seulement que nous n'avons plus à nous inquiéter des répercussions de la correction sur le jeu à fond de dents, celui-ci tendant toujours à être augmenté.

■ Engrenage intérieur à denture droite

● Déports donnés, entraxe non imposé : on donne $z_1 = 10$, $z_2 = 50$, $m_0 = 5$, soit : entraxe normal $a = 5 \times (50 - 10)/2 = 100$, $\alpha_0 = 20^\circ$, $x_1 = +0,50$, $x_2 = 0$:

$$B = 2(x_2 - x_1)/(z_2 - z_1) = -2 \times 0,50/(50 - 10) = -0,025$$

L'abaque (figure 34) donne :

$$B_v = -0,028$$

d'où entraxe de fonctionnement :

$$a' = a(1 + B_v) = 100(1 - 0,028) = 97,20 \text{ mm}$$

Par suite :

$$\cos \alpha' = (a/a') \cos \alpha_0 = (100/97,20) \cos 20^\circ$$

soit $\alpha' = 14^\circ 48' 50''$

Diamètres de tête :

$$d_{a1} = m_0(z_1 + 2 + 2x_1) = 5(10 + 2 + 1) = 65 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = m_0(z_2 - 2 + 2x_2) = 5(50 - 2 + 0) = 240 \text{ mm}$$

Diamètres primitifs de fonctionnement :

$$d_1 = 2 a' z_1 / (z_2 - z_1) = 2 \times 97,20 \times 10 / (50 - 10) = 48,60 \text{ mm}$$

$$d_2 = 2 a' z_2 / (z_2 - z_1) = 2 \times 97,20 \times 50 / (50 - 10) = 243 \text{ mm}$$

La figure 35 représente cet engrenage (à une certaine échelle).

● Entraxe imposé : on donne $z_1 = 10$, $z_2 = 50$, entraxe imposé $a' = 102 \text{ mm}$, soit $m' = 2 a' / (z_2 - z_1) = 5,10$.

Utilisons l'outil normalisé de module 5 et angle de pression $\alpha_0 = 20^\circ$. L'entraxe normal correspondant serait :

$$a = 5(50 - 10)/2 = 100 \text{ mm}$$

Il faut donc faire une correction avec augmentation d'entraxe de 2 mm.

On a :

$$\cos \alpha' = (a/a') \cos \alpha_0 \text{ soit } \alpha' = 20^\circ 53' 20''$$

$$B_v = (a'/a) - 1 = +0,020$$

L'abaque (figure 34) donne : $B = +0,021$,

soit $x_2 - x_1 = B(z_2 - z_1)/2 = +0,42$

Nous adopterons par exemple, en tenant compte des remarques ultérieures (§ 2.1.6.3) :

$$x_1 = +0,42 \text{ (limite d'interférence de taillage)}$$

$$x_2 = +0,84$$

■ Engrenage intérieur à denture hélicoïdale

Même méthode de calcul que pour la denture droite, en considérant les déports x_1 et x_2 par rapport au module réel de denture (module nominal de l'outil de génération) m_{n0} ou plus simplement m_0 .

L'entraxe normal a est donné par :

$$a = \frac{m_0}{\cos \beta_0} \left(\frac{z_2 - z_1}{2} \right)$$

combinaison des formules (19) et (23),

β_0 angle d'inclinaison primitive de génération $\neq 0$.

Entraxe imposé : on donne $z_1 = 10$, $z_2 = 50$, entraxe imposé $a' = 105 \text{ mm}$, inclinaison primitive de taillage $\beta_0 = 20^\circ$.

Le module réel de fonctionnement est sensiblement égal à :

$$\cos \beta_0 \frac{2a'}{z_2 - z_1} = 4,93 \text{ mm}$$

L'inclinaison primitive de fonctionnement est suffisamment voisine de β_0 pour confondre les cosinus.

Nous adopterons l'outil normal suivant :

$$m_0 = 5 \text{ mm} \quad \alpha_0 = 20^\circ$$

(le module 4,75 conduirait à des déports excessifs).

L'entraxe normal correspondant serait :

$$a = (5/\cos 20^\circ)(50 - 10)/2 = 106,4 \text{ mm}$$

d'où $B_v = (a'/a) - 1 = (105/106,4) - 1 = -0,013$

Nous avons à effectuer une correction avec diminution d'entraxe.

L'abaque (figure 34) donne :

$$B \approx -0,014$$

soit $x_2 - x_1 = -0,014(50 - 10)/2 = -0,28$

Nous pourrions adopter la solution simple suivante :

$$x_1 = +0,28 \quad x_2 = 0$$

Diamètres de tête :

$$d_{a1} = m_0 \left(\frac{z_1}{\cos \beta_0} + 2 + 2x_1 \right) = 5 \left[(10/\cos 20^\circ) + 2 + 0,56 \right] = 66 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = m_0 \left(\frac{z_2}{\cos \beta_0} - 2 + 2x_2 \right) = 5 \left[(50/\cos 20^\circ) - 2 + 0 \right] = 256 \text{ mm}$$

Hauteur de denture $2,25 m_0 = 11,25 \text{ mm}$.

2.1.6.3 Valeurs pratiques des déports

2.1.6.3.1 Déports nécessaires pour éviter l'interférence de taillage avec la crémaillère génératrice normalisée

On démontre que si l'on appelle y_0 la saillie active (sans tenir compte de l'arrondi au sommet) unitaire (ramenée au module 1) de la crémaillère (comptée à partir de la ligne primitive de génération), le nombre de dents du pignon taillé ne doit pas être inférieur à $2y_0/\sin^2 \alpha_0$.

Ainsi, pour une denture normale, nous avons $y_0 = 1$, soit un nombre de dents limite :

$$z' = 2/\sin^2 \alpha_0$$

$$\alpha_0 = 20^\circ, \quad z' = 17$$

■ **Déport pour une roue isolée** : pour éviter l'interférence de taillage d'un pignon ou d'une roue de z dents ($z < 17$), il est facile de calculer le déport x nécessaire.

Il faut avoir $z = 2 y_0 / \sin^2 \alpha_0$

soit $y_0 = \frac{z}{2/\sin^2 \alpha_0} = \frac{z}{z'}$

d'où $x = 1 - y_0 = \frac{z' - z}{z'}$

Avec $z = 10$, il faut donc un déport :

$$x = (17 - 10)/17 = +0,412$$

■ **Déports des 2 roues d'un engrenage extérieur** : considérons un engrenage de nombres de dents z_1 et z_2 .

Pour le pignon, le déport limite est $x_1 = (17 - z_1)/17$, pour la roue $x_2 = (17 - z_2)/17$.

La limite d'application d'un système de correction sans variation d'entraxe est donnée par :

$$x_1 + x_2 = 0$$

soit $(17 - z_1)/17 = - (17 - z_2)/17$

ou $z_1 + z_2 = 34$

— Si $z_1 + z_2 \geq 34$: système sans variation d'entraxe :

$$x_1 = (17 - z_1)/17$$

$$x_2 = -x_1$$

— Si $z_1 + z_2 < 34$: système avec augmentation d'entraxe :

$$x_1 = (17 - z_1)/17$$

$$x_2 = (17 - z_2)/17$$

On vérifie que : $x_1 + x_2 > 0$, ce qui indique une augmentation d'entraxe.

La figure 36 schématise un engrenage qui serait soumis à une forte interférence, avec une denture normale (toute la partie hachurée du sommet des dents de la roue provoque l'interférence). L'adoption d'une denture corrigée, sans variation d'entraxe, avec un déport xm_0 (positif pour le pignon, négatif pour la roue), permet d'éliminer cette interférence. Les déports ainsi définis sont en général insuffisants et doivent être considérés comme des déports minimaux.

Remarque : cas d'un engrenage intérieur

Le raisonnement précédent perd ici tout son sens, la roue ne pouvant être taillée par la crémaillère génératrice normalisée. Seul, le déport du pignon sera donné par la formule $x_1 = (17 - z_1)/17$ et le déport de la roue résultera d'autres considérations.

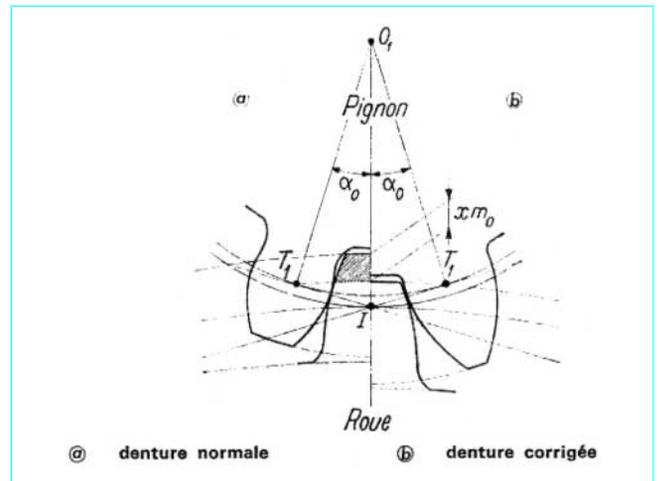


Figure 36 – Engrenage extérieur soumis à une forte interférence en cas de denture normale : élimination par denture corrigée sans variation d'entraxe

2.1.6.3.2 Déports permettant d'égaliser les rapports (glissement-roulement) maximaux sur le pignon et sur la roue. Correction de denture généralisée

Sur la figure 29 (p. 17), nous constatons qu'une correction de denture sans variation d'entraxe aurait comme effet d'éloigner du point T_1 la portion utile AB de ligne d'action. La valeur maximale du glissement spécifique g_{s1} du pignon diminuerait, celle du glissement spécifique g_{s2} de la roue augmenterait.

Pour une certaine valeur du déport, ces deux valeurs s'égalisent : nous obtenons alors équilibrage des glissements spécifiques sur les deux organes, et la plus faible valeur possible pour l'engrenage entier.

Cette valeur particulière du déport est également très satisfaisante pour les questions de *grippage* ; elle permet d'égaliser les valeurs maximales du *facteur de grippage* en A et B et d'obtenir la plus faible valeur de ce facteur pour l'ensemble de l'engrenage.

Facteur de grippage : le grippage est provoqué par des conditions très sévères de pressions superficielles et de vitesse de glissement qui sont rencontrées dans certaines zones de l'engrènement ; ces conditions sont souvent matérialisées par le produit de la pression superficielle de Hertz et de la vitesse de glissement relatif de dentures conjuguées (§ 3.2). Ce produit est appelé *facteur de grippage* et doit être tenu en dessous de certaines limites.

■ **Système préconisé par l'auteur**

Le système suivant a été proposé par l'auteur. La correction de denture est généralisée (figure 37) et est relative à la crémaillère génératrice normalisée d'angle de pression 20° .

— Si $z_1 + z_2 > 60$: correction sans variation d'entraxe $x_2 = -x_1$.

Le déport est donné en fonction du nombre de dents z_1 du pignon et du rapport $i = z_2/z_1$.

Pour $z_1 = 20$ et $i = 3$, nous obtenons : $x_1 = +0,31$ et $x_2 = -0,31$.

— Pour $z_1 + z_2 = 60$: courbes AB et $A'B$, limites d'application du système sans variation d'entraxe.

Pour $z_1 = 20$ et $i = 2$, nous avons : $x_1 = +0,23$ et $x_2 = -0,23$.

— Pour $z_1 + z_2 < 60$: correction avec augmentation d'entraxe. La valeur x_1 est donnée par z_1 et la courbe AB .

La valeur x_2 est donnée par z_1 et la courbe correspondant à $i = z_2/z_1$.

Pour $z_1 = 20$ et $i = 1,2$, $z_1 + z_2 = 44$; nous trouvons : $x_1 = +0,23$ et $x_2 = +0,17$.

Nous verrons (§ 2.1.6.4) un exemple d'application montrant les avantages de ce système.

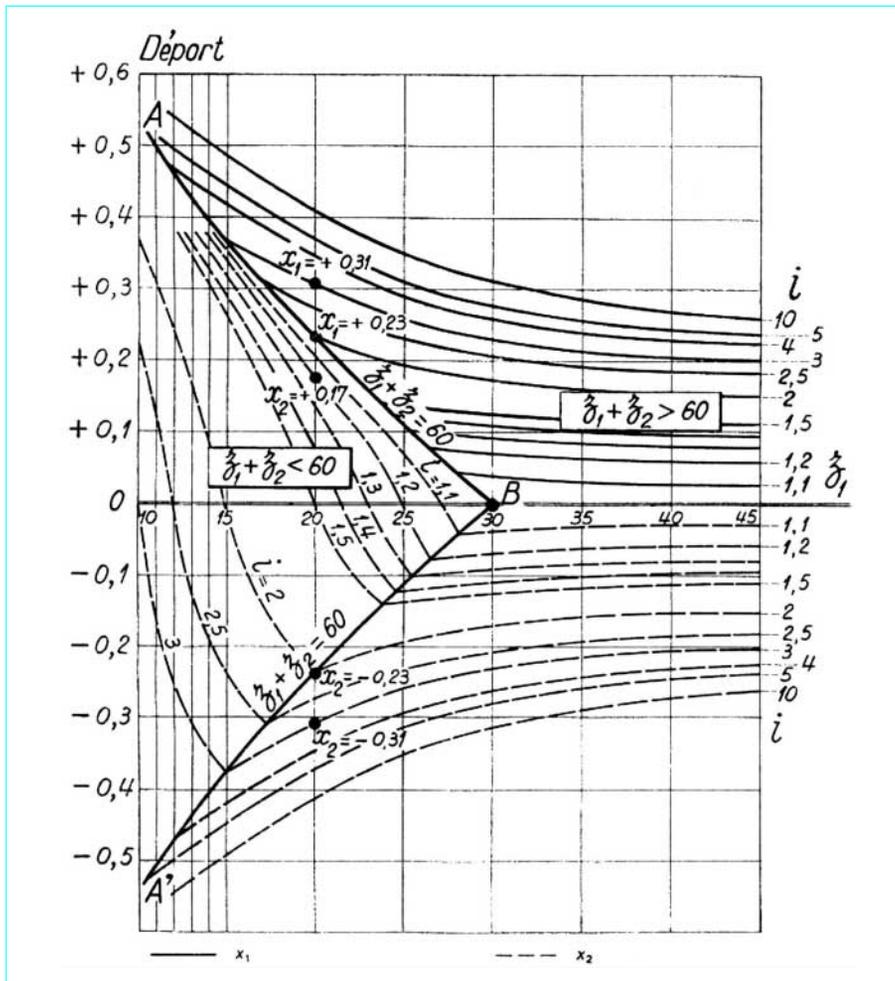


Figure 37 – Valeur des déperts égalisant les glissements spécifiques maximaux sur pignon et roue, et les facteurs de grippage limites

2.1.6.4 Exemple d'améliorations apportées par les corrections de denture

Considérons un engrenage extérieur de 17 et 90 dents, d'angle de pression 20°. Une denture normale suffirait pour éviter l'interférence ; nous allons voir cependant qu'une correction de denture apporte des améliorations très importantes. La figure 38a représente l'engrenage avec denture normale. Nous avons tracé la variation de la charge sur les dentures F_n ou $F_n/2$ (se reporter à la figure 18a), la variation de la pression superficielle de Hertz σ_H , des glissements spécifiques (g_{s1} et g_{s2}), du facteur de grippage $\sigma_H \cdot v_g$.

Nous constatons une valeur très élevée de la pression superficielle dans la zone du pied des dents du pignon, de même qu'un déséquilibre très important au sujet des glissements spécifiques et du facteur de grippage.

Effectuons une denture corrigée sans variation d'entraxe, avec un déport $x = 0,40$ (valeur donnée par la figure 37). La figure 38b indique les nouveaux diagrammes de variation de la pression de Hertz, des glissements spécifiques et du facteur de grippage (remarquons l'égalisation de g_{s1} et g_{s2} et des valeurs de $\sigma_H \cdot v_g$ aux points A et B). La pression superficielle maximale a été divisée par 2,28, le glissement spécifique maximal par plus de 8, le facteur de grippage maximal par plus de 4.

Il faut également mentionner l'action bienfaisante de la correction de denture sur la résistance à la rupture du pignon. Il suffit de reprendre la figure 36 pour constater le renforcement très sensible des dents du pignon par rapport à la denture normale.

2.1.6.5 Propositions ISO

La figure 39a donne le domaine pratique à l'intérieur duquel pourra être choisi le coefficient de déport x , en fonction du nombre de dents. Dans le cas général d'une denture hélicoïdale d'angle d'inclinaison β , c'est le nombre de dents virtuel z_v qui sera considéré :

$$z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta} \tag{37}$$

Les zones hachurées doivent être utilisées avec prudence, après examen détaillé des conditions d'engrènement.

La figure 39b donne le domaine pratique pour le choix de la somme des coefficients de déport ($x_1 + x_2$), en fonction de la somme des nombres de dents (virtuels dans le cas général d'une denture hélicoïdale). Il convient de remarquer qu'une augmentation des dépôts va dans le sens d'une augmentation de la résistance à la rupture, mais conduit à une diminution du rapport de conduite (augmentation de l'angle de pression de fonctionnement, diminution de la hauteur utile de denture).

À partir d'une somme connue ($x_1 + x_2$) des dépôts, la détermination de x_1 et x_2 pourra se faire à partir de la formule suivante :

$$x_1 = \lambda \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1} + (x_1 + x_2) \frac{z_1}{z_2 + z_1} \tag{38}$$

avec $0,5 < \lambda < 0,75$

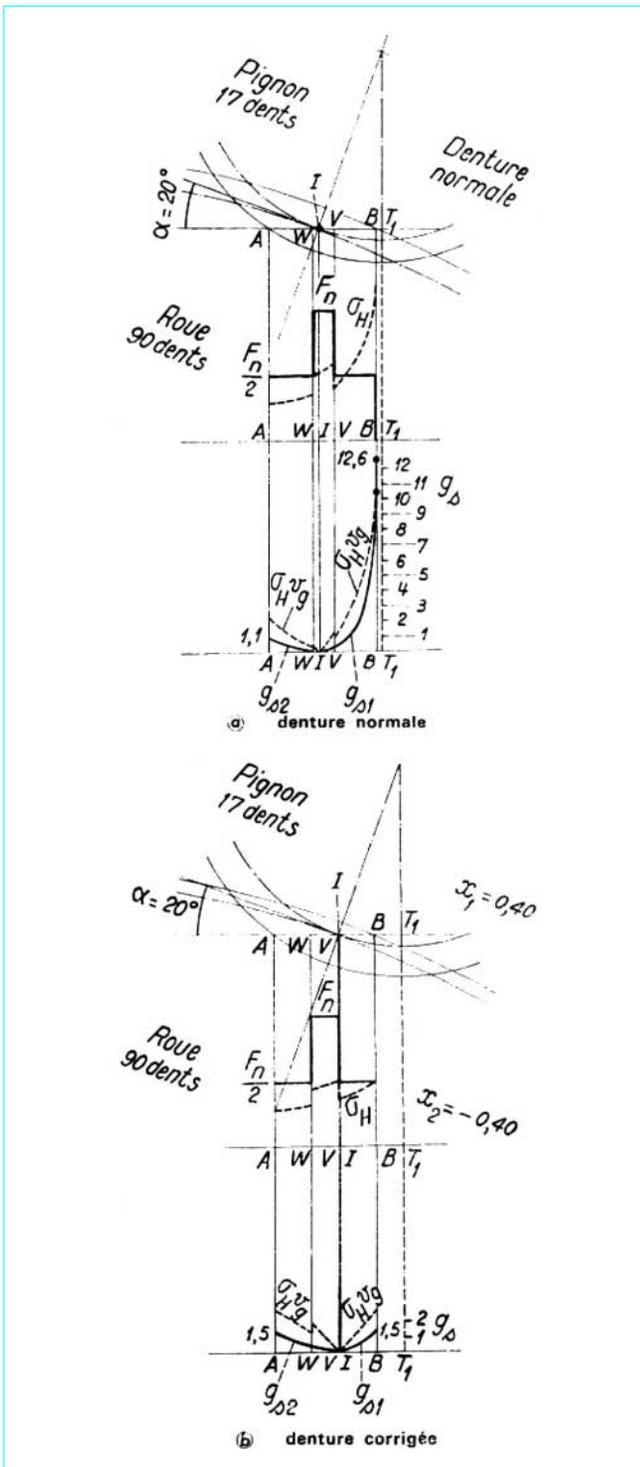


Figure 38 – Diagramme de la charge, de la pression superficielle, des glissements spécifiques et du facteur de grippage d'un engrenage

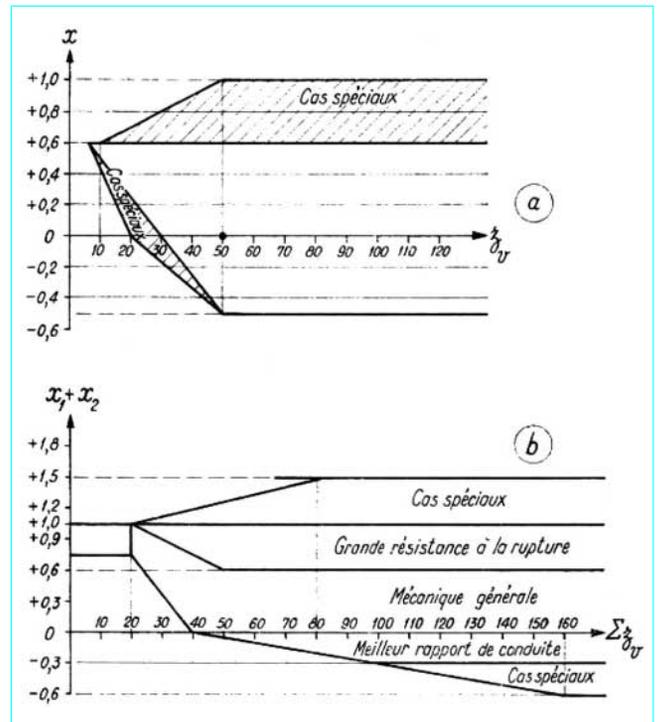


Figure 39 – Limites pratiques des coefficients de déports et de leur somme

2.2 Engrenages concourants

2.2.1 Symboles et définitions générales

2.2.1.1 Symboles

Pour les symboles employés au cours de ce paragraphe, le lecteur pourra se reporter, en début d'article, dans le paragraphe [1.1](#).

2.2.1.2 Définitions

■ **Roue conique** : roue dont la surface primitive de denture est un cône. Elle est définie pratiquement par sa roue plate génératrice.

■ **Roue plate** : roue conique dont la surface primitive de denture est un plan (cône d'angle au sommet 180°) tournant autour d'une de ses normales.

■ **Roue plate génératrice** : roue plate fictive, susceptible d'être utilisée comme roue génératrice d'une roue conique.

■ **Cône primitif de denture** : par convention, le cône primitif de denture d'une roue, définie par sa roue plate génératrice, est la surface primitive cinématique de la roue conique, dans l'engrenage constitué par celle-ci et sa roue plate génératrice (figure [40](#)).

■ **Cône primitif de fonctionnement** : surface primitive de fonctionnement d'une roue dans un engrenage concourant. Les deux cônes primitifs de l'engrenage concourant roulent sans glisser l'un sur l'autre le long de l'axe instantané de rotation (figure [40](#)).

Nota : nous avons vu dans l'engrenage parallèle que les surfaces primitives de denture étaient distinctes des surfaces primitives de fonctionnement dans le cas de corrections avec modification d'entraxe ([§ 2.1.6.2.3](#)). La même distinction est à faire pour l'engrenage concourant : il s'agit dans ce cas de correction avec modification de l'angle des axes, correction dont on peut d'ailleurs se passer pratiquement.

■ **Angle des axes Σ** : se reporter au paragraphe [1.2.1](#) (figure [2](#), p. 4).

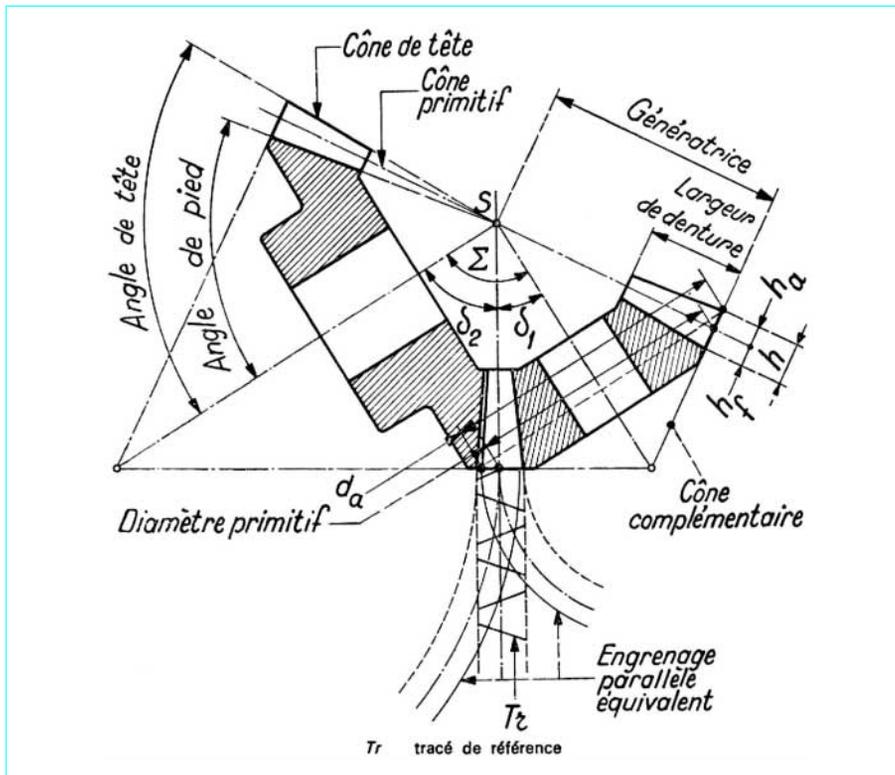


Figure 40 – Engrenage conique et ses roues équivalentes

■ **Angle primitif δ (de denture ou de fonctionnement)** : demi-angle au sommet du cône primitif, à l'intérieur duquel est située la partie utile du cône de pied (figure 2).

■ **Relations permettant de calculer les angles primitifs de fonctionnement dans les différents cas** : avec les conventions de définition des angles primitifs de fonctionnement δ_1 et δ_2 et de l'angle des axes Σ , les formules suivantes sont valables dans tous les cas, que l'engrenage soit extérieur ou intérieur.

z_1 et z_2 étant les nombres de dents :

$$\left. \begin{aligned} z_1 / \sin \delta_1 &= z_2 / \sin \delta_2 \text{ et } \delta_1 + \delta_2 = \Sigma \\ \text{soit } \operatorname{tg} \delta_1 &= \sin \Sigma / [(z_2 / z_1) + \cos \Sigma] \text{ et } \delta_2 = \Sigma - \delta_1 \\ \text{et si } \Sigma &= 90^\circ \text{ il vient } \operatorname{tg} \delta_1 = z_1 / z_2 = 1 / i \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

■ **Largeur de denture b** : longueur du segment utile de génératrice du cône primitif de denture (figure 40) ; b ne doit pas être supérieure au 1/3 de la génératrice.

■ **Cône complémentaire** : tout cône, de révolution autour de l'axe d'une roue, ayant ses génératrices perpendiculaires à celles du cône primitif (figure 40). Dans le cas d'une roue plate, le cône complémentaire est un cylindre.

■ **Cône externe** : qualificatif désignant celui des cônes complémentaires qui délimite la largeur de denture, du côté le plus éloigné du sommet, et applicable à tous les autres termes définis à partir de ce cône. Par convention, ce qualificatif est toujours sous-entendu, sauf par opposition expresse, à *interne* ou *moyen*.

■ **Cône interne** : qualificatif désignant celui des cônes complémentaires qui délimite la largeur de denture du côté le plus rapproché du sommet, et applicable à tous les autres termes définis à partir de ce cône.

■ **Cône moyen** : qualificatif désignant celui des cônes complémentaires qui partage la largeur de denture en deux demi-segments égaux, et applicable à tous les autres termes définis à partir de ce cône.

■ **Génératrice R** : longueur du segment de génératrice du cône primitif de denture compris entre le sommet et le cône complémentaire externe (figure 40).

■ **Cercle primitif (de denture ou de fonctionnement)** : intersection du cône primitif et du cône complémentaire.

■ **Diamètre primitif d (de denture ou de fonctionnement)** : diamètre du cercle primitif. C'est aussi le produit du module (de denture ou de fonctionnement) par le nombre de dents de la roue conique.

■ **Cône de tête (ou de pied)** : surface de tête (ou de pied) d'une roue conique ou d'une roue plate (figure 40).

Les cônes de tête et de pied ont même axe que la roue, mais peuvent ne pas avoir même sommet.

■ **Angle de tête (ou de pied)** : demi-angle au sommet du cône de tête (ou de pied) (figure 40).

■ **Cercle de tête (ou de pied)** : intersection du cône de tête (ou de pied) et du cône complémentaire.

■ **Diamètre de tête** : diamètre du cercle de tête (figure 40).

■ **Roue cylindrique équivalente** : roue cylindrique fictive ayant pour section droite le développement, sur un plan tangent au cône complémentaire, de l'intersection de ce dernier avec la roue conique (figure 40).

■ **Engrenage parallèle équivalent** : il est constitué par les deux roues cylindriques équivalentes de l'engrenage concourant (figure 40).

Toutes les caractéristiques des dentures de l'engrenage concourant sont en général définies sur l'engrenage parallèle

équivalent : pas, module, angle de pression, saillie, creux, hauteur de dent, épaisseur, intervalle, vide à fond de dents, jeu entre flancs, etc. Le lecteur n'aura qu'à se reporter aux définitions correspondantes, indiquées pour les engrenages parallèles.

Le nombre de dents des roues cylindriques équivalentes (appelé souvent virtuel) a comme valeur :

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1} \quad z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2} \quad (40)$$

2.2.2 Denture droite

Définition : la denture est dite *droite* si le flanc coupe le cône primitif de denture suivant une génératrice du cône. Par convention, le flanc est dit *en développante* s'il peut être engendré par une roue plate à flanc plan.

Nota : pour plus de détails, le lecteur pourra se reporter au *Traité théorique et pratique des Engrenages*.

■ **Tracé de référence** : on considérera comme tracé de référence de la roue conique le tracé de la crémaillère de référence de la roue équivalente (figure 40). Il suffira de se reporter au paragraphe relatif aux engrenages parallèles (§ 2.1).

2.2.2.1 Denture normale

Les cônes primitifs de fonctionnement coïncident avec les cônes primitifs de denture (dans l'engrenage parallèle équivalent, les cylindres primitifs de fonctionnement coïncident avec les cylindres primitifs de denture ; figure 40). Les proportions de denture sont en outre les suivantes, si nous appelons m_0 le module de la crémaillère génératrice de définition (figures 40 et 41) :

$$\begin{aligned} \text{saillie} &= m_0 \\ \text{creux} &= 1,25 m_0 \\ \text{hauteur de dent} &= 2,25 m_0 \end{aligned}$$

La société Gleason préconise un vide à fond de dents, égal à $(0,188 m_0 + 0,05)$ mm :

$$\begin{aligned} \text{angle de pression } \alpha &= 20^\circ \\ \text{angle de saillie } \nu_a &: \end{aligned}$$

$$\text{tg } \nu_a = (2 \sin \delta) / z \quad (41)$$

avec le sommet du cône de tête en coïncidence avec le sommet du cône primitif. L'angle de creux ν_f est défini par :

$$\text{tg } \nu_f = 1,25 \text{ tg } \nu_a \quad (42)$$

Signalons une tendance actuelle qui consiste à aménager un vide à fond de dents constant sur toute la largeur de denture : le cône de tête n'a plus le même sommet que le cône primitif ; sa génératrice est parallèle à la génératrice du cône de pied de la roue conjuguée (figure 42).

2.2.2.2 Dentures corrigées

On est conduit à utiliser les corrections de denture pour les engrenages concourants afin d'en améliorer les qualités, comme nous l'avons vu en détail dans le cas des engrenages parallèles. Nous signalons que certaines firmes spécialisées (Gleason par exemple) ont mis au point des systèmes de denture éprouvés, que nous conseillons au lecteur.

2.2.2.2.1 Denture corrigée sans modification de l'angle des axes

Les cônes primitifs de fonctionnement sont encore confondus avec les cônes primitifs de denture. Si nous considérons l'engrenage parallèle équivalent, nous avons une denture corrigée sans modi-

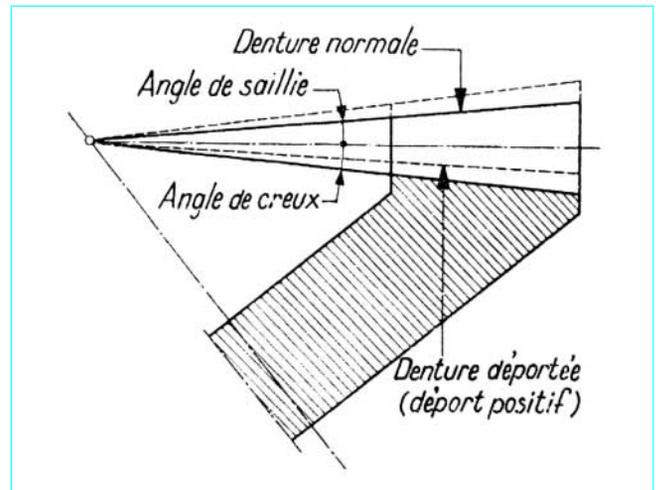


Figure 41 – Dentures coniques, normale et déportée

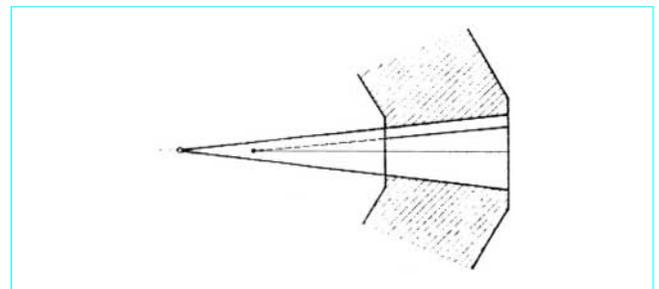


Figure 42 – Denture conique à vide constant à fond de dent

fication d'entraxe. Pour toute l'étude des corrections de denture des engrenages concourants, il suffira de reprendre les données indiquées pour les engrenages parallèles et de les appliquer aux engrenages parallèles équivalents.

Appelons xm_0 le déplacement de profil mesuré sur le cône complémentaire.

Nous aurons :

$$\left. \begin{aligned} \text{— sur le pignon} \quad & \text{saillie} = m_0 (1 + x) \\ & \text{creux} = m_0 (1,25 - x) \\ \text{— sur la roue} \quad & \text{saillie} = m_0 (1 - x) \\ & \text{creux} = m_0 (1,25 + x) \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

On peut calculer la répercussion du déplacement de profil sur les angles de tête et de pied des deux organes.

2.2.2.2.2 Denture corrigée avec modification de l'angle des axes

Avec ce type de correction, les cônes primitifs de fonctionnement sont différents des cônes primitifs de denture. Il suffit de se ramener à l'engrenage parallèle équivalent à denture déportée avec modification d'entraxe.

Cette correction nous semble *absolument inutile* et peut être oubliée sans aucun regret. Les engrenages concourants se passent en général plus facilement de correction que les engrenages parallèles, étant donné que les outils de génération des deux flancs d'une dent sont totalement indépendants, un même jeu d'outils peut ainsi être utilisé pour une gamme assez étendue de modules dont la valeur peut être quelconque. Nous avons vu, en effet, que pour réaliser le taillage d'une denture de module de fonctionnement quelconque pour un engrenage parallèle, il est intéressant d'utiliser un outil de module normal et de faire une correction avec variation d'entraxe ; pour l'engrenage concourant, ce problème ne se pose pratiquement plus puisque les outils de génération des deux flancs d'une dent sont indépendants.

2.2.3 Étude générale de l'engrènement

Pour l'étude de la continuité d'engrènement (rapport de conduite), des interférences, du glissement, des corrections de denture, nous pouvons, avec une approximation suffisante, passer par l'engrenage parallèle équivalent (§ 2.1.3, 2.1.4, 2.1.5 et 2.1.6).

2.2.4 Dentures usuelles

Nous allons définir rapidement quelques dentures usuelles par les caractéristiques générales de la roue plate génératrice correspondante (figures 43 et 44).

Nota : pour plus de détails, nous recommandons de consulter les documentations spéciales fournies par les sociétés ayant mis au point les différents procédés de fabrication.

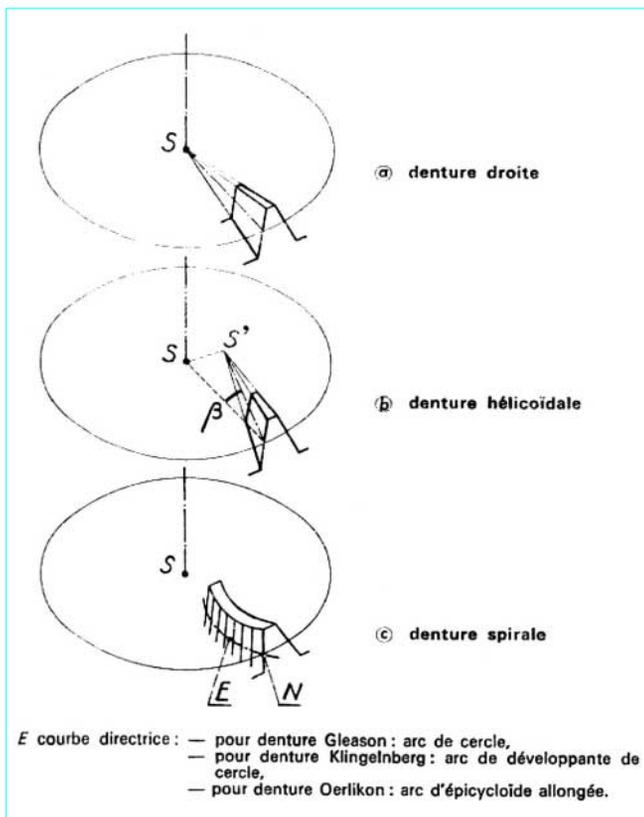


Figure 43 – Dentures usuelles de la roue plate de base d'un engrenage concourant

2.2.4.1 Denture hélicoïdale Reinecker-Bilgram et Heidenreich-Harbeck

Comme pour la denture droite, les flancs de la roue plate génératrice sont plans, mais ils ne convergent plus vers le sommet S (figure 43b). Ils sont décalés d'une quantité SS' donnée sensiblement par la relation suivante :

$$SS' = R \sin \beta$$

avec R génératrice,
 beta angle d'inclinaison extérieure.

Rappelons que, pendant la génération, le cône primitif de denture de la roue taillée roule sans glisser sur le plan primitif de la roue plate (matérialisée par le berceau de la machine sur lequel sont montés deux outils à profil rectiligne animés d'un mouvement de mortaisage dirigé vers S').

2.2.4.2 Denture spirale Gleason

Les flancs de la roue plate génératrice théorique sont des portions de la surface latérale de cônes de révolution (figures 43c et 44b). Le flanc N, par exemple, est une portion de la surface latérale d'un cône de révolution de demi-angle au sommet égal à l'angle de pression de la denture. Il est aisément matérialisé sur la machine par les tranchants rectilignes de lames montées à la périphérie d'un tourteau cylindrique. L'inclinaison de la denture est définie au point moyen.

2.2.4.3 Denture Klingelberg

Le flanc N de la roue plate génératrice est encore une surface d'égale pente, enveloppe de l'infinité de segments rectilignes également inclinés par rapport au plan primitif et s'appuyant sur la courbe directrice E. Dans le cas de la denture Klingelberg, cette courbe directrice est la développante d'un cercle appelé *cercle du noyau de base* (figure 43c).

Indiquons simplement que la roue plate génératrice est matérialisée sur la machine par un outil se présentant sous l'aspect d'une fraise-mère conique.

2.2.4.4 Denture Oerlikon

La surface d'égale pente constituant chacun des flancs de la roue plate génératrice a comme courbe directrice une courbe assimilable à une épicycloïde allongée (figure 43c).

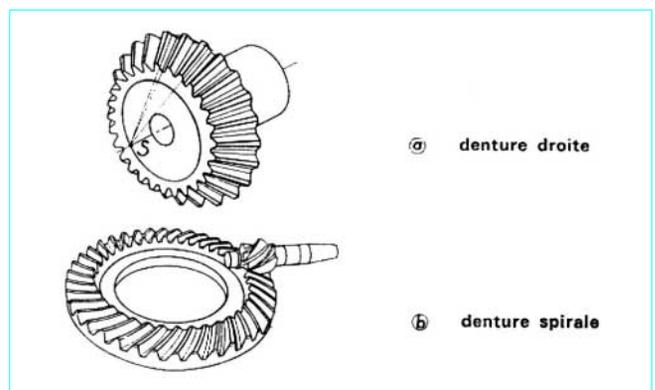


Figure 44 – Dentures usuelles : réalisations

2.3 Engrenages gauches hélicoïdaux

2.3.1 Définition et propriétés caractéristiques

L'engrenage gauche hélicoïdal transmet le mouvement entre deux axes non situés dans le même plan (figure 45). Il est constitué de deux roues cylindriques à denture hélicoïdale.

Nous appellerons :

Σ angle des axes ;

a entraxe ;

r_1 et r_2 les rayons primitifs du pignon et de la roue :

$$r_1 + r_2 = a \tag{44}$$

β_1 et β_2 les angles d'hélice primitifs du pignon et de la roue :

$$\beta_1 \pm \beta_2 = \Sigma \tag{45}$$

signe + hélices de même sens (figure 45) ;

signe - hélices de sens opposés.

■ Les crémaillères génératrices des dentures du pignon et de la roue doivent être identiques, pour avoir un engrènement correct (figure 46) : ceci signifie que nous devons avoir, pour les deux organes, la même valeur pour le module réel m_n , le pas réel p_n , l'angle de pression réel α_n :

m_{t1} et m_{t2} étant les modules apparents du pignon et de la roue ;

α_{t1} et α_{t2} étant les angles de pression apparents du pignon et de la roue ;

il vient donc :

$$m_{t1} = \frac{m_n}{\cos \beta_1} \quad \text{et} \quad m_{t2} = \frac{m_n}{\cos \beta_2} \tag{46}$$

$$\text{tg } \alpha_{t1} = \frac{\text{tg } \alpha_n}{\cos \beta_1} \quad \text{et} \quad \text{tg } \alpha_{t2} = \frac{\text{tg } \alpha_n}{\cos \beta_2} \tag{47}$$

$$r_1 = \frac{z_1}{2} m_{t1} \quad \text{et} \quad r_2 = \frac{z_2}{2} m_{t2} \tag{48}$$

■ Relation fondamentale entre les rayons primitifs r_1 et r_2 , les angles d'hélice primitifs β_1 et β_2 , les nombres de dents z_1 et z_2 , les vitesses angulaires ω_1 et ω_2 :

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_2 \cos \beta_2}{r_1 \cos \beta_1} \tag{49}$$

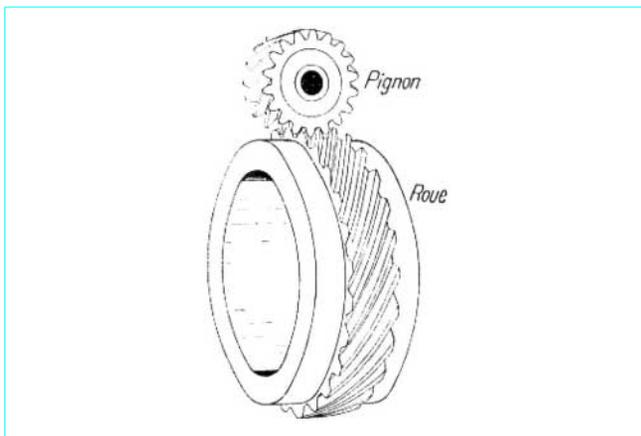


Figure 45 - Engrenage gauche hélicoïdal

■ Le contact entre deux dentures conjuguées est ponctuel (§ 1.2.8) : la ligne d'engrènement, lieu des points de contact successifs, est une droite qui passe par le point de contact I des deux cylindres primitifs (figure 46) ; elle est située dans le plan normal commun aux deux hélices primitives (plan passant par la normale commune aux axes et la droite IX de la figure 46) et est inclinée, par rapport au plan tangent commun aux cylindres primitifs, d'un angle égal à l'angle de pression réel α_n .

■ Entre deux dentures conjuguées d'un engrenage gauche, il existe un glissement longitudinal, qui s'ajoute au glissement dirigé dans le sens de la hauteur des dents.

La vitesse de glissement longitudinal est :

$$v_\ell = \omega_1 r_1 / (\sin \beta_1 + \cos \beta_1 \cdot \text{tg } \beta_2) \tag{50}$$

Dans le cas où l'angle des axes est égal à 90° :

$$v_\ell = \omega_1 r_1 / \sin \beta_1 \tag{51}$$

2.3.2 Détermination des caractéristiques d'un engrenage gauche hélicoïdal

Le tableau 5 donne une indication sur la valeur à adopter pour β_1 angle d'hélice primitif du pignon, en fonction du rapport de l'engrenage $i = z_2/z_1$.

Exemple : cas d'un entraxe non imposé

On donne l'angle des axes $\Sigma = 90^\circ$, $z_1/z_2 = \omega_2/\omega_1 = 1/5$, entraxe $a = 195$ mm, angles d'hélice approximatifs $\beta_1 = 60^\circ$ et $\beta_2 = 30^\circ$, module réel : $m_n = 4$ mm.

Calcul des nombres de dents : posons $z_1 = x$ et $z_2 = 5x$, avec $x =$ nombre entier déterminé comme suit :

$$a = \frac{m_{t1} \cdot z_1 + m_{t2} \cdot z_2}{2} = \frac{m_n}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \beta_1} + \frac{z_2}{\cos \beta_2} \right) \tag{52}$$

$$2 \times 195 = 4 \left[(x/\cos 60^\circ) + (5x/\cos 30^\circ) \right]$$

$$x = 12,6$$

adoptons par exemple $x = 13$

soit $z_1 = 13$ et $z_2 = 65$.

Valeur définitive de l'entraxe : si l'entraxe n'est pas impératif, sa valeur définitive est :

$$a = (4/2)[(13/\cos 60^\circ) + (65/\cos 30^\circ)] = 202 \text{ mm}$$

Tableau 5 - Valeur de l'angle d'hélice primitif du pignon en fonction du rapport de l'engrenage

$i = z_2/z_1$	β_1 (1) (degrés)
1 à 5	45 à 50
5 à 10	50 à 60
10 à 15	60 à 70
15 à 25	70 à 75

(1) Toujours défini par rapport à l'axe du pignon.

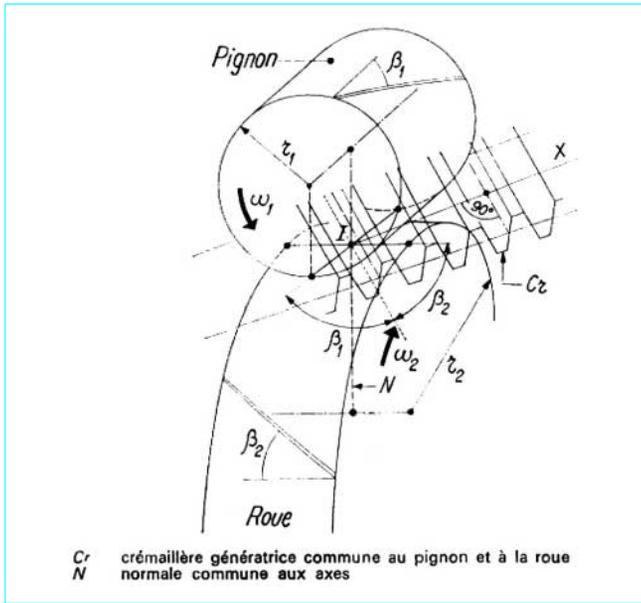


Figure 46 – Engrenage gauche hélicoïdal : définition des éléments

2.3.2.1 Cas d'un entraxe imposé : méthode de Monsieur le Recteur Capelle

Par contre, si l'entraxe a est imposé, il faudra modifier les valeurs de β_1 et β_2 de manière à vérifier l'équation (52).

On pourra alors procéder par approximations successives ou utiliser l'une des méthodes indiquées dans le *Traité théorique et pratique des Engrenages*, par exemple celle mise au point par Monsieur le Recteur Capelle (valable lorsque les axes sont perpendiculaires), et que nous allons reproduire ici.

Posons :

$$N_1 = m_n z_1 / 2 a, \quad N_2 = m_n z_2 / 2 a$$

L'abaque de la figure 47 permet de déterminer β_1 .

Adoptons par **exemple** les données suivantes :

$$z_1 = 18, \quad z_2 = 45,$$

$$m_n = 4, \quad a = 195 \text{ mm (imposé)}$$

Il vient :

$$N_1 = (4 \times 18) / (2 \times 195) = 0,184$$

$$N_2 = (4 \times 45) / (2 \times 195) = 0,461$$

L'abaque donne :

$$\beta_1 = 68^\circ 50'$$

Nous remarquons l'avantage d'un tel abaque ; il permet de voir immédiatement si les données sont acceptables ; il peut y avoir deux solutions, ou une seule solution (droite joignant N_1 et N_2 tangente à la courbe) : avec les données de l'exemple traité au paragraphe 2.3.2, l'entraxe de 195 mm est impossible à réaliser ; on arrive aux valeurs :

$$N_1 = 0,133 \quad \text{et} \quad N_2 = 0,666$$

où aucune solution (aucun point d'intersection avec la courbe). Lorsqu'il y a deux solutions, des questions annexes, comme par exemple la réversibilité ou l'irréversibilité, permettent de choisir la meilleure.

Lorsqu'il n'existe aucune solution, il suffira de modifier certaines des données (nombres de dents, ou module réel).

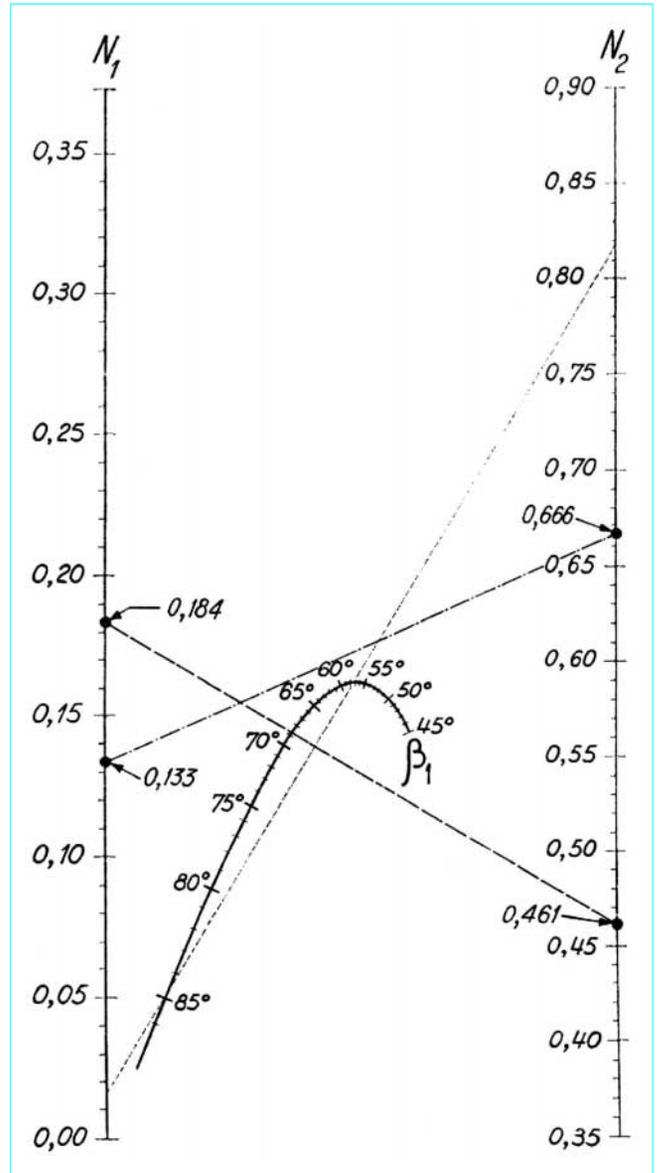


Figure 47 – Engrenage à vis sans fin et engrenages gauches hélicoïdaux : abaque

Monsieur le Recteur Capelle a démontré que la valeur β_1 donnée par l'abaque diffère, par rapport à la valeur rigoureuse, de la quantité additive ϵ telle que :

$$\epsilon = \frac{\frac{N_1}{\cos \beta_1} + \frac{N_2}{\sin \beta_1} - 1}{\frac{N_2 \cos \beta_1}{\sin^2 \beta_1} - \frac{N_1 \sin \beta_1}{\cos^2 \beta_1}}$$

Avec les données précédentes, on obtient :

$$\epsilon = - 10''$$

L'angle β_1 exact est donc :

$$\beta_1 = 68^\circ 49' 50''$$

2.4 Engrenages à vis sans fin

2.4.1 Définition. Généralités

L'engrenage à vis sans fin est un engrenage gauche se caractérisant tout d'abord par la forme particulière de son pignon, qui se présente sous l'aspect d'une vis sans fin (figure 48). Sa grande particularité par rapport à l'engrenage gauche hélicoïdal, par exemple, est que la roue est engendrée par la méthode des enveloppes, c'est-à-dire que son outil générateur matérialise exactement la vis sans fin conjuguée.

Nous appellerons :

- p_{z1} pas hélicoïdal du filet de la vis ;
- z_1 nombre de filets ;
- p_x pas axial (= p_{z1}/z_1) ;
- m_x module axial (= p_x/π).

Nous ne considérerons que le cas de l'engrenage à vis sans fin avec un angle des axes égal à 90°.

Le plan médian de la roue est normal à l'axe de cette roue et passe par l'axe de la vis.

Le pas et le module de la roue dans le plan médian correspondent respectivement au pas axial et au module axial de la vis sans fin. Dans tout engrenage gauche, les surfaces primitives cinématiques sont des hyperboloïdes que l'on ne considère jamais dans la pratique. On utilise des surfaces cylindriques appelées conventionnellement *primitives*.

2.4.2 Surfaces primitives

■ **Surfaces primitives de fonctionnement** : figure 49 (se reporter pour plus de détail au *Traité théorique et pratique des Engrenages*).

Cylindre primitif de fonctionnement de la roue :

$$\text{diamètre } d'_2 = z_2 m_x \tag{53}$$

Cylindre primitif de fonctionnement de la vis : cylindre tangent au cylindre primitif de fonctionnement de la roue, de diamètre d'_1 .

En appelant a l'entraxe, on a :

$$d'_1 = 2a - d'_2 \tag{54}$$

■ **Surfaces primitives de denture** : surfaces conventionnelles à partir desquelles sont définis les éléments de dessin des deux organes (§ 2.4.5 et 2.4.6) :

$$q \text{ quotient diamétral} = d_1/m_x \tag{55}$$

avec d_1 diamètre primitif de denture de la vis.

■ **Entraxe normal a** : par convention, il est défini par :

$$a = m_x (z_2 + q)/2 \tag{56}$$

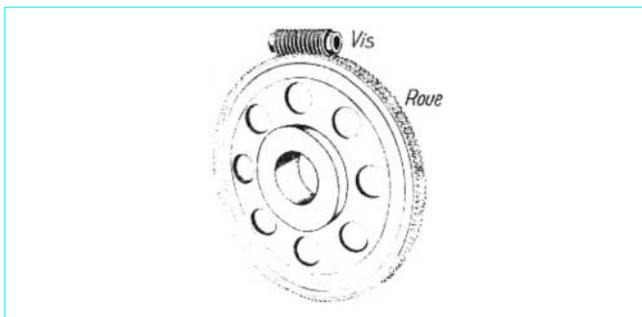


Figure 48 – Engrenage à vis sans fin : réalisation

Les cylindres primitifs de fonctionnement sont alors confondus avec les cylindres primitifs de denture :

$$d_2 = d'_2 = z_2 \cdot m_x$$

$$d_1 = d'_1 = q \cdot m_x$$

Nous ne considérerons ici que le cas du fonctionnement à l'entraxe normal.

■ **Angle d'inclinaison primitive β_1 du filet de la vis** : comme pour une roue cylindrique à denture hélicoïdale, nous définirons toujours l'angle d'inclinaison par rapport à l'axe, et non pas l'angle complémentaire comme on est tenté de le faire pratiquement. Cette façon de procéder permet d'éviter un grand nombre d'erreurs, les formules utilisées pour les vis étant absolument identiques à celles que nous avons eu l'occasion d'indiquer pour les roues cylindriques :

$$\text{tg } \beta_1 = \pi d'_1 / p_{z1} = q / z_1 \tag{57}$$

L'angle d'inclinaison de la denture de la roue (par rapport à l'axe de la roue) β_2 est donné par $\beta_2 = \text{angle des axes} - \beta_1$.

■ **Rapport des vitesses angulaires** :

- ω_1 et ω_2 vitesses angulaires de la vis et de la roue ;
- z_1 nombre de filets de la vis ;
- z_2 nombre de dents de la roue ;

$$\omega_1 / \omega_2 = z_2 / z_1 \tag{58}$$

2.4.3 Principales formes de filets utilisées

■ **Filet trapézoïdal** : la crémaillère obtenue en coupant le filet par un plan passant par l'axe est à profils rectilignes symétriques.

■ **Filet engendré par un tronc de cône de révolution** :

- taillage par fraise-disque à profils méridiens rectilignes ;
- rectification par meule-disque à profils méridiens rectilignes ;
- taillage par fraise en bout à profils méridiens rectilignes.

■ **Filet en hélicoïde développable** : une vis sans fin à filet en hélicoïde développable est une roue cylindrique à denture hélicoïdale, pouvant être engendrée à partir de la crémaillère génératrice définie pour les engrenages parallèles.

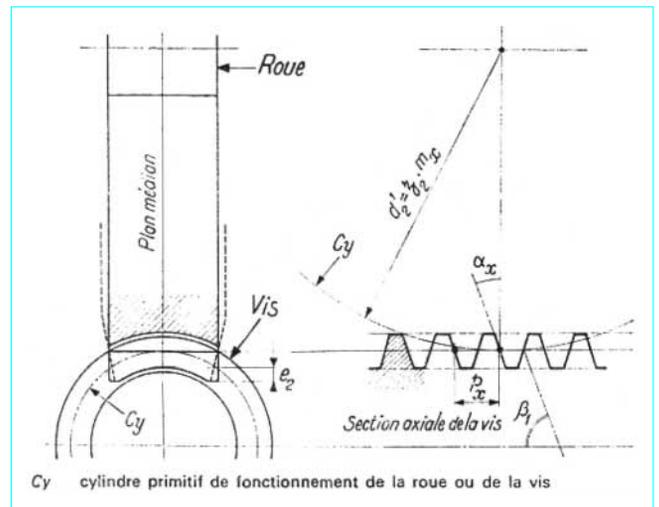


Figure 49 – Engrenage à vis sans fin : définition des éléments

2.4.4 Relations fondamentales pour la vis sans fin

En plus des éléments *axiaux* (indice x), nous retrouvons les éléments *réels* (indice n) (dans un plan normal au filet) et les éléments *apparents* (indice t) (dans un plan normal à l'axe de la vis).

- Soit : p_t pas primitif apparent ;
- p_n pas primitif réel ;
- p_x pas primitif axial ;
- m_t module apparent ;
- m_n module réel ;
- m_x module axial ;
- β_1 angle d'inclinaison primitive du filet par rapport à l'axe ;
- α_n angle de pression réel ;
- α_x angle de pression axial ;

$$\left. \begin{aligned} p_n &= p_t \cos \beta_1 = p_x \sin \beta_1 \\ m_n &= m_t \cos \beta_1 = m_x \sin \beta_1 \\ \operatorname{tg} \alpha_n &= \operatorname{tg} \alpha_x \cdot \sin \beta_1 \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

Nous pouvons évidemment ajouter toutes les relations (11), (12) et (13).

2.4.5 Dessin de la vis sans fin

Les cotes sont définies à partir du cylindre primitif de denture :

■ **Système normal** : filet trapézoïdal, ou filet enveloppe d'un tronç de cône.

Si $\beta_1 > 75^\circ$:

$$\left. \begin{aligned} \text{saillie} &= m_x \\ \text{creux} &= 1,2 m_x \\ \text{hauteur du filet} &= 2,2 m_x \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

Si $\beta_1 < 75^\circ$ on utilise m_n au lieu de m_x , avec $m_n = m_x \sin \beta_1$:

$$\left. \begin{aligned} \text{saillie} &= m_n \\ \text{creux} &= 1,2 m_n \\ \text{hauteur du filet} &= 2,2 m_n \\ \text{épaisseur axiale sur le cylindre primitif de denture} &= \pi m_x / 2 \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

Pour l'angle de pression, nous pensons que l'angle de pression réel α_n de 20° donne en général de bons résultats.

■ **Système anglais** : vis en hélicoïde développable. Dans tous les cas :

$$\left. \begin{aligned} \text{saillie} &= m_x \\ \text{hauteur de filet} &= 2,2 m_n = 2,2 m_x \sin \beta_1 \\ \text{angle de pression réel} \alpha_n &= 20^\circ \\ \text{épaisseur} &= \text{intervalle, sur le cylindre moyen} \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

■ **Largeur de denture de la vis** : nous proposons la formule simple suivante :

$$b_1 = 6 p_x \quad (63)$$

2.4.6 Dessin de la roue

Les cotes sont définies à partir du cylindre primitif de denture.

■ **Système normal** : avec β_1 angle d'inclinaison primitive du filet de la vis.

Si $\beta_1 > 75^\circ$:

$$\left. \begin{aligned} \text{saillie} &= m_x \\ \text{creux} &= 1,2 m_x \\ \text{hauteur de dent} &= 2,2 m_x \\ e_2 &= 0,5 m_x \text{ (figure 49)} \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

Si $\beta_1 < 75^\circ$ on utilise m_n au lieu de m_x , avec $m_n = m_x \sin \beta_1$:

$$\left. \begin{aligned} \text{saillie} &= m_n \\ \text{creux} &= 1,2 m_n \\ \text{hauteur de dent} &= 2,2 m_n \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

■ **Système anglais** :

$$\left. \begin{aligned} \text{saillie} &= m_x (2 \sin \beta_1 - 1) \\ \text{creux} &= m_x (0,2 \sin \beta_1 + 1) \\ \text{hauteur de dent} &= 2,2 m_n = 2,2 m_x \sin \beta_1 \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

■ **Largeur de la roue** : une bonne règle pratique consiste à prendre une largeur de roue égale au segment tangent au cylindre primitif de denture de la vis et intercepté par le cylindre de tête de la vis (figure 49), soit :

$$b_2 = 2 m_x \sqrt{q + 1} \quad (67)$$

avec q quotient diamétral.

2.4.7 Condition d'irréversibilité

Nous verrons (§ 3.3.2) que l'inclinaison β_1 du filet (par rapport à l'axe de la vis) doit être supérieure à 85° pour obtenir l'irréversibilité, ce qui revient à écrire :

$$q = d_1 / m_x > z_1 \operatorname{tg} 85^\circ$$

$$\text{soit} \quad q > 11,43 z_1$$

Pour une vis à un filet :

$$q > 11,43$$

2.4.8 Détermination des éléments de l'engrenage à vis sans fin

Les calculs se conduisent comme pour l'engrenage gauche hélicoïdal, le pignon étant maintenant la vis. Il faut bien faire attention au choix de l'angle du filet si des questions d'irréversibilité sont à respecter.

Pour les problèmes pratiques, nous recommandons les valeurs du tableau 6.

Exemple : on donne : angle des axes 90° , rapport des vitesses $1/50$, engrenage irréversible, entraxe imposé 305 mm.

Adoptons : 1 filet pour la vis, 50 dents pour la roue.

Avec $\beta_1 = 85^\circ$, nous obtenons, d'après (56) :

$$305 = m_x [(50 + 11,43)/2]$$

$$\text{soit} \quad m_x = 9,93 \text{ mm} \quad m_n = 9,93 \sin 85^\circ = 9,89 \text{ mm}$$

Il peut être intéressant d'adopter le module réel 10, qui est normalisé. Nous allons utiliser l'abaque de la figure 47 pour déterminer l'angle β_1 correspondant (§ 2.3.2) :

$$N_1 = (10 \times 1)/(2 \times 305) = 0,016 3$$

$$N_2 = (10 \times 50)/(2 \times 305) = 0,819 6$$

L'abaque donne une valeur β_1 légèrement inférieure à 85° , disons : $\beta_1 = 84^\circ 40'$, à la rigueur acceptable pour l'irréversibilité.

On peut alors calculer par les formules (59) et (57) le module axial :

$$m_x = 10 / \sin 84^\circ 40' = 10,045$$

le quotient diamétral $q = \operatorname{tg} 84^\circ 40' = 10,715$.

D'où d'après (55) et (53) :

diamètre primitif de la vis : $10,045 \times 10,715 = 107,7 \text{ mm}$

diamètre primitif de la roue : $10,045 \times 50 = 502,25 \text{ mm}$

Déterminons maintenant les cotes de dessin de la vis avec les formules (60) et (63) :

$$\beta_1 > 75^\circ$$

saillie = 10,045 mm

diamètre de tête = $107,7 + (2 \times 10,045) = 127,80 \text{ mm}$

hauteur du filet = $2,2 \times 10,045 = 22,10 \text{ mm}$

largeur de la vis = $6 \pi \times 10,045 = 190 \text{ mm}$

Pour la roue, les formules (64) et (67) donnent :

saillie = 10,045 mm

hauteur de denture = 22,10 mm

$e_2 = 0,5 \times 10,045 = 5 \text{ mm}$ (figure 49)

diamètre extérieur total = $502,30 + (2 \times 10,045) + (2 \times 5) = 532,40 \text{ mm}$

largeur de la roue $b_2 = 2 \times 10,045 \sqrt{10,715 + 1} \approx 70 \text{ mm}$

F_t composante tangentielle (daN) :

$$= \frac{\text{couple moteur (m} \cdot \text{daN)}}{\text{rayon de base du pignon moteur (m)}} \tag{69}$$

$$= 980\,000 \frac{\text{puissance (kW)}}{n_1 \text{ (tr/min)} r_1 \text{ (mm)}}$$

F_r composante radiale (daN) :

$$F_r = F_t \tan \alpha \tag{70}$$

La réaction de la denture menée sur la denture menante est égale et directement opposée à l'effort F_n précédemment défini : les composantes tangentielle et radiale sont égales et directement opposées.

Pour déterminer l'effort de flexion sur l'arbre de la roue, il suffit de transporter l'effort F_n sur cet arbre, et de le composer éventuellement avec le poids de la roue.

Procéder de la même façon pour déterminer l'effort de flexion sur l'arbre du pignon.

Les réactions sur les paliers sont calculées à partir des formules données au paragraphe 3.1.2.

3.1.2 Engrenage parallèle à denture hélicoïdale

Les termes suivants sont définis sur la figure 51.

■ Effort exercé par la denture menante sur la denture menée : cet effort est supposé concentré au milieu de la denture.

Effort normal :

$$F_n = F_t / (\cos \beta \cos \alpha_n)$$

Composante tangentielle :

$$F_t = 980\,000 \frac{\text{puissance (kW)}}{n_1 \text{ (tr/min)} r_1 \text{ (mm)}} \tag{71}$$

Composante radiale :

$$F_r = (F_t / \cos \beta) \tan \alpha_n \tag{72}$$

Composante axiale :

$$F_x = F_t \tan \beta \tag{73}$$

La réaction de la denture menée sur la denture menante est égale et directement opposée à F_n .

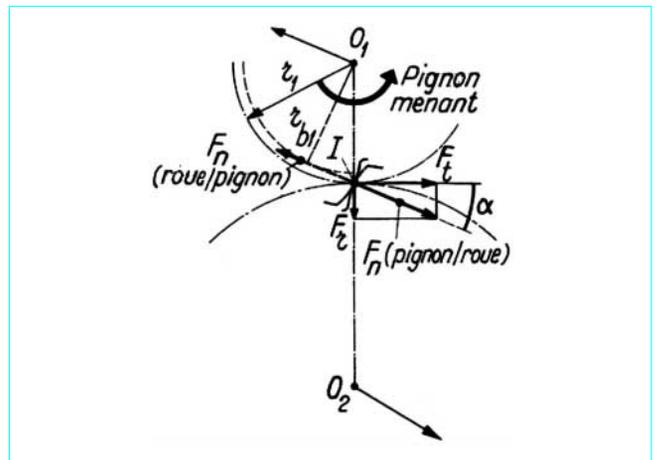


Figure 50 – Engrenage parallèle à denture droite : efforts

Tableau 6 – Engrenage à vis sans fin : valeurs pratiques

Rapport de l'engrenage	3 à 3,5	3,5 à 4	4 à 5	5 à 6	6 à 8	8 à 10	10 à 15	15 à 22	22 à 40-50	au-dessus de 40-50
Nombre de filets de la vis z1	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

diamètre de la vis $d_1 \approx \frac{\text{diamètre de la roue}}{5 \text{ à } 6} \approx \frac{\text{entraxe}}{3 \text{ à } 3,5}$
(pour engrenages réversibles)

Quotient diamétral de la vis : $q = d_1 / m_x$ compris entre 5 et 8 pour engrenages réversibles (valeur plus forte pour engrenage irréversible, $\beta_1 > 85^\circ$ avec $\operatorname{tg} \beta_1 = q / z_1$ donne $q > 11,43$).

3. Étude dynamique

3.1 Poussées sur les dentures, les arbres et les paliers

Nota : pour plus de détails, se reporter au *Traité théorique et pratique des engrenages*.

3.1.1 Engrenage parallèle à denture droite

Les termes suivants sont définis sur la figure 50 :

F_n effort normal exercé par la denture menante sur la denture menée, dirigé suivant la ligne d'engrènement, et supposé concentré au milieu de la denture :

$$F_n = F_t / \cos \alpha \tag{68}$$

avec α angle de pression.

■ **Effort de flexion sur l'arbre de la roue** : déterminer la somme des (vecteurs) efforts F_t et F_r transportés sur l'arbre de la roue et du poids Q de la roue éventuellement.

■ **Réactions sur les paliers** :

Réaction radiale sur le palier A : déterminer la somme des (vecteurs) efforts :

$$F_{tA} = F_t b/d \quad F_{rA} = F_r b/d \quad Q_A = Qb/d \quad F_{xA} = F_x r_2/d \quad (74)$$

avec r_2 rayon primitif de la roue menée.

Pour déterminer le sens de F_{xA} , il suffit d'imaginer que le palier B est une articulation.

Réaction radiale sur le palier B : déterminer la somme des (vecteurs) efforts :

$$F_{tB} = F_t a/d \quad F_{rB} = F_r a/d \quad Q_B = Qa/d \quad F_{xB} = F_x r_2/d \quad (75)$$

Pour déterminer le sens de F_{xB} , il faut supposer que le palier A est une articulation.

Procéder de la même façon pour l'effort de flexion sur l'arbre du pignon et les réactions radiales sur les paliers supportant cet arbre.

Compensation de la composante axiale : F_x doit être absorbée par une butée aménagée dans le palier B. Si elle n'est pas trop forte, il suffira d'en tenir compte dans les calculs de détermination des roulements à billes, suivant les règles bien connues indiquées dans les catalogues des constructeurs.

Nota : la denture en chevron permet d'annuler la composante axiale.

3.1.3 Engrenage concourant à denture droite

Nous considérons ici le cas d'engrenage concourant avec angle des axes de 90° (figure 52).

■ **Effort exercé par la denture menante sur la denture menée** : cet effort est supposé concentré au milieu de la denture.

Effort normal :

$$F_n = F_t / \cos \alpha \quad (76)$$

Composante tangentielle :

$$F_t = 980\,000 \frac{\text{puissance (kW)}}{n_1 (\text{tr/min}) r_{m1} (\text{mm})} \quad (77)$$

avec r_{m1} rayon primitif moyen du pignon menant.

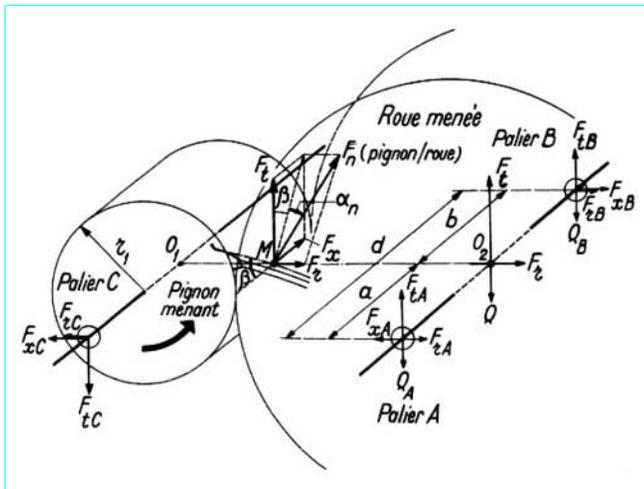


Figure 51 – Engrenage parallèle à denture hélicoïdale : efforts

Composante axiale sur la roue menée :

$$F_r = F_t \tan \alpha \cos \delta_1 \quad (78)$$

avec δ_1 angle primitif du pignon menant.

Composante radiale sur la roue menée :

$$F_x = F_t \tan \alpha \sin \delta_1 \quad (79)$$

■ **Réaction de la denture menée sur la denture menante** : elle est égale et directement opposée à F_n . Ses composantes sont :

- composante tangentielle* : égale et directement opposée à F_t
 - composante axiale* : égale et directement opposée à F_x
 - composante radiale* : égale et directement opposée à F_r
- (80)

■ **Efforts de flexion sur les arbres et réactions sur les paliers** : ils se déterminent très facilement suivant les règles indiquées pour l'engrenage parallèle à denture hélicoïdale.

3.1.4 Engrenage concourant à denture spirale

La figure 53 montre les efforts exercés et la figure 54 permet de définir :

- le sens d'inclinaison de la denture spirale (figure 54a) ;
- le sens de rotation (figure 54b) ;
- le signe des poussées radiales (figure 54c) ;
- le signe des poussées axiales (figure 54d).

■ **Effort exercé par la denture menante sur la denture menée** : cet effort est supposé concentré au milieu de la denture.

Effort normal :

$$F_n = F_t / (\cos \beta \cos \alpha_n) \quad (81)$$

Composante tangentielle :

$$F_t = 980\,000 \frac{\text{puissance (kW)}}{n (\text{tr/min}) r_m (\text{mm})} \quad (82)$$

avec r_m rayon primitif moyen de l'organe menant.

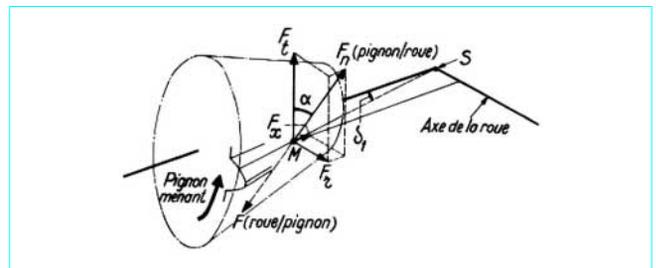


Figure 52 – Engrenage à denture droite : efforts

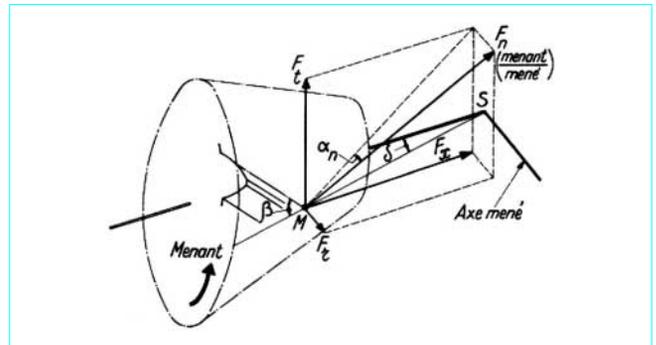


Figure 53 – Engrenage concourant à denture spirale : efforts

Composantes radiales et axiales : les formules suivantes permettent de déterminer la valeur et le signe des composantes radiales et axiales sur les organes menant et mené, dans les différents cas possibles de sens de spirale et de sens de rotation.

— *Organe menant* : denture à droite, rotation sens des aiguilles d'une montre ; denture à gauche, rotation sens inverse des aiguilles d'une montre.

Poussée axiale sur l'organe menant = poussée radiale sur l'organe mené :

$$= F_t \left(\tan \beta_1 \cos \delta_1 + \frac{\tan \alpha_n \sin \delta_1}{\cos \beta_1} \right) \quad (83)$$

Poussée radiale sur l'organe menant = poussée axiale sur l'organe mené :

$$= F_t \left(\frac{\tan \alpha_n \cos \delta_1}{\cos \beta_1} - \tan \beta_1 \sin \delta_1 \right) \quad (84)$$

— *Organe menant* : denture à gauche, rotation sens des aiguilles d'une montre ; denture à droite, rotation sens inverse des aiguilles d'une montre.

Poussée axiale sur l'organe menant = poussée radiale sur l'organe mené :

$$= F_t \left(\frac{\tan \alpha_n \sin \delta_1}{\cos \beta_1} - \tan \beta_1 \cos \delta_1 \right) \quad (85)$$

Poussée radiale sur l'organe menant = poussée axiale sur l'organe mené :

$$= F_t \left(\tan \beta_1 \sin \delta_1 + \frac{\tan \alpha_n \cos \delta_1}{\cos \beta_1} \right) \quad (86)$$

Remarque : la poussée axiale sur un organe et la poussée radiale sur l'autre organe ont même valeur et même signe. Les poussées axiales positives doivent être recherchées.

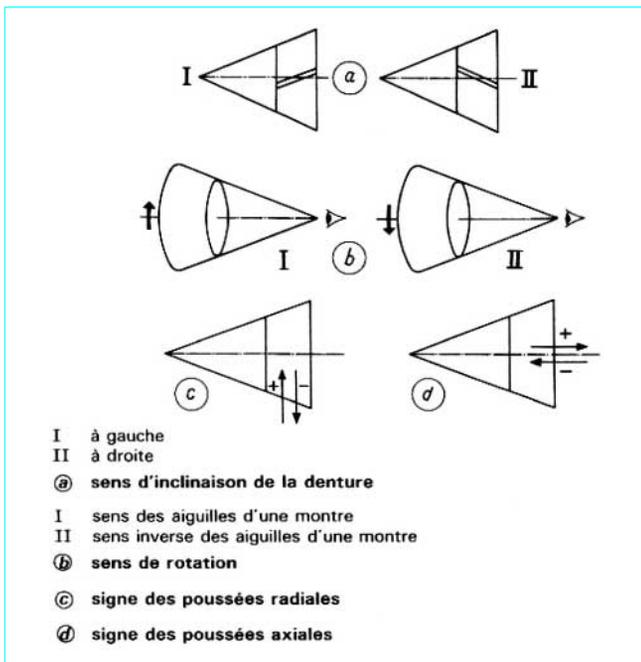


Figure 54 - Engrenage concourant à denture spirale : définitions

3.1.5 Engrenage à vis sans fin

La figure 55 montre les efforts exercés sur un engrenage à vis sans fin.

■ **Effort exercé par le filet de la vis sur la denture de la roue** : cet effort est supposé concentré au milieu de la denture de la roue.

Effort normal :

$$F_n = F_t / (\cos \beta \cos \alpha_n) \quad (87)$$

Composante tangentielle (au cylindre primitif de la vis) = poussée axiale sur la roue :

$$F_t = 980\,000 \frac{\text{puissance (kW)}}{n \text{ (tr/min)} r_1 \text{ (mm)}} \quad (88)$$

Réaction tangentielle sur la vis : égale et directement opposée à F_t .

Effort radial sur la roue :

$$F_r = \frac{F_t}{\cos \beta_1} \tan \alpha_n \quad (89)$$

Réaction radiale sur la vis : égale et directement opposée à F_r .

Effort tangentiel sur la roue :

$$F_x = F_t \tan \beta_1 \quad (90)$$

Réaction axiale sur la vis : égale et directement opposée à F_x .

■ **Efforts de flexion sur les arbres et réactions sur les différents paliers** : leur détermination ne présente aucune difficulté.

3.2 Calcul de résistance des dentures

La méthode générale de calcul de résistance des engrenages parallèles élaborée par l'ISO (International Organization for Standardization) peut être considérée comme définitivement adoptée. Nous l'avons d'ailleurs introduite dans l'édition 1980 du *Traité théorique et pratique des engrenages*. Cette méthode générale est très complexe ; elle fait intervenir tous les facteurs influençant de près ou de loin la résistance des dentures à la pression superficielle et à la rupture. C'est uniquement une *méthode de vérification* de la capacité de charge d'un engrenage dont on connaît déjà tous les éléments. Pour rendre cette méthode générale ISO réellement utilisable par la grande majorité des techniciens, il est vite apparu qu'il fallait trouver des méthodes simplifiées pour les différents types d'applications d'engrenages rencontrés :

- engrenages de mécanique générale ;
- engrenages à grande vitesse ;
- engrenages marins ;
- engrenages d'automobile ;
- engrenages d'aviation.

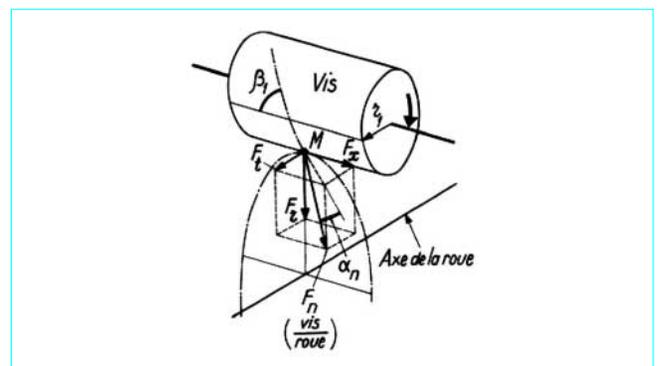


Figure 55 - Engrenage à vis sans fin : efforts

La méthode personnelle que nous proposons dans ce paragraphe est valable pour les engrenages dits de *Mécanique générale*, c'est-à-dire la grande majorité des cas, quel que soit le couple transmis, pour des vitesses tangentielles raisonnables, disons jusqu'à 40 m/s, et des dessins d'engrenages n'ayant aucun caractère extrême. De plus, nous verrons que cette méthode est réversible, c'est-à-dire qu'elle permet non seulement la vérification d'un engrenage existant, mais également la détermination complète des caractéristiques d'un engrenage à partir de la puissance transmise, des vitesses, de la classe de qualité de denture envisagée, de l'application, etc.

3.2.1 Engrenages parallèles : pression superficielle

3.2.1.1 Formule générale ISO

$$\underbrace{Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta}_{\sigma_{H0} \text{ pression de Hertz de base sur les cylindres primitifs}} \sqrt{\frac{F_t}{bd_1} \frac{u+1}{u}} \cdot K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} \leq \sigma_{H \cdot lim} Z_N Z_L Z_R Z_V Z_W \quad (91)$$

avec F_t (daN)	effort tangentiel,
b (mm)	largeur de denture,
d_1	diamètre du pignon,
u	rapport d'engrenage = $\frac{z_2}{z_1}$,
Z_H	facteur géométrique = $f(\alpha_n, \beta, z_1, z_2, x_1, x_2)$,
Z_E	facteur d'élasticité = $f(E_1, E_2, \nu_1, \nu_2)$,
E	module d'élasticité,
ν	coefficient de Poisson,
Z_ϵ	facteur de conduite = $f(\epsilon_\alpha, \epsilon_\beta)$,
Z_β	facteur d'inclinaison = $f(\beta)$,
K_A	facteur d'application = f (organe moteur, organe mené),
K_V	facteur dynamique = f (erreurs, vitesses, ...),
$K_{H\beta}$	facteur de répartition longitudinale = f (erreur de distorsion relative totale, charge unitaire, ...),
$K_{H\alpha}$	facteur de répartition transversale = f (erreur de pas relative totale, charge unitaire, ...),
$\sigma_{H \cdot lim}$ (daN/mm ²)	pression de Hertz admissible pour le matériau considéré, pour une durée infinie, et une probabilité de détérioration de 1 %,
Z_N	facteur de durée = f (nombre de cycles de mise en charge, matériaux),
Z_L	facteur lubrifiant = f (viscosité du lubrifiant, ...),
Z_R	facteur de rugosité de surface,
Z_V	facteur de film d'huile = f (vitesse tangentielle),
Z_W	facteur de rapport de dureté entre pignon et roue (ou facteur d'écroûissage de la roue).

1^{re} transformation possible de la formule générale :

$$F_{t \cdot adm}^{(1)} = \sigma_{H \cdot lim}^{(2)} b d_1 \left(\frac{u}{u+1} \right) \times \frac{1}{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \left(\frac{Z_N^{(1)} Z_L Z_R Z_V Z_W}{Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta} \right)^2 \quad (92)$$

avec (1) pour le pignon,
 (2) pour la roue,
 $F_{t \cdot adm}$ (daN) effort tangentiel admissible.

2^e transformation possible de la formule générale :

$$P_{adm}^{(1)} = 0,524 \times 10^{-6} b d_1^2 n_1 \left(\frac{u}{u+1} \right) \times \sigma_{H \cdot lim}^{(2)} \frac{1}{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \left(\frac{Z_N^{(1)} Z_L Z_R Z_V Z_W}{Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta} \right)^2 \quad (93)$$

avec (1) pour le pignon,
 (2) pour la roue,
 n_1 nombre de tours par minute du pignon,
 P_{adm} (kW) puissance admissible.

Pour des risques de détérioration différents de 1 %, faire intervenir le facteur de fiabilité K_R :

- 10 % de risques de détérioration : $K_R = 0,80$;
- 1 % : $K_R = 1$;
- très grande fiabilité : $K_R = 1,25$ (multiplier K_A par K_R).

3.2.1.2 Formule simplifiée

Appelons :

$$K_B = \frac{K_A K_R}{Z_N^2} \text{ facteur de service} \quad (94)$$

$$C_1 = 0,524 \left(\frac{u}{u+1} \right) n_1 \quad (95)$$

$$C_2 = \frac{1}{Z_H^2 Z_E^2 Z_\epsilon^2 Z_\beta^2} \quad (96)$$

$$C_3 = \frac{Z_V^2}{K_V} \quad (97)$$

$$C_4 = \frac{10^{-6} b d_1^2}{K_{H\beta} K_{H\alpha}} \quad (98)$$

$$C_5 = \frac{\sigma_{H \cdot lim}^{(2)}}{Z_E^2} \quad (99)$$

$$C_6 = (Z_L Z_R Z_W)^2 \quad (100)$$

La relation (93) devient :

$$P_{adm} \cdot K_B = C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 C_6 \quad (101)$$

Facteur de service K_B :

- nous ne considérerons que les transmissions par moteur électrique, ou éventuellement par turbine ;
- degré de choc de l'organe mené :
 - U : transmission uniforme,
 - M : transmission avec chocs modérés,
 - H : transmission avec chocs importants.

La figure 56 permet une détermination pratique du facteur de service K_B en fonction du degré de choc de l'application (considération de K_A), de la durée de fonctionnement (considération de Z_N et implicitement de K_B). Cette figure correspond à une norme AGMA (American Gear Manufacturers Association), n° 420-04, de même que le tableau 7 donnant les références U, M ou H pour un très grand nombre d'applications.

- **Facteur C_1** : donné par la formule (95).
- **Facteur C_2** : la figure 57 donne une très bonne valeur de C_2 [relation (96)] en fonction de l'angle d'inclinaison β et pour les angles de pression réels de 20 et 25°.
- **Facteur C_3** : ce facteur groupe les deux facteurs K_V et Z_V faisant intervenir la vitesse tangentielle.

La valeur K_V est celle de la méthode ISO générale C.

La figure 58 donne une bonne valeur moyenne de C_3 [relation (97)] en fonction de la vitesse tangentielle v (m/s) pour la denture hélicoïdale :

- II denture simplement taillée, acier à trempe totale, qualité de denture ISO 7 ;
- I denture avec durcissement superficiel, rectification ultérieure, qualité de denture ISO 5 ou 6.

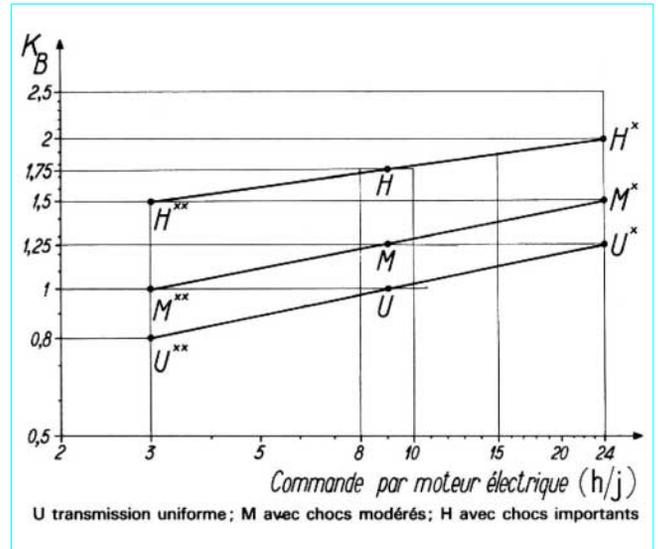


Figure 56 - Facteur de service K_B (d'après norme AGMA 420-04) (tableau 7, § 3.2.1.2 et 3.2.3.1)

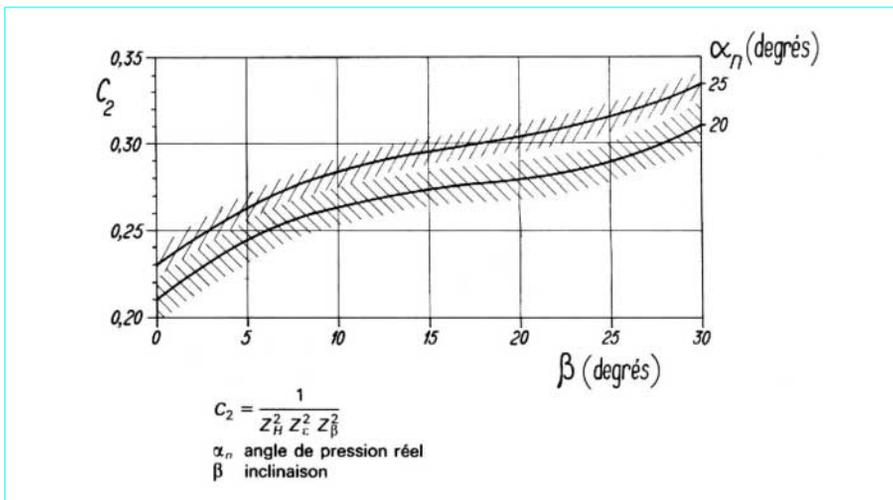


Figure 57 - Facteur C_2 (§ 3.2.1.2)

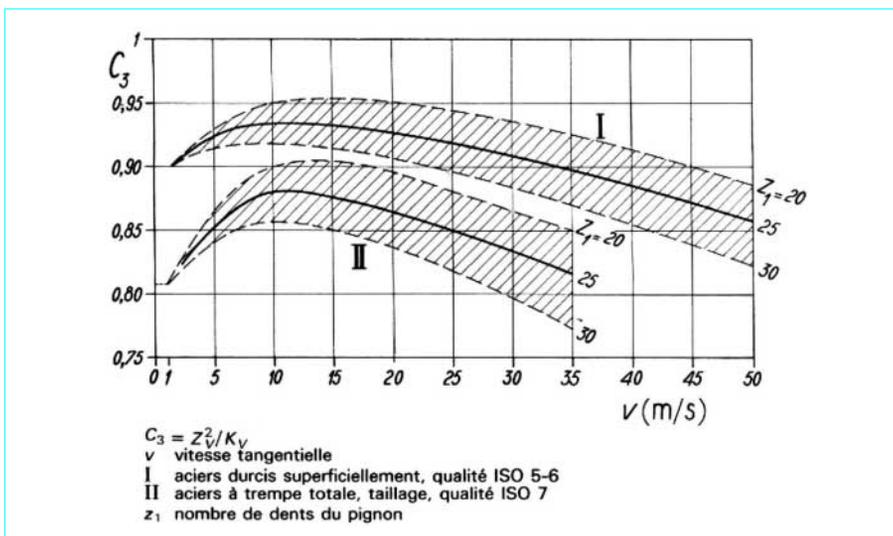


Figure 58 - Facteur C_3 pour une denture hélicoïdale (§ 3.2.1.2)

Tableau 7 – Degré de choc de l'organe mené suivant l'application (d'après norme AGMA 420-04)

Applications. Machines menées	Type de charge (1)	Applications. Machines menées	Type de charge (1)
Agitateurs		Broyeurs rotatifs	
Liquides homogènes	U	À boulets et à barres.....	M (2)
Liquides + solides	M	Fours de cimenterie	M (2)
Liquides de densité variable	M	Sécheurs et refroidisseurs	M (2)
		Broyeurs à cailloux	M (2)
Alimentaires (industries)		Fours autres que cimenterie	M
Coupeur de betteraves	M	Tonneaux de désablage	H
Brûleur de céréales	U		
Mélangeur pour pâte à pain.....	M	Caoutchouc (industrie du)	
Hacheur à viande	M	Mélangeurs internes intensifs :	
		— mélangeurs doseurs	M (2)
Alimentateurs		— mélangeurs continus	M (2)
Bande transporteuse	M	Laminoin de mélange à 2 cylindres lisses.....	M (2)
Courroie	M	Outil à cylindres suiveurs d'un mélangeur interne (<i>batch drop mill</i>)	M (2)
Tournant	U	Outil à cylindres réchauffeurs (<i>cracker warmer</i>)	H (2)
Alternatif.....	H	Magasin d'alimentation.....	U (2)
À vis	M	Calandres.....	M (2)
		Convoyeurs uniformément chargés ou alimentés	
Bois (industrie du)		Bande transporteuse	U
Écorceuses (mécaniques et hydrauliques)	M	Ligne de montage	U
Convoyeur à brûleurs	M	Courroie.....	U
Scie à chaîne	H	Godets.....	U
Chaîne de translation.....	H	Chaîne.....	U
Translation de grue.....	H	Four	U
Tambours de déroulage.....	H	À vis	U
Commande des affûteurs	M		
Halage des grumes : à pente	H	Convoyeurs en fonctionnement dur, alimentés non uniformément	
: type à puits	H	Bande transporteuse	M
Commande de tournage des grumes	H	Ligne de montage	M
Convoyeur principal des grumes	H	Courroie	M
Rouleaux d'évacuation des grumes	M	Godets.....	M
Chaînes d'alimentation des raboteuses	M	Chaîne.....	M
Treuil d'inclinaison des raboteuses.....	M	Alternatif.....	H
Convoyeurs de planches	H	À vis	M
Convoyeurs de déchets : à bande	U	À secousses.....	H
: à chaîne	M		
Table de triage	M	Concasseurs	
Convoyeur du treuil de basculage.....	M	Minerai.....	H
Commande du treuil de basculage	M	Pierre.....	H
Commande du plateau	M	Sucre.....	M
Alimentation du trancheur	M		
		Compresseurs	
Brasseries et distilleries		Centrifuge	U
Machines d'embouteillage.....	U	À lobe.....	M
Marmites de brassage, service continu	U	À pistons, multicylindres.....	M
Tubes de broyage, service continu	U	À piston, simple cylindre.....	H
Trémies de pesage, démarrages fréquents	M		
		Dragues	
Briques. Travail de l'argile		Bobine pour câble.....	M
Presse à briques.....	H	Convoyeurs	M
Machine à aggloméré.....	H		
Machine de travail de l'argile.....	M		
Broyeur de glaise	M		

(1) U transmission uniforme ; M avec chocs modérés ; H avec chocs importants ; + cas très spéciaux à traiter séparément.

(2) Facteur de fiabilité $K_R > 1$ exigé ($K_R \approx 1,25$) avec détermination pour une durée de 24 h/j.

Tableau 7 – Degré de choc de l’organe mené suivant l’application (d’après norme AGMA 420-04) (suite)

Applications. Machines menées	Type de charge (1)	Applications. Machines menées	Type de charge (1)
Dragues (suite)		Papier (industrie du)	
Commande de la tête d’outil.....	H	Agitateurs, mélangeurs	M
Commandes du crible et tamis.....	H	Tambours à écorcer.....	H
Treuil de manœuvre.....	M	Batteur et pulpeur	M
Pompes	M	Blanchisseur	U
Élevateurs	M	Calandres	M
Élevateurs		Machines de transformation, à l’exception des couteaux et plaqueurs.....	M
À godets. Charge uniforme	U	Convoyeurs.....	U
À godets. Fonctionnement dur	M	Couteaux-plaqueurs.....	H
À décharge centrifuge	U	Cylindres	M
Escaladeurs.....	U	Sécheurs	M
Monte-charges avec hommes.....	+	Tendeurs de feutre.....	M
Ascenseurs pour passagers	+	Convoyeurs de grumes	H
Grues		Presses	U
Treuil principal	U	Bobine de pulpeuse	M
Ponts mobiles. Portiques.....	+	Cylindres d’aspiration.....	U
Trolley mobiles.....	+	Laveurs et épaisseurs.....	M
Laminoirs (à acier)		Enrouleurs	U
Chariot de banc d’étirage et commande principale.....	M (2)	Plastique (industrie du)	
Rouleaux sécheurs et racleurs alternatifs	+	Mélangeurs internes intensifs :	
Coupeurs.....	M (2)	— mélangeurs doseurs	M (2)
Convoyeurs non réversibles :		— mélangeurs continus	M (2)
— entraînements de groupe	M (2)	Outil à cylindres suiveurs d’un mélangeur interne (batch drop mill) 2 cylindres lisses	M (2)
— entraînements individuels	H (2)	Magasin d’alimentation continu	U (2)
Convoyeurs réversibles	+	Laminoir de mélange.....	U (2)
Étirage du fil et laminage de plats	M (2)	Calandres	M (2)
Enrouleuse de fils.....	M (2)	Extrudeuses :	
Machines-outils		— à vitesse variable.....	M (2)
Machines à cintrer.....	M	— à vitesse fixe	H (2)
Découpeuse (commande de)	H	Pompes	
Emboutisseuse	H	Centrifuges	U
Machine à tarauder	H	À pistons :	
Autres machines :		— simple action, 3 cylindres et plus.....	M
— commandes principales.....	M	— simple action, 1 ou 2 cylindres.....	+
— commandes auxiliaires	U	— double action, 1 cylindre	+
Manutention - levage		Rotatives :	
Charge importante. Fonctionnement dur	H	— à engrenage	U
Charge modérée. Fonctionnement normal.....	M	— à lobe, à vanne	U
Treuil skip	M	Presses à imprimerie	+
Mélangeurs		Remorqueurs	
Mélangeurs à béton, service continu	M	Halage de barges, de péniches	H
Mélangeurs à béton, service intermittent	M	Sucre (industrie du)	
Mélanges à densité constante	U	Coupe canne à sucre.....	M (2)
Mélanges à densité variable	M	Broyeur	M (2)
		Moulins (extrémité basse vitesse)	M (2)

(1) U transmission uniforme ; M avec chocs modérés ; H avec chocs importants ; + cas très spéciaux à traiter séparément.

(2) Facteur de fiabilité $K_R > 1$ exigé ($K_R \approx 1,25$) avec détermination pour une durée de 24 h/j.

Tableau 7 – Degré de choc de l'organe mené suivant l'application (d'après norme AGMA 420-04) (suite)

Applications. Machines menées	Type de charge (1)	Applications. Machines menées	Type de charge (1)
Textile (industrie)		Fileuses	M
Gâcheurs.....	M	Bobineuses.....	M
Calandres.....	M	Laveurs	M
Cardeuses.....	M	Ventilateurs	
Sécheurs.....	M	Centrifuge.....	U
Équipement pour teindre.....	M	Tours de refroidissement :	
Métiers à tisser.....	M	— courant induit.....	M
Essoreuses.....	M	— courant forcé.....	M
Entailleuses.....	M	Important (mine, industriel, etc.).....	M
Savonneuses.....	M	Léger, petit diamètre.....	U

(1) U transmission uniforme ; M avec chocs modérés ; H avec chocs importants ; + cas très spéciaux à traiter séparément.
 (2) Facteur de fiabilité $K_R > 1$ exigé ($K_R \approx 1,25$) avec détermination pour une durée de 24 h/j.

Dans le cas de la denture droite, les valeurs de C_3 sont plus faibles. On pourra encore utiliser la valeur donnée par la figure 58 pour denture hélicoïdale, en la divisant par le facteur correctif suivant :

qualité ISO	$\frac{v z_1}{100}$					
	1	2	4	6	8	10
5-6	≈ 1	1,03	1,07	1,10	1,14	1,17
7	1,05	1,08	1,14	1,19	1,23	1,27

■ **Facteur C_4** : il est donné par la relation (98) dans laquelle :
 ● $K_{H\alpha}$: méthode générale C (de la méthode générale ISO) :

denture droite :	qualité minimale ISO 7	} $K_{H\alpha} = 1$
denture hélicoïdale :	qualité ISO 6	
denture droite :	qualité ISO 8 (1)	} $K_{H\alpha} = 1$
denture hélicoïdale :	qualité ISO 7 (1)	
denture droite :	qualité ISO 8	} $K_{H\alpha} = 1,10$
denture hélicoïdale :	qualité ISO 7	
	qualité ISO 8 (1)	
denture hélicoïdale :	qualité ISO 8	} $K_{H\alpha} = 1,20$

(1) signifie : avec ajustage ou rodage après taillage.

● $K_{H\beta}$: méthode générale D, avec les conditions d'utilisation suivantes :

- qualités de denture indiquées sur le dessin ;
- position du pignon pas trop excentrée par rapport à la mi-distance des paliers ;
- en charge, différence faible des déformations des deux paliers ;
- carter rigide ;
- pas de modification longitudinale des hélices ;
- largeur de denture comprise entre 50 et 500 mm ;
- rapport $\frac{\text{largeur de denture } b}{\text{diamètre primitif pignon } d_1} < 2$;
- erreur totale de distorsion relative des dentures conjuguées inférieure à 40 μm ;
- charge unitaire (par millimètre) suffisante.

Les valeurs de $K_{H\beta}$ sont pratiquement identiques pour :

- qualités ISO 5, 5 (*), 6, 6 (*), 7 (*), 8 (*) ;
- qualité ISO 7 ;
- qualité ISO 8.

Nota : avec (*) : avec ajustage ou rodage après manufacture.
 Sans (*) : dentures utilisées telles quelles après manufacture.

Pour des dentures durcies superficiellement et sans modification d'hélice, considérer la valeur $K_{H\beta}$ correspondant à ISO 8, même après rectification : il n'existe pratiquement pas de réduction d'erreur par rodage de fonctionnement, étant donné la grande dureté superficielle.

Dans le cas où il serait pratiqué une modification longitudinale appropriée, il serait possible d'augmenter la capacité de charge par réduction de la valeur $K_{H\beta}$.

La figure 59 donne directement la valeur de C_4 [relation (98)] pour les types de dentures et de qualités énumérés précédemment.

■ **Facteur C_5** : la figure 60 donne directement la valeur de C_5 [relation (99)] pour différentes catégories de matériaux. Les matériaux numérotés dans les différentes plages correspondent à ceux du tableau 8 qui sont le plus couramment utilisés.

■ **Facteur C_6** : pour les principales combinaisons de dentures, nous obtenons, en considérant $Z_L \approx 1$ [relation (100)] :

— *pignon et roue* : aciers durcis superficiellement et dentures rectifiées

$$Z_R \approx 1 \text{ et } Z_W = 1$$

soit $C_6 = 1$

- *pignon* : acier durci superficiellement, denture rectifiée ;
- *roue* : acier trempé dans la masse (HB ≈ 300), denture taillée par génération :

$$Z_R \approx 0,85, \quad Z_W = 1,10$$

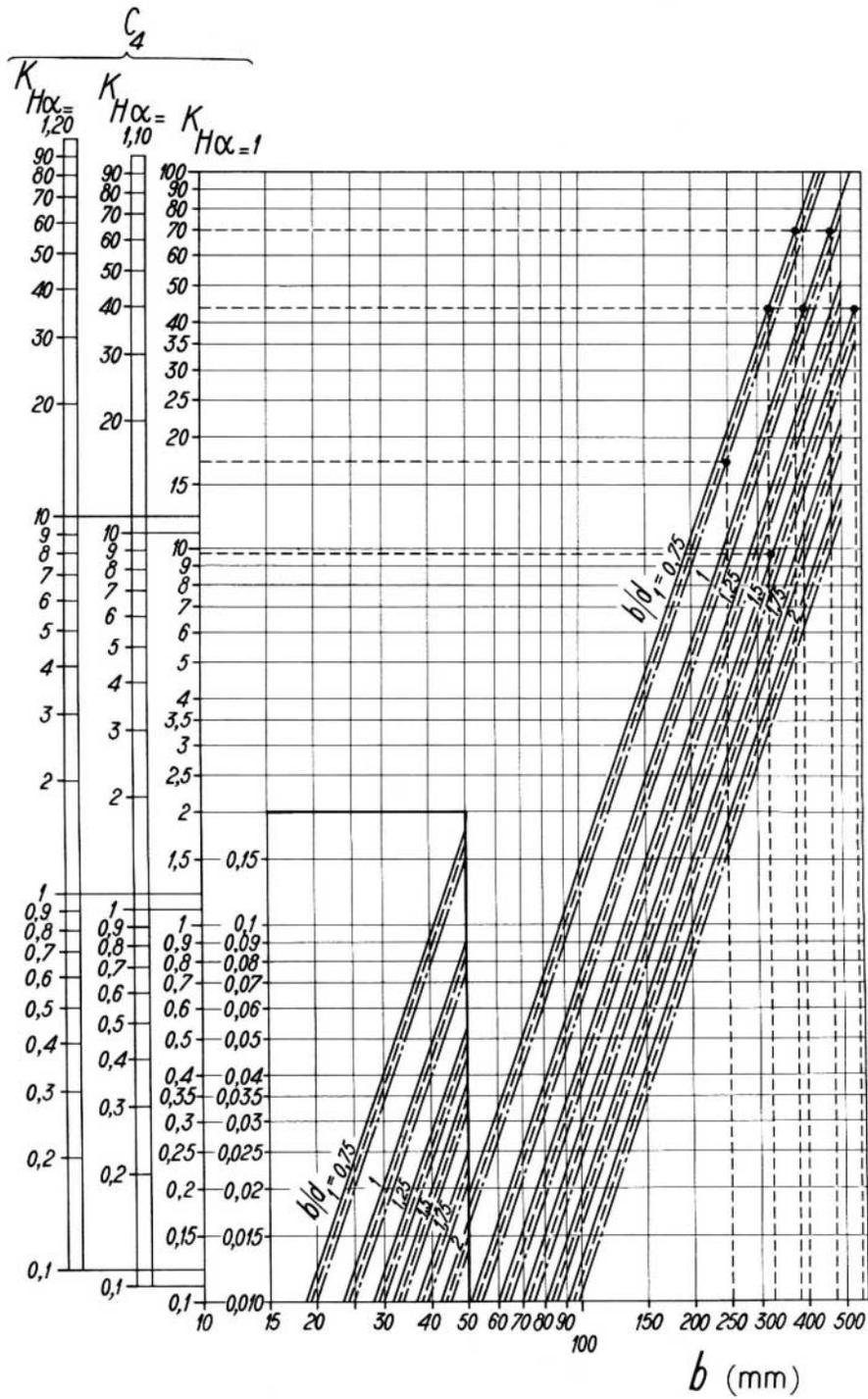
soit $C_6 \approx 0,87$

— *pignon et roue* : aciers trempés dans la masse, dentures taillées par génération ($Z_W = 1$) :

$$C_6 \approx \overline{0,85^2} = 0,72$$

avec un rodage après taillage :

$$C_6 \approx \overline{0,90^2} = 0,81$$



$$C_4 = \frac{b d^2 10^{-6}}{K_{H\beta} K_{H\alpha}}$$

- $K_{H\alpha} = 1$ pour dentures droites et hélicoïdales (qualités ISO 5, 5*, 6, 6*, 7*) et dentures droites (qualités ISO 7 et 8*)
- $K_{H\alpha} = 1,1$ pour dentures droites (qualité ISO 8) et dentures hélicoïdales (qualités ISO 7 et 8*)
- $K_{H\alpha} = 1,2$ pour dentures hélicoïdales (qualité ISO 8)

Pour une valeur de b/d_1 donnée, on distingue trois courbes suivant :

- qualités ISO 5, 5*, 6, 6*, 7*, 8*
- - - qualité ISO 7
- · · qualité ISO 8

pour $15 < b < 50$ les valeurs de C_4 se lisent sur l'axe 0,010 à 0,15.

Figure 59 – Facteur C_4 (§ 3.2.1.2) (les petits tiretés correspondent à des valeurs utilisées dans les exemples du paragraphe 3.2)

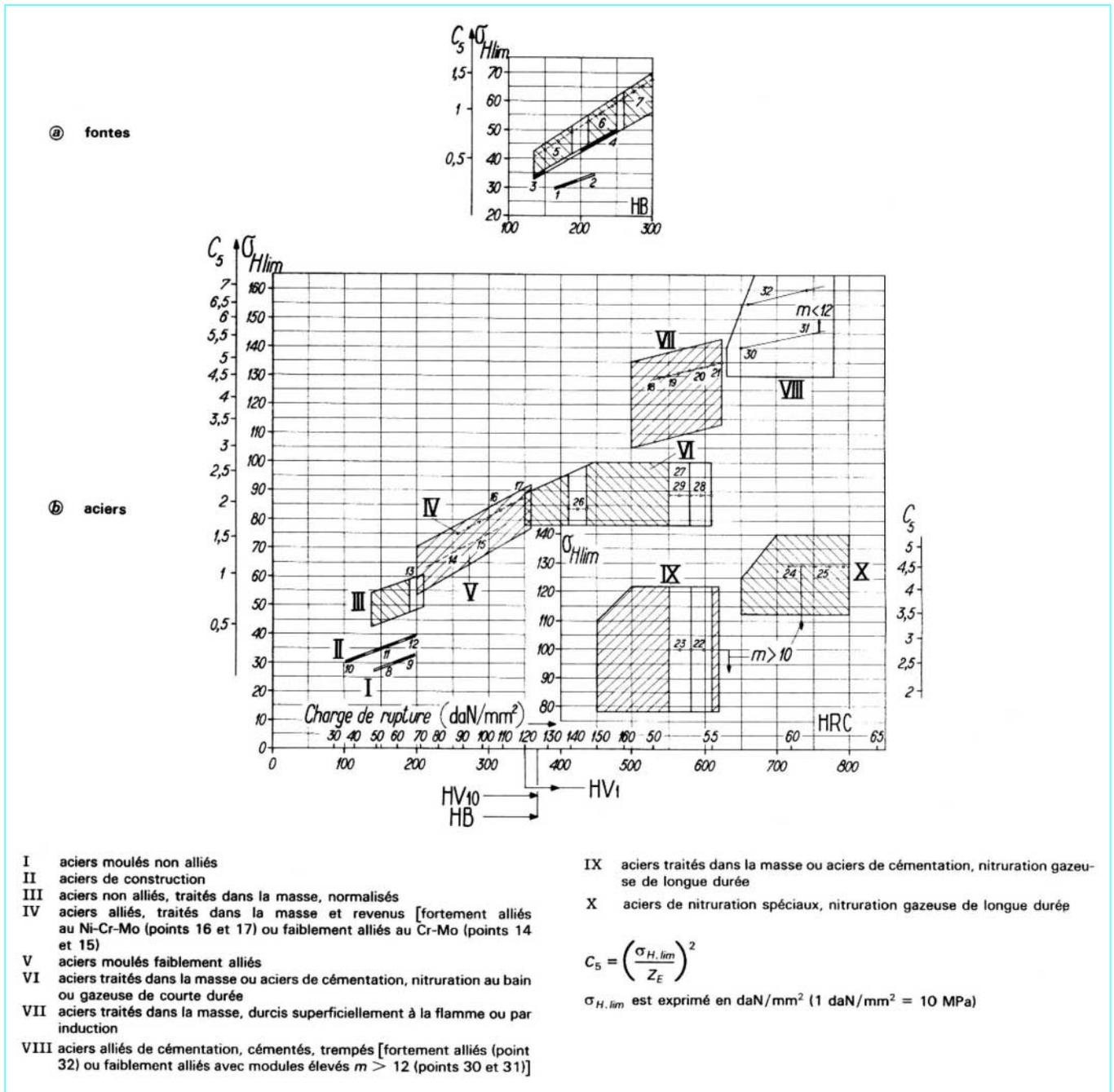


Figure 60 – Facteur C_5 (§ 3.2.1.2) ; les nombres (de 1 à 32) représentent les numéros des matériaux dont les caractéristiques figurent dans le tableau 8)

Tableau 8 – Caractéristiques des matériaux numérotés sur la figure 60

N°	Matériau	Composition Désignation	Dureté			
			à cœur	en surface		
1 2	Fontes grises	FT 20	HB 170	HB 170		
		FT 25	HB 210	HB 210		
3 4	Fontes malléables	MB 35	HB 140	HB 140		
		MB 65	HB 235	HB 235		
5 6 7	Fontes à graphite sphéroïdal	FGS 42	HB 170	HB 170		
		FGS 60	HB 250	HB 250		
		FGS 100	HB 300	HB 300		
8 9	Aciers moulés non alliés	A 48 M	HB 150	HB 150		
		A 56 M	HB 175	HB 175		
10 11 12	Aciers de construction forgés non alliés	C 40	HB 120	HB 120		
		C 50	HB 150	HB 150		
		C 60	HB 180	HB 180		
13 14 15 16 17	Aciers alliés traités dans la masse (trempe et revenu)	XC 48-XC 55	HV 10 : 185	HV 10 : 185		
		35 CD 4	HV 10 : 250	HV 10 : 250		
		42 CD 4	HV 10 : 280	HV 10 : 280		
		35 NCD 6	HV 10 : 310	HV 10 : 310		
		30 CDN 8	HV 10 : 350	HV 10 : 350		
		35 NCD 12	HV 10 : 360	HV 10 : 360		
18 19 20 21	Aciers traités dans la masse, durcis superficiellement à la flamme ou par induction	XC 45-XC 55	HV 10 : 220	HV 10 : 530		
		35 CD 4	HV 10 : 250	HV 10 : 560		
		42 CD 4	HV 10 : 280	HV 10 : 620		
		35 NCD 6	HV 10 : 310	HV 10 : 610		
22 23	Aciers traités dans la masse ou aciers de cémentation, pour nitruration gazeuse de longue durée	42 CD 4	HV 10 : 280	HV 1 : 580		
		16 MC 5	HV 10 : 270	HV 1 : 530		
24 25	Aciers de nitruration spéciaux, pour nitruration gazeuse de longue durée	31 CDV 9	HV 10 : 320	HV 1 : 700		
		14 CDV 6, 9				
26 27 28 29	Aciers traités dans la masse ou aciers de cémentation, pour nitruration au bain ou gazeuse de courte durée	XC 45 nitruré	}.....	HV 1 : 400		
		16 MC 5 nitruré				
		42 CD 4 traité dans la masse				
		16 MC 5 traité dans la masse				
30 } 31 } 32 }	Aciers faiblement alliés, cémentés, trempés	16 MC 5-20 MC 5	}.....	HRC : 58 à 62		
					Aciers fortement alliés, cémentés et trempés de mécanique générale	16 NC 6

3.2.1.3 Utilisation de la formule simplifiée

3.2.1.3.1 Calcul de vérification

On connaît toutes les dimensions et caractéristiques d'un engrenage, on veut déterminer la puissance maximale admissible P_{adm} .

Exemple : engrenage de deuxième réduction, d'un réducteur de commande de broyeur de cimenterie de très grande fiabilité et très grande durée de fonctionnement et de caractéristiques :

- $a = 710$ mm
- $b = 250$ mm
- $n_2 = 97$ tr/min
- $n_1 = 315$ tr/min
- $u = 3,22$
- $z_1 = 18$
- $z_2 = 58$
- $d_1 = 336,50$ mm d'où $b/d_1 = 0,74$ et $ba_1^2 = 28,3 \times 10^6$
- $d_2 = 1\,083,50$ mm

denture hélicoïdale : $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 10^\circ$ et $m_n = 18$
pignon : acier de cémentation 16 NC 6, denture rectifiée
roue : acier de cémentation 16 MC 5, denture rectifiée
qualité : ISO 5
vitesse tangentielle : 5,5 m/s.

Pour un broyeur à boulets, le tableau 7 indique M [facteur de fiabilité $K_R > 1$ exigé ($K_R \approx 1,25$) avec détermination pour une durée de 24h/j], soit, d'après la figure 56, $K_B \approx 1,50$:

$$C_1 = 0,524 \times \frac{3,22}{4,22} \times 315 = 125,95 \text{ [relation (95)]}$$

$$C_2 \approx 0,26 \text{ (figure 57)}$$

$$C_3 \approx 0,92 \text{ (figure 58)}$$

$C_4 = 17,1$ (figure 59, dentures durcies superficiellement sans modification longitudinale d'hélice)

$$C_5 \approx 5,3 \text{ (figure 60)}$$

$$C_6 \approx 1$$

$$P_{adm} = \frac{125,95 \times 0,26 \times 0,92 \times 17,1 \times 5,3 \times 1}{1,50} \approx 1\,820 \text{ kW}$$

3.2.1.3.2 Détermination des dimensions d'un engrenage

Exemple 1 :

À titre de comparaison avec l'exemple précédent ($K_B \approx 1,50$), déterminons les dimensions d'un engrenage de même application, mais avec la combinaison de matériaux suivante :

- *pignon* : acier de cémentation, denture rectifiée, qualité ISO 5 ;
- *roue* : acier 30 CND 8, trempé dans la masse, pour HB 360, qualité de taillage précision ISO 6 ;
- *denture hélicoïdale* : $\beta \approx 10^\circ$:

$$P_{transmise} = 1\,820 \text{ kW}$$

$$n_1 = 315 \text{ tr/min}$$

$$n_2 = 97 \text{ tr/min}$$

$$u = 3,22$$

On peut déterminer successivement :

$$C_1 = 0,524 \times \frac{3,22}{4,22} \times 315 = 125,95$$

$$C_2 = 0,26 \text{ (figure 57)}$$

$$C_3 \approx 0,92 \text{ (figure 58)}$$

$$C_5 \approx 2,20 \text{ } (\sigma_{H \cdot lim} \text{ roue} \approx 90 \text{ daN/mm}^2 \text{ ; figure 60)}$$

$$C_6 \approx 0,95$$

$$\text{soit } C_4 = \frac{1\,820 \times 1,50}{125,95 \times 0,26 \times 0,91 \times 2,20 \times 0,95} \approx 44$$

Reprenons la figure 59 :

- avec : $b \approx 325 \text{ mm}$ et $b/d_1 \approx 0,75$ soit :

$$\begin{aligned} a &= 920 \text{ mm} \\ d_1 &= 435 \text{ mm} & bd_1^2 &= 61,50 \times 10^6 \\ d_2 &= 1\,400 \text{ mm} & v &= 7,1 \text{ m/s} \end{aligned}$$

- avec : $b \approx 400 \text{ mm}$ et $b/d_1 \approx 1$, soit :

$$\begin{aligned} a &= 850 \text{ mm} \\ d_1 &= 400 \text{ mm} & bd_1^2 &= 64 \times 10^6 \\ d_2 &= 1\,300 \text{ mm} & v &= 6,6 \text{ m/s} \end{aligned}$$

- avec : $b \approx 540 \text{ mm}$ et $b/d_1 \approx 1,50$, soit :

$$\begin{aligned} a &= 760 \text{ mm} \\ d_1 &= 360 \text{ mm} & bd_1^2 &= 69,98 \times 10^6 \\ d_2 &= 1\,160 \text{ mm} & v &= 5,9 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Rappelons qu'avec le pignon et la roue en aciers de cémentation (§ 3.2.1.3.1) nous avons :

$$\begin{aligned} b &= 250 \text{ mm} \\ d_1 &= 336,50 \text{ mm} & bd_1^2 &= 28,3 \times 10^6 \end{aligned}$$

Mentionnons que le volume V_1 du pignon est proportionnel à (bd_1^2) , que le volume $V_2 = u^2 V_1$ de la roue est lui-même proportionnel à (bd_1^2) ; nous voyons que le volume total de l'engrenage est proportionnel à (bd_1^2) pour un couple transmis et un rapport donnés. Nous constatons qu'il n'est pas intéressant de s'orienter vers les plus grandes largeurs de denture, c'est-à-dire les plus grandes valeurs de b/d_1 (augmentation du facteur de répartition $K_{H\beta}$ par suite de la déformation du pignon).

Par rapport à la solution avec pignon et roue en aciers de cémentation (§ 3.2.1.3.1), le volume total de l'engrenage est multiplié par :

- $\frac{61,50}{28,3} = 2,17$;
- $\frac{64}{28,3} = 2,26$;
- $\frac{69,98}{28,3} = 2,47$.

Exemple 2 :

Reprenons l'engrenage des exemples précédents, mais avec des aciers trempés dans la masse pour le pignon et la roue.

pignon : 30 CND 8 HB = 360

roue : 42 CD 4 HB = 280

$$P_{transmise} = 1\,820 \text{ kW}$$

$$n_1 = 315 \text{ tr/min}$$

$$n_2 = 97 \text{ tr/min}$$

$$u = 3,22$$

denture en chevron : $\alpha_n = 20^\circ$ et $\beta = 30^\circ$

qualité ISO 7.

On peut déterminer successivement :

$$C_1 = 0,524 \times \frac{3,22}{4,22} \times 315 = 125,95$$

$$C_2 \approx 0,3$$

$$C_3 \approx 0,85$$

$$C_5 \approx 1,50 \text{ pour la roue}$$

$$C_6 \approx 0,81 \text{ (avec rodage après taillage)}$$

$$\text{soit } C_4 = \frac{1\,820 \times 1,50}{125,95 \times 0,30 \times 0,85 \times 1,50 \times 0,81} \approx 70$$

Reprenons la figure 59, pour la denture hélicoïdale qualité ISO 7, avec rodage (7*) :

- $b \approx 375 \text{ mm}$ et $b/d_1 = 0,75$, soit :

$$\begin{aligned} a &= 1\,060 \text{ mm} \\ d_1 &= 500 \text{ mm} & bd_1^2 &= 93,75 \times 10^6 \\ d_2 &= 1\,620 \text{ mm} & v &= 8,2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

- $b \approx 460 \text{ mm}$ et $b/d_1 = 1$, soit :

$$\begin{aligned} a &= 970 \text{ mm} \\ d_1 &= 460 \text{ mm} & bd_1^2 &= 97,3 \times 10^6 \\ d_2 &= 1\,480 \text{ mm} & v &= 7,6 \text{ m/s} \end{aligned}$$

- Pour $b/d_1 = 1,50$, on sort des limites du diagramme, il suffirait simplement de déterminer pour $\frac{70}{2^3} \approx 8,80$ (ce coefficient étant proportionnel au cube des dimensions)

$$b \approx 320 \text{ mm et } b/d_1 = 1,50, \text{ soit pour } 70$$

$$b = 640 \text{ mm et } b/d_1 = 1,50$$

$$\begin{aligned} a &= 895 \text{ mm} \\ d_1 &= 425 \text{ mm} & bd_1^2 &= 115,6 \times 10^6 \\ d_2 &= 1\,365 \text{ mm} & v &= 7 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Par rapport à la solution avec pignon et roue en aciers de cémentation (§ 3.2.1.3.1), le volume total de l'engrenage est multiplié par :

- $\frac{93,75}{28,3} = 3,31$;
- $\frac{97,3}{28,3} = 3,44$;
- $\frac{115,6}{28,3} = 4,08$.

3.2.2 Engrenages parallèles : résistance à la rupture

3.2.2.1 Formule générale ISO

Elle s'écrit :

$$\frac{F_t}{b m_n} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_{\epsilon} Y_{\beta} (K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha}) \leq \sigma_{F.lim} Y_{ST} Y_{NT} Y_{\delta.reIT} Y_{R.reIT} Y_X \quad (102)$$

σ_{F0} contrainte de rupture de base

- avec F_t (daN) effort tangentiel,
 b (mm) largeur de denture,
 m_n module réel,
 Y_{Fa} facteur de forme, charge appliquée au sommet = f (crémaillère génératrice de définition, nombre de dents, déport),
 Y_{Sa} facteur de concentration de contrainte, charge appliquée au sommet = f (crémaillère génératrice de définition, nombre de dents, déport),
 Y_{ϵ} facteur de conduite = $f(\epsilon_{\alpha})$,
 Y_{β} facteur d'inclinaison = $f(\epsilon_{\beta}, \beta)$,
 $\left. \begin{matrix} K_A \\ K_V \end{matrix} \right\}$ (§ 3.2.1.1),
 $K_{F\beta}$ facteur de répartition longitudinale,
 $K_{F\alpha}$ facteur de répartition transversale,
 $\sigma_{F.lim}$ contrainte de rupture admissible pour le matériau considéré, pour une durée infinie, et une probabilité de détérioration de 1 %,
 Y_{ST} facteur de concentration de contrainte de l'engrenage de référence $\approx 2,10$,
 Y_{NT} facteur de durée = f (nombre de cycles, matériaux),
 $Y_{\delta.reIT}$ facteur de sensibilité à l'entaille du matériau,
 $Y_{R.reIT}$ facteur de rugosité du pied des dents,
 Y_X facteur de dimension = f (module, matériaux).

Nota : l'indice complémentaire T signifie par rapport aux résultats relatifs à un engrenage d'essai de référence défini dans la méthode générale ISO.

1^{re} transformation possible de la formule générale :

$$F_{t.adm} \binom{1}{2} = \frac{\sigma_{F.lim} \binom{1}{2} Y_{ST} Y_{NT} \binom{1}{2} Y_{\delta.reIT} Y_{R.reIT} Y_X (b m_n)}{(Y_{Fa} Y_{Sa}) \binom{1}{2} (Y_{\epsilon} Y_{\beta}) K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha}} \quad (103)$$

- avec $F_{t.adm}$ (daN) effort tangentiel admissible,
 $\binom{1}{1}$ pour le pignon,
 $\binom{1}{2}$ pour la roue.

2^e transformation possible de la formule générale :

$$P_{adm} \binom{1}{2} = 0,524 \times 10^6 b \cdot m_n^2 z_1 n_1 \frac{(\sigma_{F.lim} Y_{ST}) \binom{1}{2} Y_{NT} \binom{1}{2} Y_{\delta.reIT} Y_{R.reIT} Y_X}{(Y_{Fa} Y_{Sa}) \binom{1}{2} (Y_{\epsilon} Y_{\beta} \cos \beta) K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha}} \quad (104)$$

- avec P_{adm} (kW) puissance admissible,
 $\binom{1}{1}$ pour le pignon,
 $\binom{1}{2}$ pour la roue,
 z_1 nombre de dents du pignon,
 n_1 nombre de tours par minute du pignon.

Faire intervenir également le facteur de fiabilité K_R défini au paragraphe 3.2.1.1.

3^e transformation possible de la formule générale :

$$\left(\frac{F_{t.adm}}{b \cdot m_n} \right) \binom{1}{2} = \frac{(\sigma_{F.lim} Y_{ST}) \binom{1}{2} Y_{NT} \binom{1}{2} Y_{\delta.reIT} Y_{R.reIT} Y_X}{(Y_{Fa} Y_{Sa}) \binom{1}{2} (Y_{\epsilon} Y_{\beta}) K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha}} \quad (105)$$

Faire intervenir également le facteur de fiabilité K_R (§ 3.2.1.1).

3.2.2.2 Formules simplifiées

Appelons :

$$K_B = \frac{K_A K_R}{Y_{NT}} \text{ facteur de service} \quad (106)$$

$$C_{B1} = 0,524 \times 10^{-6} z_1 m_n^2 n_1 \quad (107)$$

$$C_{B2} = \frac{1}{Y_{\epsilon} Y_{\beta} \cos \beta} \text{ et } C'_{B2} = \frac{1}{Y_{\epsilon} Y_{\beta}} \quad (108)$$

$$C_{B3} = \frac{1}{K_V} \quad (109)$$

$$C_{B4} = \frac{1}{Y_{Fa} Y_{Sa}} \quad (110)$$

$$C_{B5} = \frac{b}{K_{F\beta} K_{F\alpha}} \text{ et } C'_{B5} = \frac{1}{K_{F\beta} K_{F\alpha}} \quad (111)$$

$$C_{B6} = \sigma_{F.lim} Y_{ST} \quad (112)$$

$$C_{B7} = Y_{\delta.reIT} Y_{R.reIT} Y_X \quad (113)$$

On peut écrire alors :

$$P_{adm} K_B = C_{B1} C_{B2} C_{B3} C_{B4} C_{B5} C_{B6} C_{B7} \quad (114)$$

$$\frac{F_{t.adm}}{b m_n} K_B = C'_{B2} C_{B3} C_{B4} C'_{B5} C_{B6} C_{B7} \quad (115)$$

■ **Facteur de service K_B** : prendre les valeurs indiquées au paragraphe 3.2.1.2 (figure 56 et tableau 7 p. 37, 38).

■ **Facteur C_{B1}** : donné par la formule (107).

■ **Facteurs C_{B2} et C'_{B2}** : la figure 61 donne la valeur de ces facteurs en fonction du rapport de conduite ϵ_{α} et de l'angle d'inclinaison β .

Pour faciliter l'utilisation de la formule pour la détermination des dimensions d'un engrenage, nous avons indiqué, en regard des valeurs de ϵ_{α} , les valeurs sensiblement correspondantes des angles β pour l'angle de pression normalisé $\alpha_n = 20^\circ$ [exemple (§ 3.2.2.3)].

■ **Facteur C_{B3}** : la figure 62 donne la valeur de C_{B3} , pour denture droite et pour denture hélicoïdale, pour différentes qualités ISO (5, 6, 7 et 8), en fonction de la vitesse tangentielle v (m/s) et du nombre de dents z_1 du pignon. Ces valeurs correspondent à celles de la méthode C de la méthode générale. Elles sont largement valables pour les engrenages de mécanique générale fonctionnant pratiquement toujours au-dessous de la vitesse critique de résonance des dents.

■ **Facteur C_{B4}** : la figure 63 donne la valeur de C_{B4} pour la crémaillère génératrice normalisée, en fonction du nombre de dents z de la denture droite (ou du nombre de dents virtuel $z_v = z/\cos^3 \beta$ de la denture hélicoïdale) et du déport x . Il est également possible de déterminer C_{B4} dans le cas du taillage avec outil à protubérance (courbes en tiretés).

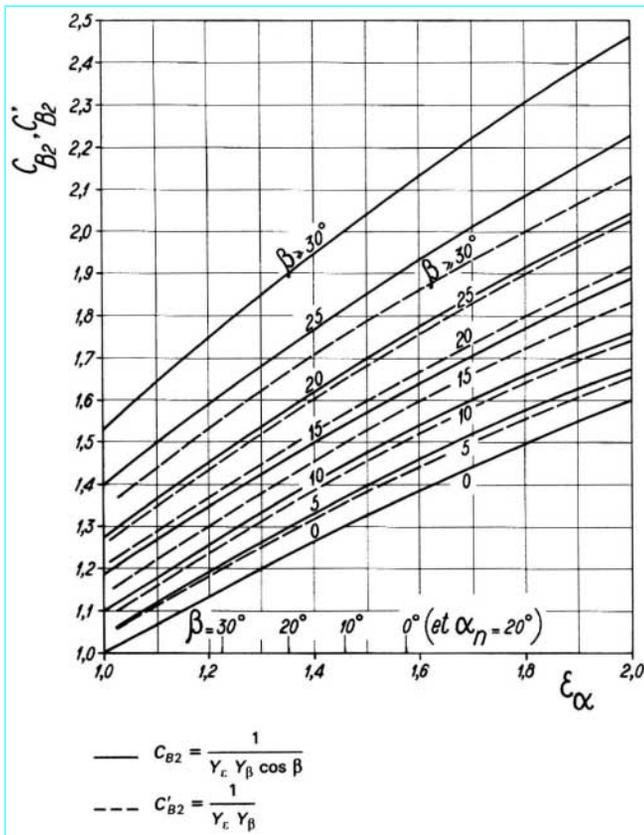


Figure 61 – Facteurs C_{B2} et C'_{B2} (§ 3.2.2.2)

■ **Facteurs C_{B5} et C'_{B5}** : la figure 64 donne la valeur de C'_{B5} , en fonction de la largeur de denture b , du rapport b/d_1 , pour les trois classes de précision définies à propos de $K_{H\beta}$:

- qualités ISO 5, 5*, 6, 6*, 7*, 8* ;
- qualité ISO 7 ;
- qualité ISO 8.

sans modification longitudinale d'hélice.

Pour les engrenages de mécanique générale, il est d'ailleurs possible de considérer :

$$K_{F\beta} \approx K_{H\beta}$$

$$K_{F\alpha} \approx K_{H\alpha}$$

Ainsi, pour $K_{F\alpha}$, il faut prendre les valeurs données pour $K_{H\alpha}$ à propos du facteur C_4 (§ 3.2.1.2).

Le facteur C_{B5} s'obtiendrait en multipliant C'_{B5} par b .

■ **Facteur C_{B6}** : la figure 65 donne directement la valeur de $(\sigma_F \cdot \lim Y_{ST})$ pour la valeur $Y_{ST} = 2,10$, pour différentes catégories de matériaux. Les matériaux numérotés dans les différentes plages correspondent à ceux du tableau 8 qui sont le plus couramment utilisés.

Pour les aciers de la catégorie VII, la trempe à la flamme ou par induction doit obligatoirement être continue sur tout l'entredent, y compris le fond. La trempe sur flancs seuls diminue considérablement la résistance à la rupture.

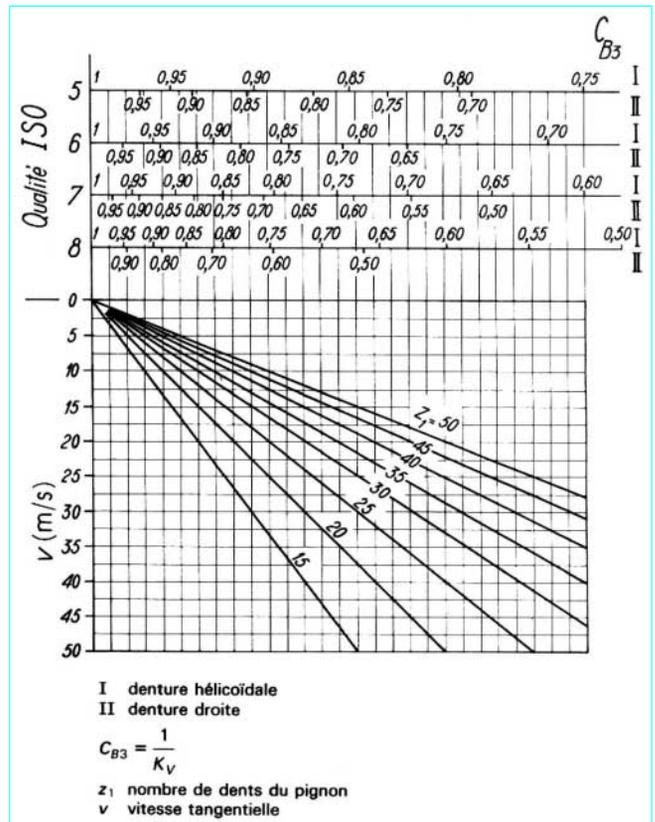


Figure 62 – Facteur C_{B3} (§ 3.2.2.2)

■ **Facteur C_{B7}** : pour les engrenages de mécanique générale, la figure 66 donne directement la valeur de C_{B7} en fonction du module réel m_n et pour différentes classes de matériaux ayant des sensibilités à l'entaille différentes.

3.2.2.3 Utilisation des formules simplifiées

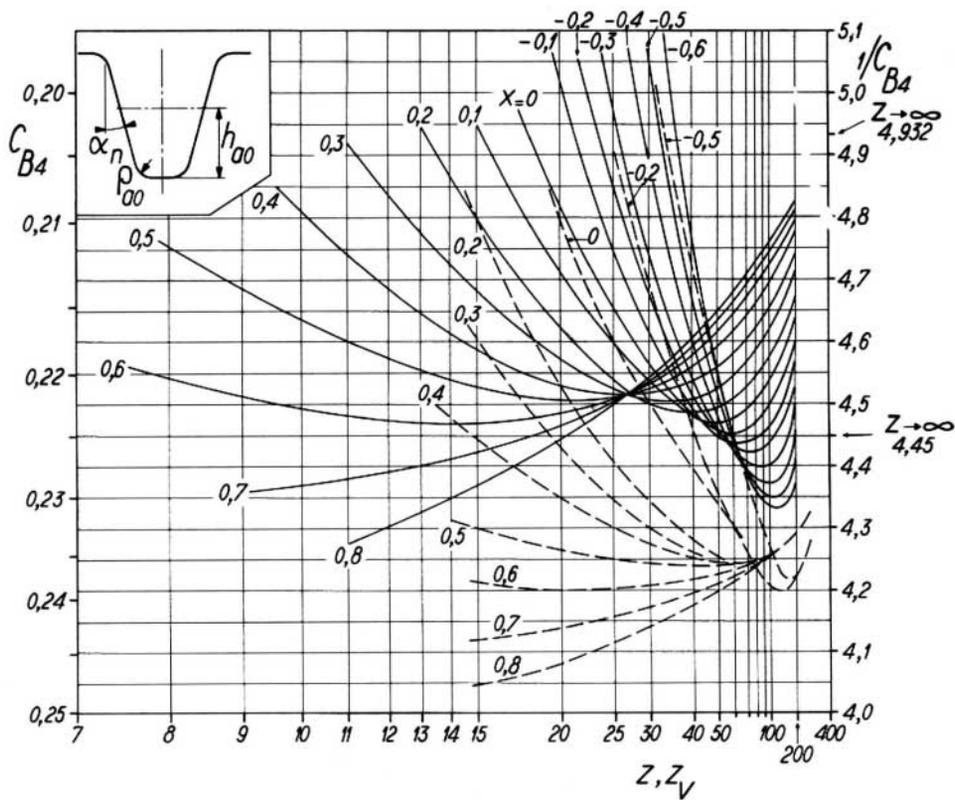
Le problème est plus simple que dans le cas de la résistance à la pression superficielle (§ 3.2.1.3).

En effet, que ce soit pour un calcul de vérification de la capacité de charge d'un engrenage dont on connaît les données, ou au contraire pour un calcul permettant de déterminer les dimensions d'un engrenage inconnu, la connaissance de la puissance transmise, des vitesses (c'est-à-dire des couples) et des dimensions (entraxe, diamètres primitifs, largeur de denture) permet de calculer F_t/b (daN/mm).

Pour un calcul de vérification, il suffit donc de vérifier que $F_t/(b m_n)$ est plus petit que $F_{t \cdot adm}/(b m_n)$, c'est-à-dire que le module réel m_n est suffisant.

Pour la détermination du module d'un engrenage, pour lequel les considérations de pression superficielle ont permis de calculer les dimensions, c'est-à-dire la valeur de F_t/b , la détermination de $F_{t \cdot adm}/(b m_n)$ permet aussi le calcul du module m_n minimal.

Nous voyons ainsi que la formule simplifiée, qui nous paraît la plus intéressante, est celle donnant $F_{t \cdot adm}/(b m_n)$ [relation (115)].



— $\alpha_n = 20^\circ; h_a/m_n = 1; h_{a0}/m_n = 1,25; \rho_{a0}/m_n = 0,25$
 - - - $\alpha_n = 20^\circ; h_a/m_n = 1; h_{a0}/m_n = 1,40; \rho_{a0}/m_n = 0,40;$
 protubérance $Pro/m_n = 0,05$

x déport
 z, z_v nombres de dents (réel, virtuel)

$$C_{B4} = \frac{1}{Y_{Fa} Y_{Sa}}$$

Pour $z \rightarrow \infty$, $1/C_{B4} = 4,932$ (sans protubérance) ou $4,45$ (avec protubérance)

Échelles arbitraires sur les deux axes.

Figure 63 – Facteur C_{B4} (§ 3.2.2.2)

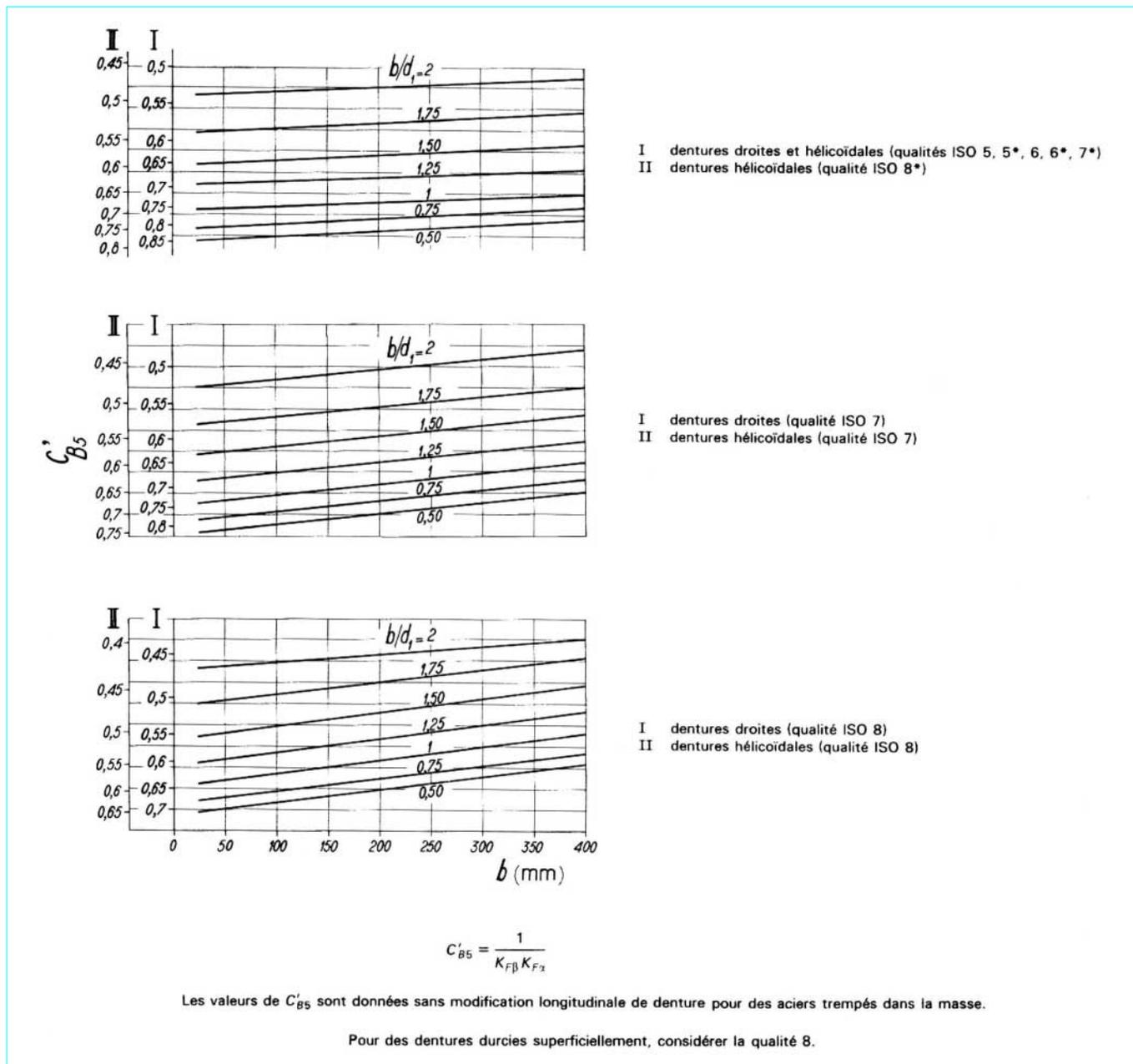
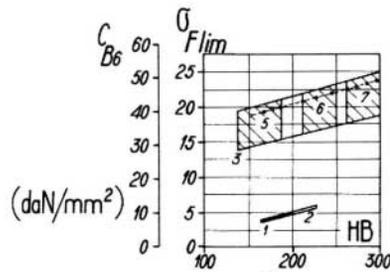
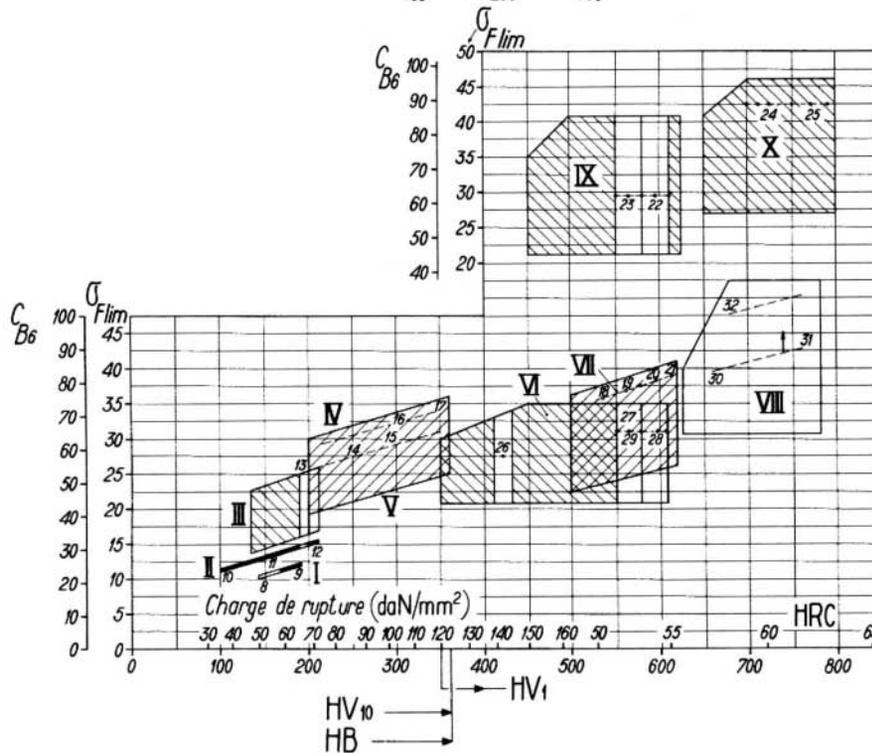


Figure 64 – Facteur C'_{B5} (§ 3.2.2.2)

Ⓐ fontes ($Y_{ST} = 2,1$)



Ⓑ aciers



- I aciers moulés non alliés
- II aciers de construction forgés non alliés
- III aciers non alliés, traités dans la masse, normalisés
- IV aciers alliés, traités dans la masse et revenus [fortement alliés au Ni-Cr-Mo (points 16 et 17) ou faiblement alliés au Cr-Mo (points 14 et 15)]
- V aciers moulés faiblement alliés
- VI aciers traités dans la masse ou aciers de cémentation, nitruration au bain ou gazeuse de courte durée
- VII aciers traités dans la masse, durcis superficiellement à la flamme ou par induction
- VIII aciers alliés de cémentation, cémentés, trempés [fortement alliés (point 32) ou faiblement alliés avec modules élevés $m > 12$ (points 30 et 31)]
- IX aciers traités dans la masse ou aciers de cémentation, nitruration gazeuse de longue durée
- X aciers de nitruration spéciaux, nitruration gazeuse de longue durée

$$C_{B6} = \sigma_{F-lim} Y_{ST} \quad (Y_{ST} = 2,1)$$

$$\sigma_{F-lim} \text{ est exprimé en daN/mm}^2 \quad (1 \text{ daN/mm}^2 = 10 \text{ MPa})$$

Figure 65 - Facteur C_{B6} (§ 3.2.2.2)

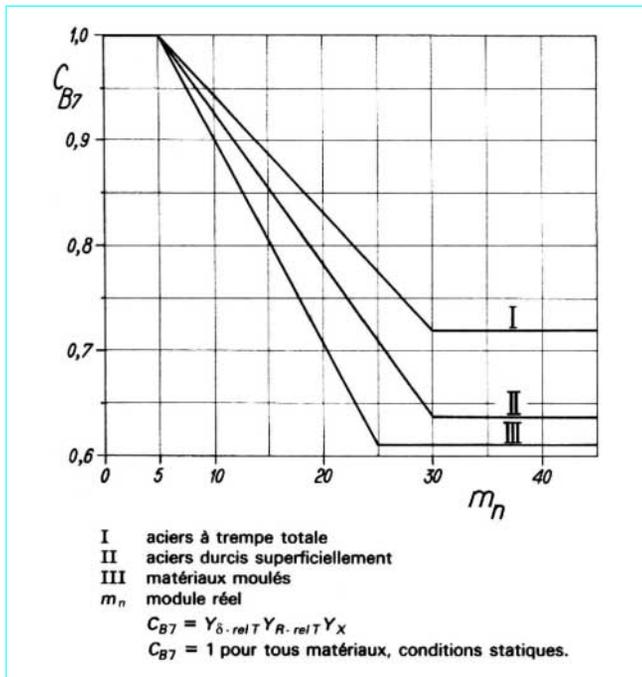


Figure 66 – Facteur C_{B7} (§ 3.2.2.2)

3.2.2.3.1 Calcul de vérification

Reprenons les données du paragraphe 3.2.1.3.1.

Exemple

- $K_B = 1,50$
- $C'_{B2} \approx 1,40$ (figure 61)
- $C_{B3} = 0,97$ (denture hélicoïdale, qualité ISO 5, $v = 5,5$ m/s et $z_1 = 18$; figure 62)
- $C_{B4} \approx 0,23$ (outil à protubérance, figure 63)
- $C'_{B5} \approx 0,66$ (figure 64a)
- $C_{B6} \approx 85$ (pour la roue; figure 65)
- $C_{B7} \approx 0,82$ (figure 66)

soit [relation (115)] :

$$\frac{F_t \cdot adm}{b m_n} = \frac{1,40 \times 0,97 \times 0,23 \times 0,66 \times 85 \times 0,82}{1,50} = 9,6$$

- Avec $P_{transmise} = 1\ 820$ kW
- $n_2 = 97$ tr/min
- $d_2 = 1\ 083,50$ mm
- $b = 250$ mm, $m_n = 18$

on trouve [relation (115)] :

$$\frac{F_t \cdot eff}{b m_n} = 7,5$$

Le module $m_n = 18$ est donc bien adapté, permettant d'obtenir une sécurité complémentaire à la rupture, ce qui est de loin préférable.

3.2.2.3.2 Détermination du module

Reprenons l'exemple 1 du paragraphe 3.2.1.3.2.

La considération de la résistance à la pression superficielle nous a permis de prendre les caractéristiques suivantes :

$$\left. \begin{aligned} a &= 850 \text{ mm} \\ b &= 400 \text{ mm} \\ d_1 &= 400 \text{ mm} \\ d_2 &= 1\ 300 \text{ mm} \end{aligned} \right\} \frac{b}{d_1} = 1$$

Avec $P = 1\ 820$ kW et $n_2 = 97$ tr/min, on détermine :

$$F_t = 28\ 108 \text{ daN}$$

$$\frac{F_t}{b} = 70,27 \text{ daN/mm}$$

Transformons la formule (115) :

$$C_{B7} m_n = \frac{(F_t/b) K_B}{C'_{B2} C_{B3} C_{B4} C'_{B5} C_{B6}} \quad (116)$$

La figure 67 donne la valeur de $C_m = C_{B7} m_n$ en fonction du module et pour différentes classes de matériaux.

Nous conseillons, pour la mécanique générale, de prendre un module réel d'au moins 1,25 fois le module réel minimal donné par (116).

Reprenons l'exemple 2 du paragraphe 3.2.1.3.2 avec $b = 460$ mm et $b/d_1 = 1$.

Avec : $P = 1\ 820$ kW ;

$n_1 = 315$ tr/min ;

$n_2 = 97$ tr/min,

nous calculons :

$$\frac{F_t}{b} = 54 \text{ daN/mm}$$

et $C'_{B2} \approx 1,58$ (figure 61)

$C_{B3} \approx 0,95$ (figure 62)

$C_{B4} \approx 0,225$ (pour la roue; figure 63)

$C'_{B5} \approx 0,64$ (denture hélicoïdale, qualité ISO 7* ; figure 64a)

$C_{B6} \approx 60$ (figure 65)

$$C_m = \frac{54 \times 1,50}{1,58 \times 0,95 \times 0,225 \times 0,64 \times 60} \approx 6,3$$

La figure 67 indique m_n conseillé $\approx 8 \left(\frac{F_t}{b m_n} = 6,8 \right)$.

Les nombres de dents auxquels nous arrivons étant encore très élevés, rien n'empêche de prendre $m_n = 10$, ce qui donnerait :

$$z_1 = 40 \text{ dents}$$

$$z_2 = 129 \text{ dents}$$

3.2.3 Engrenages parallèles : détermination simplifiée pour avant-projet

3.2.3.1 Détermination des dimensions d'un engrenage : méthode du facteur K

Rappelons la définition du facteur K :

$$K = \frac{F_t}{b d_1} \frac{u+1}{u}$$

- avec F_t (daN) effort tangentiel,
- b (mm) largeur de denture,
- d_1 (mm) diamètre primitif du pignon,
- u rapport d'engrenage $\left(= \frac{z_2}{z_1} \right)$.

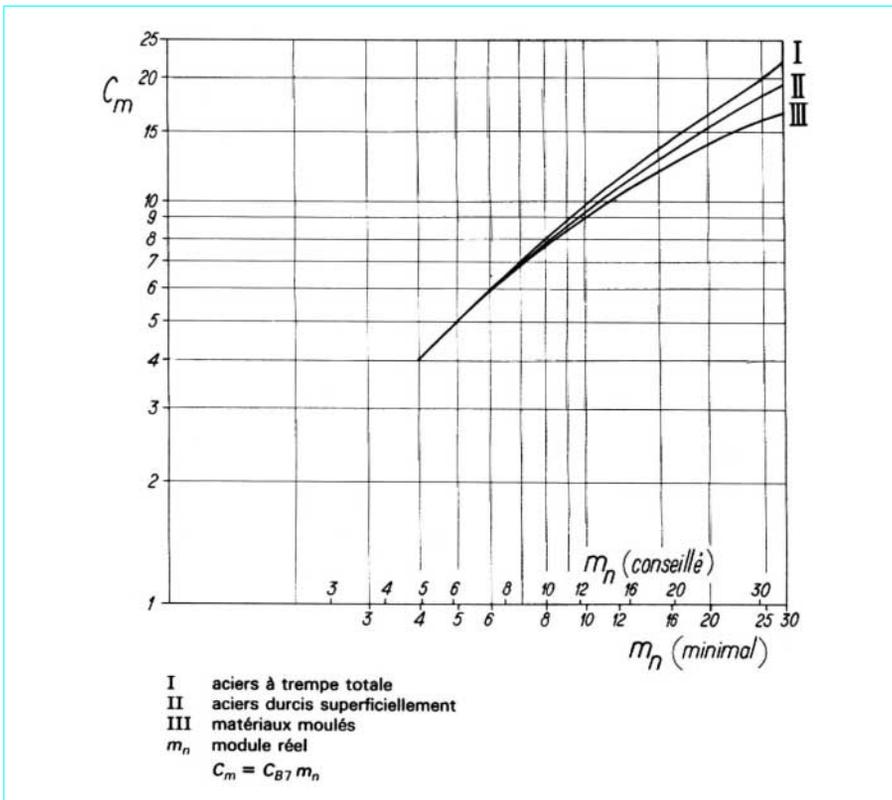


Figure 67 – Facteur C_m (§ 3.2.2.3.2)

3.2.3.1.1 Symbolisation

■ **Nature de l'organe entraîné** : nous n'envisagerons que l'entraînement par moteur électrique :

- U charge uniforme
 - M chocs modérés
 - H chocs importants
- (tableau 7)

- sans indice : fiabilité normale, 8 à 10 h/j
 - avec (*) : grande fiabilité, 24 h/j
 - avec (**): fiabilité normale, faible utilisation journalière
- (figure 56)

■ **Matériaux utilisés pour pignon et roue, aciers forgés ou laminés :**

- I pignon et roue : aciers de cémentation 58 à 60 HRC, dentures rectifiées : ISO 5 à 6, dentures hélicoïdales : $\alpha_n = 20^\circ, \beta \approx 10^\circ$;
- II pignon : acier de cémentation 58 à 60 HRC, roue : acier à nitruration gazeuse profonde : 55 à 58 HRC, dentures rectifiées : ISO 5 à 6, dentures hélicoïdales : $\alpha_n = 20^\circ, \beta \approx 10^\circ$;
- III pignon : acier de cémentation 58 à 60 HRC, roue : acier à nitruration au bain ou gazeuse de faible durée : 52 à 55 HRC, dentures rectifiées : ISO 5 à 6, dentures hélicoïdales : $\alpha_n = 20^\circ, \beta \approx 10^\circ$;

- IV pignon : acier de cémentation 58 à 60 HRC, roue : acier allié trempé superficiellement à la flamme ou par induction, dentures rectifiées : ISO 5 à 6 (pour roue également), dentures hélicoïdales : $\alpha_n = 20^\circ, \beta \approx 10^\circ$;
- V pignon : acier de cémentation : 58 à 60 HRC, dentures rectifiées ISO 5 à 6, roue : acier allié trempé dans la masse pour 350 à 360 HB, dentures taillées de précision : ISO ≈ 6 , dentures hélicoïdales : $\alpha_n = 20^\circ, \beta \approx 10^\circ$;
- VI pignon : acier allié trempé dans la masse pour 350 à 360 HB (genre 30 CND 8), roue : acier allié trempé dans la masse pour 280 HB (genre 35 ou 42 CD 4), dentures taillées : ISO ≈ 7 , dentures en chevron : $\alpha_n = 20^\circ, \beta \approx 30^\circ$, pas de rodage ultérieur des dentures ;
- VI' mêmes caractéristiques que précédemment (VI), mais avec rodage des dentures après taillage ;
- VII pignon : acier allié trempé dans la masse pour 280 HB (genre 35 ou 42 CD 4), roue : acier faiblement allié trempé dans la masse pour 250 HB, dentures en chevron : $\alpha_n = 20^\circ, \beta \approx 30^\circ$, dentures taillées qualité ISO ≈ 7 à 8, pas de rodage ultérieur des dentures ;
- VII' mêmes caractéristiques que précédemment (VII), mais avec rodage des dentures après taillage.

3.2.3.1.2 Valeurs pratiques de K_{adm}

Le diagramme de la figure 68 donne la valeur de K_{adm} , avec la symbolisation définie précédemment (§ 3.2.3.1.1), et en fonction de la vitesse tangentielle v (m/s).

■ **Calcul de vérification** : reprenons par exemple l'application du paragraphe 3.2.1.3.1 :

- nature de transmission : M* ;
- matériaux et dentures : I

$$b/d_1 < 1 \quad v = 5,5 \text{ m/s}$$

Nous obtenons :

$$K_{adm} \approx 0,56 \text{ daN/mm}^2$$

Nous pouvons vérifier que pour 1 820 kW, nous avons :

$$F_t \approx 33\,500 \text{ daN}$$

$$\frac{F_t}{b} \approx 137 \text{ daN/mm}$$

$$K \approx \frac{137 \times 4,22}{336,5 \times 3,22} \approx 0,55 \text{ daN/mm}^2$$

■ **Détermination des dimensions d'un engrenage** : reprenons par exemple l'application du paragraphe 3.2.1.3.2 (exemple 1) :

- nature de transmission : M* ;
- matériaux et dentures : V.

Essayons de nous rapprocher de $b/d_1 = 1$; le diagramme de la figure 68 indique :

$$K_{adm} \approx 0,23$$

Nous utiliserons maintenant le diagramme de la figure 69 où apparaissent toutes les données de l'engrenage :

K_{adm} (daN/mm ²) en échelle	I
P (kW)	III
n_1 (tr/min)	III
u	IV
a (mm) entraxe	III
b/d_1	VI

Connaissant par exemple :

$$K_{adm} = 0,23 \text{ daN/mm}^2$$

$$P_{transmise} = 1\,820 \text{ kW}$$

$$n_1 = 315 \text{ tr/min}$$

$$u = 3,22$$

Nous obtenons bien :

$$a = 850 \text{ mm, soit } b = d_1 = 400 \text{ mm}$$

$$\text{avec } \frac{b}{d_1} = 1.$$

3.2.3.2 Détermination approchée du module

Avec $P_{transmise} = 1\,820 \text{ kW}$ et les caractéristiques déterminées dans le paragraphe 3.2.3.1.2, nous obtenons :

$$F_t = 28\,311 \text{ daN}$$

$$\frac{F_t}{b} = 70,2 \text{ daN/mm}$$

$$v = 6,6 \text{ m/s}$$

- transmission : M* ;
- matériaux et dentures : V, et $b/d_1 = 1$.

Le diagramme de la figure 70 indique :

$$\frac{F_t}{b m_n} \approx 7,6$$

Pour l'acier à trempe totale de la roue, nous pouvons certainement escompter une valeur de C_{B7} voisine de 0,95, soit :

$$\frac{F_t \cdot adm}{b m_n} \approx 7,6 \times 0,95 = 7,2$$

$$m_n \approx \frac{70,2}{7,2} \approx 10$$

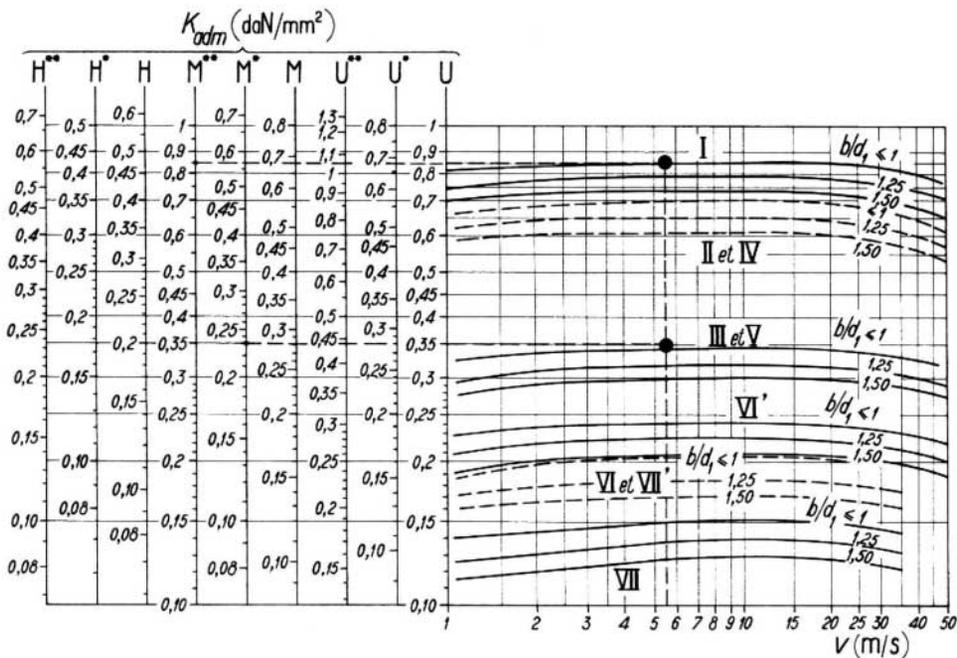


Figure 68 – Facteur K_{adm} (I, ..., VII' définis au paragraphe 3.2.3.1 ; U, U*, U**, ..., M, ..., H, H*, H** définis sur figure 56 et tableau 7 et dans le paragraphe 3.2.3.1.1 ; les traits de rappel correspondent aux valeurs utilisées dans des exemples des paragraphes 3.2.3.1.2)

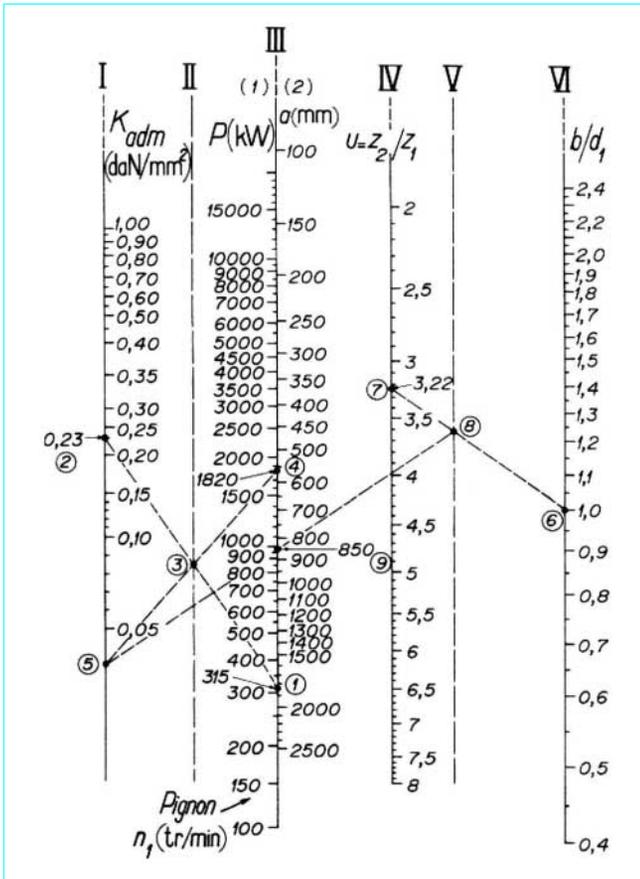


Figure 69 – Diagramme pour la détermination d'un engrenage. L'exemple tracé sur le diagramme est traité au paragraphe 3.2.3.1.2

Nous remarquons la plus grande influence de la vitesse tangentielle, car, dans le cas de la rupture, le facteur dynamique n'est pas compensé en partie par le facteur film d'huile Z_V .

3.2.4 Engrenages concourants

3.2.4.1 Pression superficielle

Aux paragraphes 3.1.3 et 3.1.4, l'effort tangentiel considéré est l'effort tangentiel aux cercles primitifs moyens. Nous l'avions simplement désigné par F_t . Nous l'appellerons maintenant F_{tm} , effort tangentiel moyen, par opposition à F_t , effort tangentiel ramené aux cercles primitifs (extérieurs) (figure 71).

- Soit d : diamètre primitif (mm)
- d_m : diamètre primitif moyen
- R : génératrice primitive (extérieure)
- R_m : génératrice primitive moyenne
- b : largeur de denture
- δ_1 et δ_2 : angles primitifs du pignon et de la roue :
- $\delta_1 + \delta_2 = \Sigma$ (angle des axes)

$$F_{tm} = F_t \frac{d}{d_m} = F_t \frac{R}{R_m} = F_t \frac{R}{R - (b/2)}$$

La formule (40) donne la valeur des nombres de dents virtuels sur les cônes complémentaires :

$$z_{V1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1} \quad \text{et} \quad z_{V2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}$$

Pour une denture droite, nous pouvons étudier les caractéristiques de l'engrenage en passant par ces nombres de dents virtuels.

Pour une denture spirale, d'inclinaison moyenne β_m , nous considérerons, par analogie avec les roues cylindriques à denture hélicoïdale [relation (37)] les nombres de dents virtuels normaux :

$$z_V \cdot n_1 = \frac{z_1}{\cos \delta_1 \cdot \cos^3 \beta_m} \quad \text{et} \quad z_V \cdot n_2 = \frac{z_2}{\cos \delta_2 \cdot \cos^3 \beta_m}$$

Soit m module extérieur } denture droite :
 m_m module moyen }

$$m_m = m \frac{R - (b/2)}{R}$$

et m_n module réel extérieur } denture spirale :
 m_t module apparent extérieur }
 m_{nm} module réel moyen }
 m_{tm} module apparent moyen }

$$m_{tm} = m_t \frac{R - (b/2)}{R}$$

$$m_{nm} = m_{tm} \cdot \cos \beta_m$$

$$m_n = m_t \cdot \cos \beta$$

Pour une denture spirale, ce sont souvent β_m et m_t qui sont considérés.

Dans la formule (91), nous avons mentionné la partie qui correspond à la pression de Hertz de base sur les cylindres primitifs. Appliquons cela aux primitifs moyens de l'engrenage concourant, avec :

$$\frac{F_{tm}}{d_{m1}} = \frac{F_t}{d_1} \frac{R^2}{[R - (b/2)]^2} \approx \frac{F_t}{d_1} \frac{R}{R - b}$$

en négligeant le terme $\frac{b^2}{4R^2}$ qui est relativement faible.

Il vient alors :

$$\sigma_{H0} = Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t}{bd_1} \frac{u+1}{u} \frac{R}{R-b}}$$

3.2.4.1.1 Formule générale ISO

$$Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t}{bd_1} \left(\frac{u+1}{u}\right) \left(\frac{R}{R-b}\right)} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} \quad (117)$$

σ_{H0} pression de Hertz de base sur les primitifs moyens

$$\leq \sigma_{H \cdot lim} Z_N Z_L Z_R Z_V Z_W$$

σ_{H0} pression de Hertz de base sur les primitifs moyens.

Ces différents facteurs ont été définis au paragraphe 3.2.1.1.

Les tableaux 9 et 10 donnent respectivement le rapport de conduite ϵ_α et le rapport de recouvrement ϵ_β de la denture spirale avec une bonne approximation.

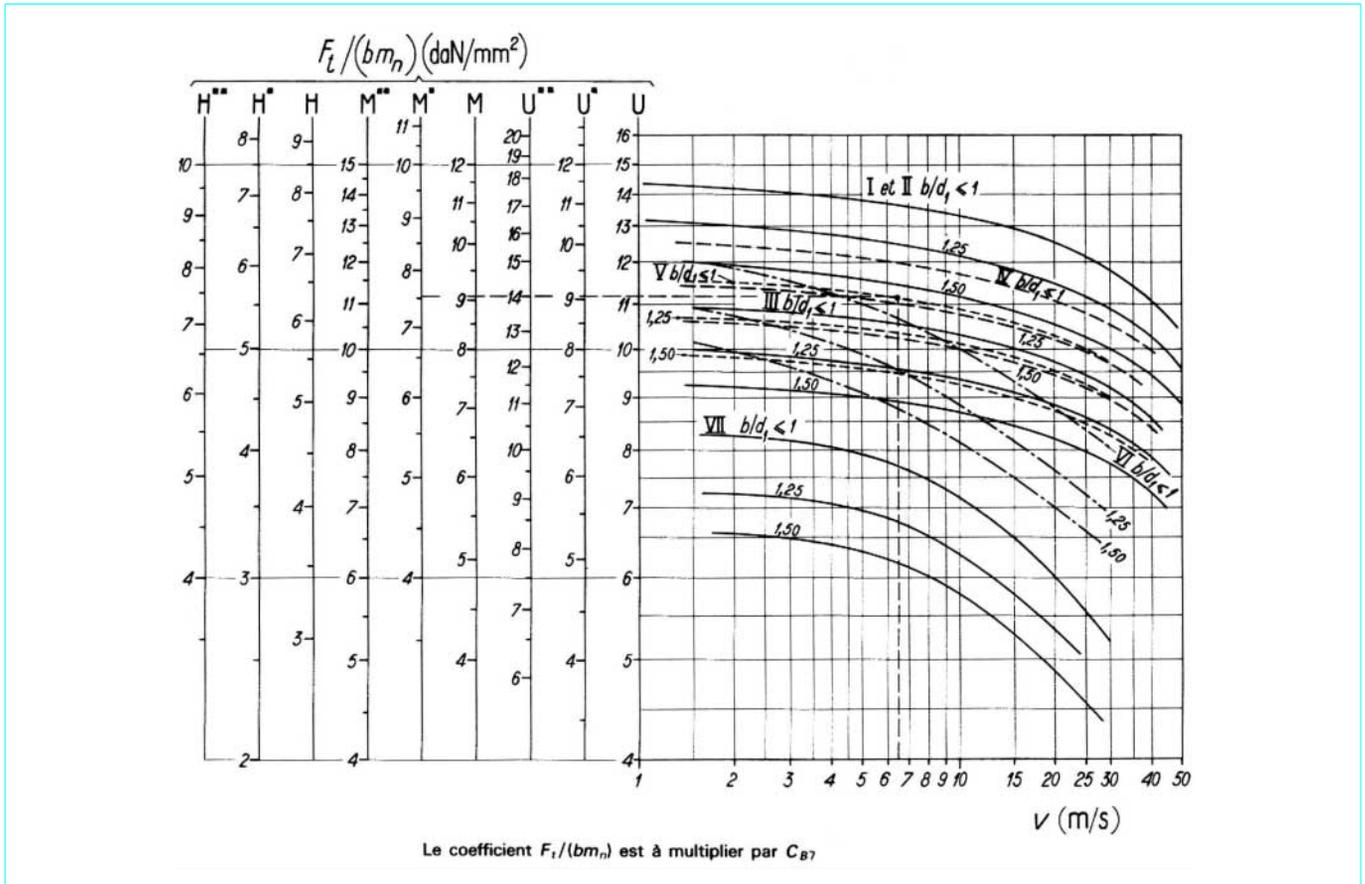


Figure 70 – Valeurs de $F_t / (b m_n)$ de sécurité (I, ..., VII définis au paragraphe 3.2.3.1 ; U, U*, U'', ..., M, ..., H, H*, H'' définis sur figure 56 et tableau 7 dans le (§ 3.2.3.1.1) ; les traits de rappel correspondent aux valeurs utilisées dans l'exemple du paragraphe 3.2.3.2)

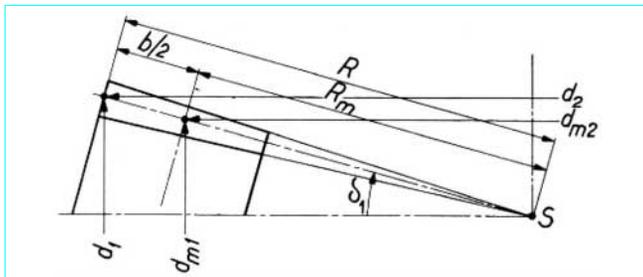


Figure 71 – Diamètres primitifs moyens et génératrice moyenne

z_1	denture spirale	denture droite	z_1	denture spirale	denture droite
10	1,11		17	1,24	1,53
11	1,15		18	1,25	1,54
12	1,19		19	1,25	1,55
13	1,20	1,48	20	1,26	1,56
14	1,21	1,49	25	1,29	1,60
15	1,22	1,51	30	1,31	1,64
16	1,23	1,52	40	1,34	1,68

β_m (degrés)	b/m_t						
	2	4	6	8	10	12	14
15	0,6	0,8	1	1,2	1,4
20	0,8	1,1	1,4	1,7	1,98
25	0,71	1,08	1,42	1,80	2,15	2,5
30	0,88	1,30	1,75	2,20	2,63	3,05
35	0,55	1,05	1,60	2,10	2,65	3,20	

Les facteurs $Z_H, Z_E, Z_\epsilon, Z_\beta, K_A, K_V$ peuvent être déterminés à partir des engrenages parallèles.

$K_{H\alpha}$ facteur de répartition transversale
 pratiquement : denture droite de bonne qualité, } $K_{H\alpha} = 1$
 denture spirale rodée }
 denture spirale de bonne } $K_{H\alpha} = 1,10$
 qualité, non rodée }

$K_{H\beta}$ facteur de répartition longitudinale. La figure 72 donne sa valeur avec des dentures bombées.

Pour des dentures sans bombé, cette valeur devrait être augmentée.

Les facteurs $Z_N, Z_L, Z_R, Z_V, Z_W, \sigma_H \cdot \lim$ peuvent être déterminés à partir des engrenages parallèles (§ 3.2.1.1).

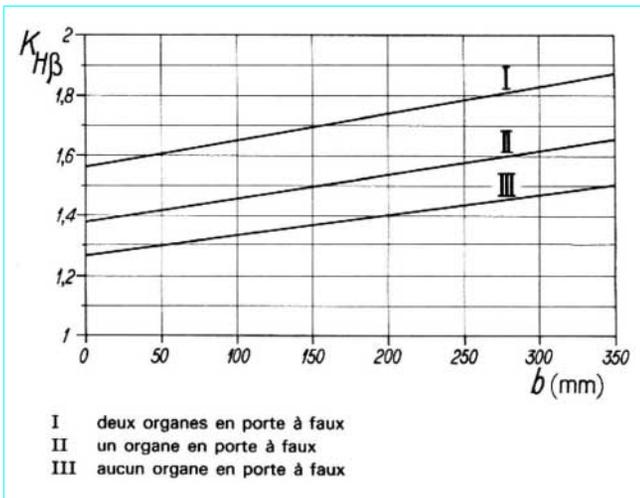


Figure 72 - Facteur $K_{H\beta}$ (§ 3.2.4.1.1)

3.2.4.1.2 Formule simplifiée pour mécanique générale

En se reportant à la formule (93), nous pouvons modifier la formule générale comme suit :

$$P_{adm(2)} = 0,524 \times 10^{-6} b d_1^2 n_1 \left(\frac{u}{u+1}\right) \left(\frac{R-b}{R}\right) \times \sigma_{H-lim(2)}^2 \frac{1}{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \left(\frac{Z_N(2) Z_L Z_R Z_V Z_W}{Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta}\right)^2 \quad (118)$$

Nous ferons également intervenir le *facteur de fiabilité* K_R :

- $K_R = 1$ avec 1 % de risques de détérioration,
- $= 0,80$ avec 10 % de risques de détérioration,
- $= 1,25$ très grande fiabilité,

et le facteur de service $K_B = \frac{K_A K_R}{Z_N^2}$ (§ 3.2.1.2)

$$C_1 = 0,524 \left(\frac{u}{u+1}\right) n_1$$

$$C_2 = \frac{1}{Z_H^2 Z_\epsilon^2 Z_\beta^2}$$

Nous proposons (tableau 11) des valeurs un peu plus faibles que pour les engrenages parallèles, les nombres de dents des roues coniques étant souvent sensiblement plus petits.

Tableau 11 – Valeurs de C_2 en fonction de β_m (§ 3.2.4.1.2)	
β_m (degrés)	C_2
0	0,20
5	0,23
10	0,25
15	0,26
20	0,27
25	0,275
30 et plus	0,29

$$C_3 = \frac{Z_V^2}{K_V} \text{ (engrenages parallèles ; § 3.2.1.2) :}$$

- dentures taillées : qualité ISO 7 ;
- dentures durcies et rodées : qualité ISO 5.

$$C_4 = \left(\frac{b d_1^2 \times 10^{-6}}{K_{H\beta} K_{H\alpha}}\right) \left(\frac{R-b}{R}\right)$$

On adopte très souvent : $b \approx \frac{1}{3} R$.

$$C_5 = \left(\frac{\sigma_{H-lim}}{Z_E}\right)^2 \text{ (voir engrenages parallèles ; § 3.2.1.2)}$$

$$C_6 = (Z_L Z_R Z_W)^2 :$$

- pignon et roue en acier durci superficiellement et rodés : $C_6 \approx 1$ (rodage obligatoire) ;
- pignon en acier durci superficiellement, roue en acier trempé dans la masse, avec rodage : $C_6 \approx 0,97$;
- pignon et roue en acier trempé dans la masse, avec rodage : $C_6 \approx 0,81$;
- pignon et roue en acier trempé dans la masse, sans rodage : $C_6 \approx 0,72$.

La formule simplifiée s'écrit alors :

$$P_{adm} K_B = C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 C_6 \quad (119)$$

3.2.4.1.3 Utilisation de la formule simplifiée

■ **Calcul de vérification** : détermination de P_{adm}

Exemple : $z_1 = 14$ } $u = 3,07$
 $z_2 = 43$

$\delta_1 = 18^\circ$ } $\Sigma = 90^\circ$
 $\delta_2 = 72^\circ$

$d_1 = 85 \text{ mm}$

$b = 45 \text{ mm}$

$R = 138 \text{ mm}$ soit $\frac{R-b}{R} \approx 0,67$

$n_1 = 1 800 \text{ tr/min}$

$m_t = 6,10$

$\beta_m = 35^\circ$

$\alpha_n = 20^\circ$

$v = 8 \text{ m/s}$

- pignon et roue en aciers de cémentation : 60 à 62 HRC avec rodage ;
- pignon monté en porte à faux ;
- transmission avec chocs modérés, fiabilité normale,

$$\left. \begin{array}{l} K_A = 1,25 \\ K_R = 1 \\ Z_N^2 = 1 \text{ grande durée de fonctionnement} \end{array} \right\} K_B = 1,25$$

Exemple : On peut alors calculer :

$$C_1 = 0,524 \times \frac{3,07}{4,07} \times 1\,800 = 712,02 \quad (\S 3.2.4.1.2)$$

$$C_2 = 0,29 \text{ (tableau 11)}$$

$$C_3 \approx 0,93$$

$$C_4 = \left(\frac{45 \times 85^2 \times 10^{-6}}{1,40 \times 1} \right) \times 0,67 = 0,153$$

$$C_5 \approx 5,3 \quad (\S 3.2.1.2)$$

$$C_6 \approx 1 \quad (\S 3.2.4.1.2)$$

$$P_{adm} \approx \frac{156}{1,25} \approx 125 \text{ kW}$$

■ **Détermination des dimensions d'un engrenage** : reprenons l'exemple précédent, mais en inversant l'ordre du calcul.

Exemple

$$P_{transmise} = 125 \text{ kW}$$

$$\text{Facteur de service} = \frac{K_A K_R}{Z_N^2} = 1,25$$

$$n_1 = 1\,800 \text{ tr/min}$$

$$u \approx 3,08$$

— pignon et roue en aciers de cémentation : 60 à 62 HRC avec rodage ;

— pignon en porte à faux ;

— denture spirale avec $\beta_m = 30$ à 35° :

$$C_4 = \frac{P K_B}{C_1 C_2 C_3 C_5 C_6}$$

$$\text{avec } C_1 = 0,524 \times \frac{3,07}{4,07} \times 1\,800 = 712,$$

$$C_2 \approx 0,29,$$

$$C_3 \approx 0,93,$$

$$C_5 \approx 5,3,$$

$$C_6 \approx 1.$$

$$\text{d'où } C_4 = \frac{125 \times 1,25}{712 \times 0,29 \times 0,93 \times 5,3 \times 1} = 0,153$$

$$\frac{b d_1^2 \times 10^{-6}}{K_{H\beta} K_{H\alpha}} \left(\frac{R-b}{R} \right) = 0,153$$

Nous pouvons déjà écrire : $K_{H\alpha} \approx 1$

Utilisons maintenant le diagramme de la figure 73.

Ce diagramme donne :

$$b d_1^2 \times 10^{-6} \left(\frac{R-b}{R} \right)$$

en fonction de : d_1 et u , en supposant $b = 1/3 R$.

Les valeurs correspondantes de b sont d'ailleurs indiquées par les courbes en trait pointillé.

Pour avoir un ordre de grandeur de b permettant d'apprécier $K_{H\beta}$ (figure 72), partons de :

$$b d_1^2 \times 10^{-6} \left(\frac{R-b}{R} \right) = 0,153$$

et traçons l'horizontale jusqu'à $u = 3,08$. Nous arrivons ainsi à une largeur de denture voisine de 40 mm.

La précision est suffisante pour apprécier sur la figure 72 :

$$K_{H\beta} \approx 1,40$$

La valeur corrigée de $b d_1^2 \times 10^{-6} \left(\frac{R-b}{R} \right)$ est alors :

$$0,153 \times 1,40 = 0,213$$

Cette valeur permet de déterminer, avec $u = 3,08$:

$$d_1 \approx 85 \text{ mm}$$

$$b \approx 45 \text{ mm}$$

3.2.4.2 Résistance à la rupture

Les généralités indiquées à propos de la pression superficielle (§ 3.2.4.1) sont valables également pour la rupture :

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b m_t} \left(\frac{R}{R-b} \right) Y_{Fa} Y_{Sa} \frac{Y_\epsilon Y_\beta}{\cos \beta_m}$$

3.2.4.2.1 Formule générale ISO

$$\begin{aligned} & \text{Contrainte de base } \sigma_{F0} \\ & \frac{F_t}{b m_t} \left(\frac{R}{R-b} \right) Y_{Fa} Y_{Sa} \frac{Y_\epsilon Y_\beta}{\cos \beta_m} (K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha}) \quad (120) \\ & \leq \sigma_{F \cdot \text{lim}} Y_{ST} Y_{NT} Y_\delta \cdot \text{rel} T Y_{R \cdot \text{rel} T} Y_X \end{aligned}$$

Ces différents facteurs ont été définis au paragraphe 3.2.2.1.

3.2.4.2.2 Formules simplifiées

En se reportant à l'étude des engrenages parallèles, nous pouvons écrire la formule générale sous deux autres formes permettant de déterminer respectivement :

$$P_{adm} \text{ ou } \frac{F_{t \cdot adm}}{b m_t}$$

$$\begin{aligned} P_{adm}^{(1)} &= 0,524 \times 10^{-6} b d_1 m_t n_1 \left(\frac{R-b}{R} \right) \quad (121) \\ & \left[\frac{\sigma_{F \cdot \text{lim}}^{(1)} Y_{ST} Y_{NT}^{(1)} Y_\delta \cdot \text{rel} T Y_{R \cdot \text{rel} T} Y_X}{(Y_{Fa} Y_{Sa})^{(1)} \frac{Y_\epsilon Y_\beta}{\cos \beta_m} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha}} \right] \end{aligned}$$

avec $d_1 m_t = z_1 m_t^2$.

$$\frac{F_{t \cdot adm}^{(1)}}{b m_t} = \frac{\sigma_{F \cdot \text{lim}}^{(1)} Y_{ST} Y_{NT}^{(1)} Y_\delta \cdot \text{rel} T Y_{R \cdot \text{rel} T} Y_X}{(Y_{Fa} Y_{Sa})^{(1)} \frac{Y_\epsilon Y_\beta}{\cos \beta_m} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha}} \left(\frac{R-b}{R} \right) \quad (122)$$

avec K_B facteur de service = $\frac{K_A K_R}{Y_{NT}}$ (K_R = facteur de fiabilité, se

reporter aux engrenages parallèles ; § 3.2.1.2),

$$C_{B1} = 0,524 \times 10^{-6} \times z_1 m_t^2 \cdot n_1,$$

$$C_{B2} = \frac{1}{Y_\epsilon Y_\beta / \cos \beta_m} : \text{multiplier la valeur } C_{B2} \text{ de la figure 61 (p. 46) par } \cos \beta_m,$$

$$C_{B3} = \frac{1}{K_V} : \text{reprendre pratiquement les valeurs données par la figure 62 :}$$

dentures simplement taillées : qualité ISO 7,
dentures rodées : qualité ISO 5,

$$C_{B4} = \frac{1}{Y_{Fa} Y_{Sa}} : \text{prendre les valeurs données par la figure 63}$$

en considérant les nombres de dents virtuels,

$$C_{B5} = \frac{b}{K_{F\beta} K_{F\alpha}} \left(\frac{R-b}{R} \right) : \text{considérer pratiquement,}$$

$$K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \approx K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha},$$

$$C'_{B5} = \frac{1}{K_{F\beta} K_{F\alpha}} \left(\frac{R-b}{R} \right) = \frac{C_{B5}}{b}$$

$C_{B6} = \sigma_F \cdot \lim \cdot Y_{ST}$: considérer les valeurs données par le diagramme de la figure 65.

$C_{B7} = Y_{\delta} \cdot \text{rel}T Y_R \cdot \text{rel}T Y_X$: considérer pratiquement les valeurs données par la figure 66.

Les formules simplifiées s'écrivent :

$$P_{adm} \cdot K_B = C_{B1} C_{B2} C_{B3} C_{B4} C_{B5} C_{B6} C_{B7} \tag{123}$$

$$\frac{F_t \cdot adm}{b m_t} \cdot K_B = C_{B2} \cdot C_{B3} \cdot C_{B4} C'_{B5} C_{B6} C_{B7} \tag{124}$$

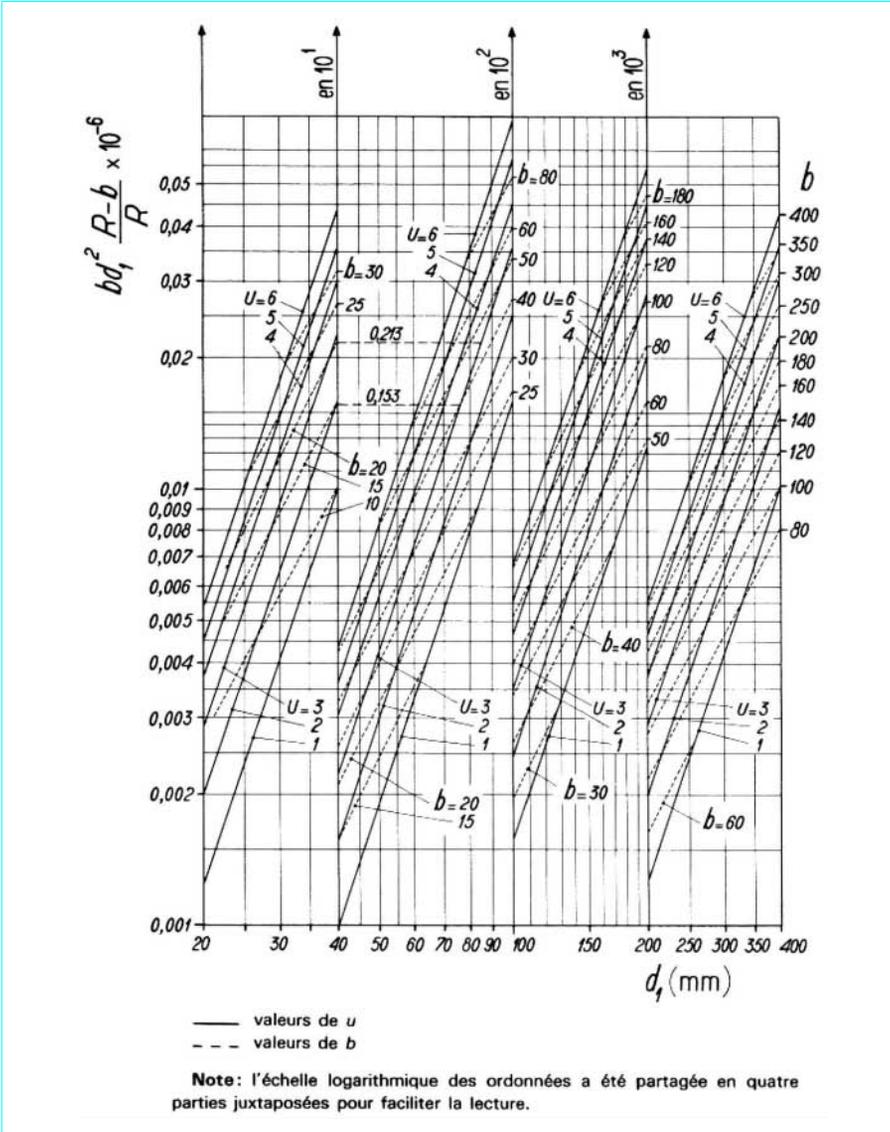


Figure 73 - Facteur $bd_1^2 \frac{R-b}{R} \times 10^{-6}$

3.2.4.2.3 Utilisation des formules simplifiées

■ Calcul de vérification

Reprenons les données de l'exemple traité pour la pression superficielle (§ 3.2.4.1).

Exemple

$$K_B = 1,25$$

$$C_{B1} = 0,524 \times 10^{-6} \times 14 \times 6,10^2 \times 1\,800 = 0,491$$

$$C_{B2} = 1,55 \times \cos 35^\circ = 1,27$$

$$C_{B3} \approx 0,95$$

$$C_{B4} \approx 0,222$$

$$C_{B5} = \frac{45}{1,40 \times 1} \times 0,66 = 21,21$$

$$C'_{B5} = \frac{21,21}{45} = 0,471$$

$$C_{B6} \approx 85$$

$$C_{B7} \approx 0,99$$

$$P_{adm} = \frac{0,491 \times 1,27 \times 0,95 \times 0,222 \times 21,21 \times 85 \times 0,99}{1,25} \approx 188 \text{ kW}$$

$$\frac{F_t \cdot adm}{b m_t} = \frac{1,27 \times 0,95 \times 0,222 \times 0,471 \times 85 \times 0,99}{1,25} = 8,49$$

■ Détermination du module approximatif : les dimensions générales de l'engrenage sont déterminées à partir de la résistance à la pression superficielle.

Il reste maintenant à déterminer le module approximatif qui permettra de définir les nombres de dents.

On pourra dès maintenant déterminer :

— l'effort tangentiel F_t (daN) ;

— l'effort tangentiel unitaire : $\frac{F_t}{b}$ (daN/mm).

Le module sera ainsi défini à partir de la valeur approchée de $\frac{F_t \cdot adm}{b m_t}$.

Ainsi, pour $P = 125 \text{ kW}$

$$n_1 = 1\,800 \text{ tr/min}$$

$$d_1 = 85 \text{ mm}$$

$$b = 45 \text{ mm}$$

nous obtenons :

$$F_t = 1\,590 \text{ daN}$$

$$\frac{F_t}{b} \approx 35,35 \text{ daN/mm}$$

La formule simplifiée (124) peut s'écrire :

$$C_{B7} \cdot m_t = \frac{K_B (F_t/b)}{C_{B2} C_{B3} C_{B4} C_{B5} C_{B6}}$$

La valeur du facteur C_m de la figure 67 est : $C_{B7} m_n$.

Nous avons ainsi :

$$C_{B7} m_t \approx \frac{C_m}{\cos \beta_m}$$

$$C_{B2} = 1,27 \text{ pour } \beta_m \text{ voisin de } 30^\circ$$

$$C_{B3} \approx 0,95 \text{ (avec } v = 8 \text{ m/s et un pignon conique ayant certainement moins de 20 dents)}$$

$$C_{B4} \approx 0,22 \text{ valeur moyenne probable}$$

$$C'_{B5} = \frac{1}{1,40 \times 1} \times 0,66 \approx 0,47$$

$$C_{B6} \approx 85$$

soit :

$$C_{B7} m_t \approx \frac{1,25 \times 35,35}{1,27 \times 0,95 \times 0,22 \times 0,47 \times 85} \approx 4,16$$

soit encore :

$$C_m \text{ de la figure 67} = 4,16 \times \cos 30^\circ \approx 3,60$$

Avec la courbe II, nous obtenons :

$$m_n \text{ minimal} \approx 3,6$$

$$m_n \text{ conseillé} \approx 4,50$$

soit : m_t conseillé $\approx \frac{4,5}{\cos 30^\circ} \approx 5,20$, ce qui conduirait à :

$\frac{F_t}{b m_t} = 6,80$ offrant une marge de sécurité d'environ 20 % par rapport à la valeur admissible 8,49 déterminée précédemment.

3.2.5 Engrenages à vis sans fin

3.2.5.1 Résistance à la rupture

Nous pensons qu'il est suffisant de s'en tenir à la résistance de la roue qui est en général l'organe le plus faible.

■ Effort tangentiel admissible sur la roue (daN) :

$$F_{t2 \cdot adm} = 3,6 \sigma_{b2 \cdot lim} b_2 m_n K_{v\ell 2} K_M K_A$$

■ Couple admissible sur la roue (m · daN) :

$$T_{2 \cdot adm} = 1,8 \times 10^{-3} \sigma_{b2 \cdot lim} b_2 m_n d_2 K_{v\ell 2} K_M K_A \quad (125)$$

■ Puissance admissible (kW) :

$$P_{2 \cdot adm} = \frac{3,6}{1,96} \times 10^{-6} \sigma_{b2 \cdot lim} b_2 m_n d_2 n_2 K_{v\ell 2} K_M K_A$$

avec $\sigma_{b2 \cdot lim} = 5 \text{ daN/mm}^2$ pour les bronzes coulés en sable, = 6 à 7 pour les bronzes coulés en coquille, = 7,5 à 8,5 pour les bronzes coulés par centrifugation, et pour certains bronzes spéciaux alliés,

b_2 (mm) largeur utile de la roue,

m_n module réel : $m_n = m_{x1} \sin \beta_1 = m_{x1} \cos \gamma_1$,

d_2 (mm) diamètre primitif de la roue,

n_2 nombre de tours par minute de la roue,

$K_{v\ell 2}$ facteur combiné de vitesse et de durée pour la roue (figure 74),

K_M facteur de portée = 1 dans le cas d'un engrenage correctement assemblé ; si la qualité du montage laisse à désirer, risquant d'entraîner une portée localisée à l'une des extrémités de la roue, il faudra réduire la capacité de charge admissible,

K_A facteur d'application ; nous pourrions conserver les valeurs indiquées pour les engrenages parallèles et concourants (§ 3.2.1.2 et 3.2.3.1.1).

K_L facteur de durée :
 pour 50 000 h : $K_L = 0,80$
 25 000 : 1
 10 000 : 1,25
 4 000 : 1,38
 2 000 : 1,50,

A facteur de correction faisant intervenir le rapport d'engrenage u (figure 77).

3.2.5.2 Résistance à la pression superficielle

Nous indiquerons toujours la capacité de charge de l'engrenage par l'effort tangentiel ou le couple admissible sur la roue, mais une valeur sera limitée par la vis sans fin et l'autre par la roue.

■ Effort tangentiel admissible sur la roue (daN) :

$$\left. \begin{array}{l} \text{— pour la vis sans fin :} \\ F_{t2 \cdot adm} = 0,36 A \Omega_{01} b_2 d_2^{0,8} K_{vh1} K_L K_M K_A \\ \text{— pour la roue :} \\ F_{t2 \cdot adm} = 0,36 A \Omega_{02} b_2 d_2^{0,8} K_{vh2} K_L K_M K_A \end{array} \right\} \quad (126)$$

■ Couple admissible sur la roue (m · daN) :

$$\left. \begin{array}{l} \text{— pour la vis sans fin :} \\ T_{2 \cdot adm} = 0,18 \times 10^{-3} A \Omega_{01} b_2 d_2^{1,8} K_{vh1} K_L K_M K_A \\ \text{— pour la roue :} \\ T_{2 \cdot adm} = 0,18 \times 10^{-3} A \Omega_{02} b_2 d_2^{1,8} K_{vh2} K_L K_M K_A \end{array} \right\} \quad (127)$$

■ Puissance admissible (kW) :

$$\left. \begin{array}{l} \text{— pour la vis sans fin :} \\ P_{adm} = \frac{0,36}{1,96} \times 10^{-6} A \Omega_{01} b_2 d_2^{1,8} n_2 K_{vh1} K_L K_M K_A \\ \text{— pour la roue :} \\ P_{adm} = \frac{0,36}{1,96} \times 10^{-6} A \Omega_{02} b_2 d_2^{1,8} n_2 K_{vh2} K_L K_M K_A \end{array} \right\} \quad (128)$$

avec Ω_{01} et Ω_{02} en tableau 12 ; pour les vis sans fin avec traitement de durcissement superficiel, le filet doit être obligatoirement rectifié,

b_2 (mm) largeur utile de la roue ; valeur pratique moyenne : $2 m_{x1} \sqrt{q+1}$; avec certaines précautions, la nouvelle norme BS 721 (1981) admet une valeur $b_{2max} = 2,3 m_{x1} \sqrt{q+1}$,

d_2 (mm) diamètre primitif de la roue et,

$d_2^{1,8}$ donné par la figure 75,

$$d_2^{0,8} = \frac{d_2^{1,8}}{d_2}$$

K_{vh1} et K_{vh2} facteurs de vitesse du filet de vis, ou de la roue en fonction de la vitesse de glissement longitudinal [formules (50) et (51) et figure 76],

Exemple d'application 1

$a = 500$ mm

$$\left. \begin{array}{l} z_1 = 1 \\ z_2 = 60 \end{array} \right\} u = 60$$

$b_2 = 140$ mm

$m_n = 14,5$

$m_x = 14,6$

$d_1 = 124$ mm

$d_2 = 876$ mm

$\gamma_1 = 6,71^\circ$

$n_1 = 1\ 500$ tr/min

$n_2 = 25$ tr/min

$v = 9,8$ m/s

Marche uniforme, 10 à 12 h/j ($K_A = 1$) pendant 50 000 h

— Résistance à la rupture (pour la roue) :

$\sigma_{b2 \cdot lim} = 8,3$ daN/mm² (bronze de qualité supérieure centrifugé)

$K_{vt2} = 0,45$

$K_A = 1$

$K_M = 1$

$$T_{2 \cdot adm} = 1,8 \times 10^{-3} \times 8,3 \times 140 \times 14,5 \times 876 \times 0,45 \times 1 \times 1 \approx 11\ 960 \text{ m} \cdot \text{daN}$$

— Pression artificielle (pour la roue) :

$\Omega_{02} = 4$

$K_{vh2} = 0,265$

$A = 0,65$

$K_L = 0,80$

$$d_2^{1,8} = 197 \times 10^3$$

$$T_{2 \cdot adm} = 0,18 \times 10^{-3} \times 0,65 \times 4 \times 140 \times 876^{1,8} \times 0,265 \times 0,80 \times 1 \times 1 = 2\ 740 \text{ m} \cdot \text{daN}$$

Exemple d'application 2

$a = 500 \text{ mm}$

$\left. \begin{matrix} z_1 = 8 \text{ filets} \\ z_2 = 61 \text{ filets} \end{matrix} \right\} u = 7,62$

$b_2 = 140 \text{ mm}$

$m_n = 10,74$

$m_x = 14,25$

$d_1 = 130,75 \text{ mm}$

$d_2 = 869,25 \text{ mm}$

$\gamma_1 = 41,1^\circ$

$n_1 = 1\,500 \text{ tr/min}$

$n_2 = 197 \text{ tr/min}$

$v = 9,8 \text{ m/s}$

Marche uniforme, 10 à 12 h/j ($K_A = 1$) pendant 50 000 h

— Résistance à la rupture (pour la roue) :

$\sigma_{b2 \cdot \text{lim}} = 8,3 \text{ daN/mm}^2$

$K_{v\ell 2} = 0,34$

$K_A = 1$

$K_M = 1$

$T_2 \cdot \text{adm} = 1,8 \times 10^{-3} \times 8,3 \times 140 \times 10,74 \times 869,25 \times 0,34 \times 1 \times 1 \approx 6\,640 \text{ m} \cdot \text{daN}$

— Pression artificielle (pour la roue) :

$\Omega_{02} = 4$

$K_{vh2} = 0,165$

$A \approx 1$

$K_L = 0,80$

$d_2^{1,8} = 193 \times 10^3$

$T_2 \cdot \text{adm} = 0,18 \times 10^{-3} \times 1 \times 4 \times 140 \times 193 \times 10^{-3} \times 0,165 \times 0,80 \times 1 \times 1 \approx 2\,570 \text{ m} \cdot \text{daN}$

3.3 Rendement des engrenages

3.3.1 Engrenages parallèles et concourants

Nous pensons qu'il est inutile, dans le présent ouvrage, d'indiquer un certain nombre de formules théoriques qui confirment d'ailleurs le fait pratique que le rendement des engrenages parallèles ou concourants est en général excellent :

— avec des dentures taillées de qualité normale, le rendement moyen est supérieur à 98 % ;

— avec des dentures de précision, le rendement atteint facilement 99 %. Il peut même dépasser cette valeur avec une très bonne rectification ;

— dans le cas d'un ensemble à plusieurs trains, le rendement global est égal au produit des rendements des engrenages successifs. Ce rendement est pratiquement indépendant de la vitesse ; pour un engrenage multiplicateur, il faut éviter de pratiquer une correction de denture positive sur le pignon.

3.3.2 Engrenages à vis sans fin

Le problème du rendement des engrenages à vis sans fin est bien différent. Le rendement peut alors prendre des valeurs très faibles ; il peut même se faire qu'il soit négatif, c'est-à-dire que la transmission soit impossible : c'est le problème très important de l'irréversibilité.

Posons :

- ρ_r rendement en réducteur (vis menante) ;
- ρ_m rendement en multiplicateur (roue menante) ;
- β_1 inclinaison du filet de vis par rapport à l'axe de la vis ;
- μ angle de frottement ($\tan \mu = f$, coefficient de frottement),

les rendements sont donnés par les formules suivantes :

$$\rho_r = \frac{\cot \beta_1}{\tan \left[\left(\frac{\pi}{2} - \beta_1 \right) + \mu \right]}$$

$$\rho_m = \frac{\tan \left[\left(\frac{\pi}{2} - \beta_1 \right) - \mu \right]}{\cot \beta_1}$$

(129)

Les rendements ρ_r et ρ_m ont la même valeur maximale pour $\beta_1 = 45^\circ$. Il est donc intéressant de se rapprocher de cette valeur ; au-dessous de $\beta_1 = 60^\circ$, on peut dire que le rendement est en général satisfaisant. La figure 78 permet la détermination rapide des rendements en fonction de β_1 et du coefficient de frottement f . La figure 79 donne la valeur de f dans des conditions optimales : roue en bronze phosphoreux à 10-12 % d'étain, et vis en acier cémenté, trempé, avec filet rectifié.

Le tableau 13 résume les conditions de réversibilité et d'irréversibilité.

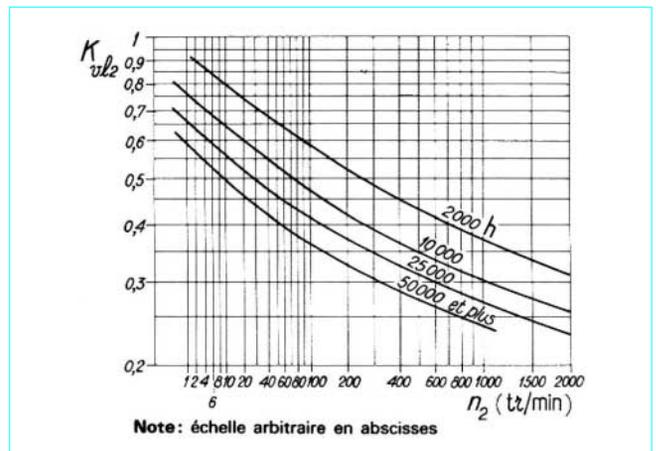
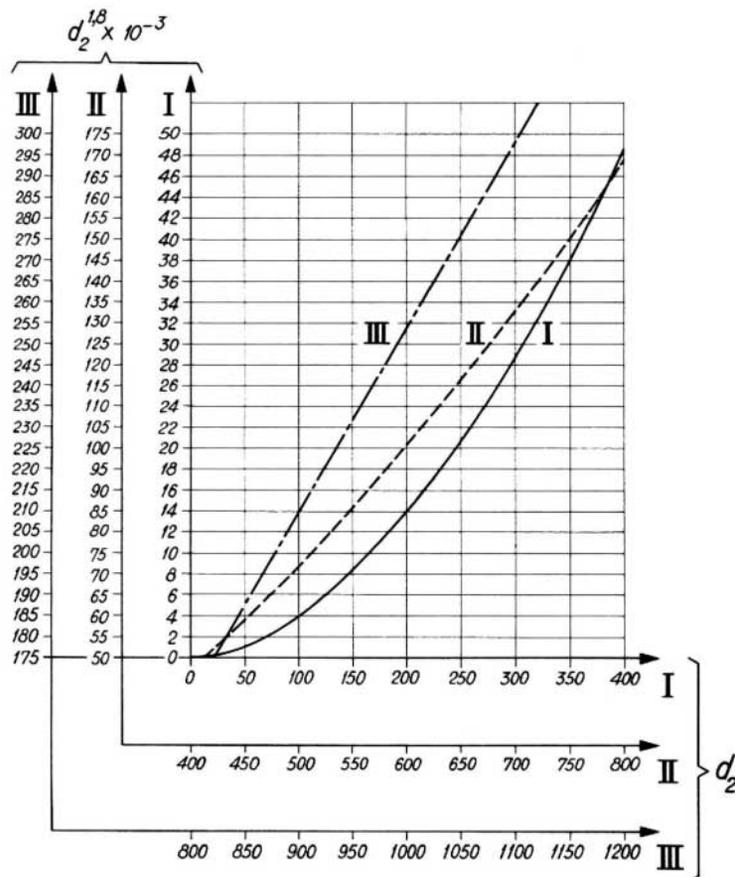


Figure 74 – Facteur combiné de vitesse et de durée K_{vl2} de l'engrenage à vis sans fin

Tableau 12 – Valeurs de Ω_0

Matériau de l'organe considéré	Matériau de l'autre organe					
	5	4	3		2	1
			a	b		
1. Bronze phosphoreux						
• coulé en sable.....	3,62	2,85	1,82	1,53	1,53 (1)	
• coulé en coquille.....	4,2	3,45	2,3	2,1	2,1 (1)	
• centrifugé.....	5,25	4	2,87	2,7	2,7 (1)	
2. Fonte grise	1 (1)	1,72 (2)	1,53 (2)	1,53 (2)	1,53 (1)	2,3 (1)
3. Acier au carbone						
• 0,4 % de C.....					2,3 (2)	3,62
• 0,55 % de C.....					2,87 (2)	5,25
4. Acier allié à trempe totale, traité pour 85 à 90 daN/mm ² , filet non rectifié.....					3,82 (2)	6,15
5. Aciers alliés de cémentation, filet de vis rectifié						
• faible teneur en C.....	5,3 (2)				10,5 (2)	15,3
• 3 % de Ni.....	5,3 (2)				10,5 (2)	17,2
• 5 % de Ni.....	5,3 (2)				10,5 (2)	18,1
• 3,5 Ni-Cr.....	5,3 (2)				10,5 (2)	18,1
• fortement alliés.....	5,3 (2)				10,5 (2)	21

(1) Avec une vitesse de glissement inférieure à 2,5 m/s.
 (2) Pour des mouvements à main seulement.



Exemple:
 $d_2 = 500 \text{ mm}$ donne $d_2^{1,8} \approx 72 \times 10^3$ et $d_2^{0,8} = \frac{72 \times 10^3}{5 \times 10^2} = 144$

Figure 75 – Diagramme pour la détermination rapide de $d_2^{1,8}$ et $d_2^{0,8}$

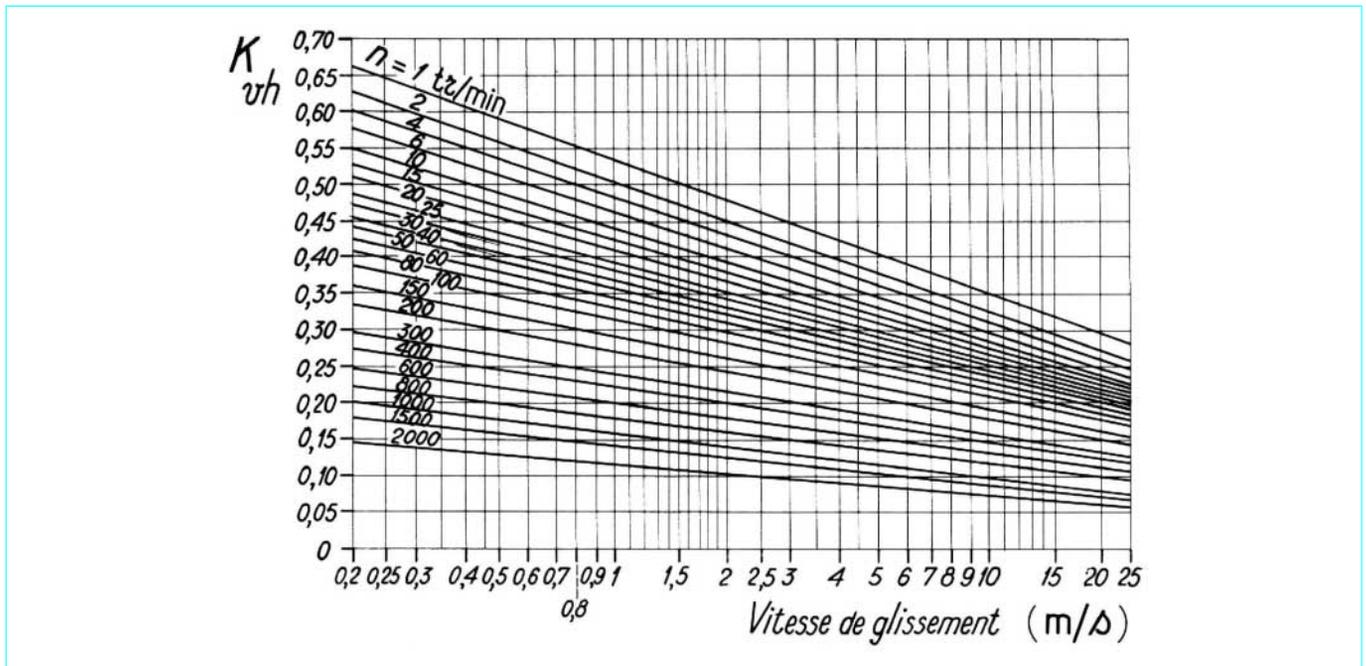


Figure 76 – Facteur de vitesse K_{vh} de l'engrenage à vis sans fin

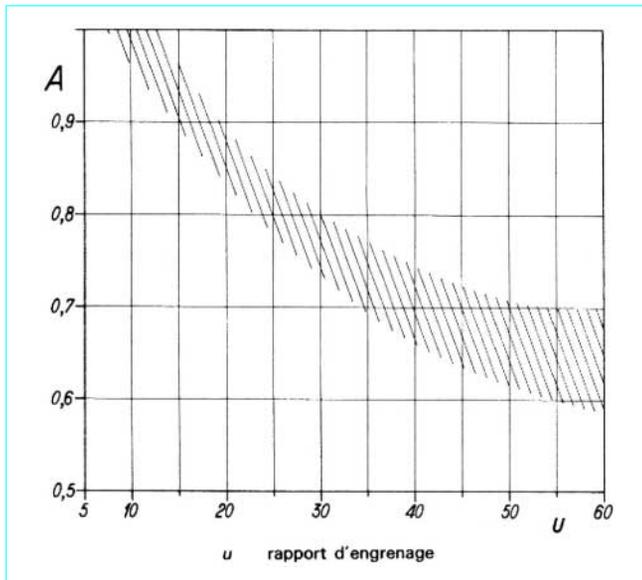


Figure 77 – Facteur de correction A de l'engrenage à vis sans fin

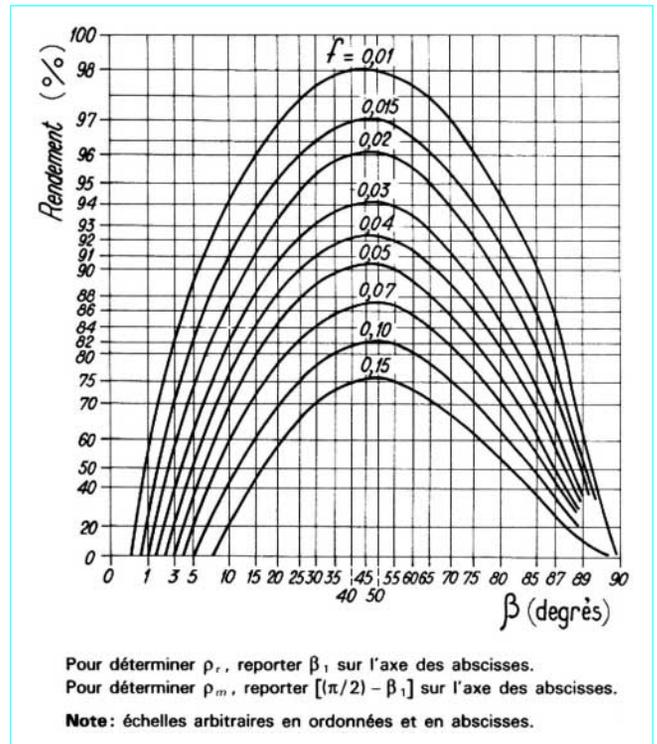


Figure 78 – Rendement des engrenages à vis sans fin

Tableau 13 – Conditions de réversibilité des couples vis - roue

Inclinaison β_1 du filet de la vis	Caractéristique de la transmission
$\beta_1 = 0$	Irréversibilité : roue menante seulement
$\beta_1 = \mu$	Transmission réversible
$\beta_1 = (\pi/2) - \mu$	
$\beta_1 = (\pi/2)$	Irréversibilité : vis menante seulement

$\tan \mu =$ coefficient de frottement :

- avec une vis en acier cimenté, trempé, rectifié, le coefficient de frottement est compris entre 0,01 et 0,03 ;
- avec une vis à filet non rectifié, prendre pour coefficient de frottement une valeur située entre 0,05 et 0,08 ;
- lorsque la transmission doit être absolument irréversible avec vis motrice seulement (cas des appareils de levage, par exemple), β_1 doit être supérieur à 85° pour avoir une garantie suffisante.

4. Trains planétaires

Nota : le lecteur pourra se reporter au *Traité théorique et pratique des engrenages* et au *Bulletin n° 23* de la SEIE pour plus de détails ; pour les définitions, se reporter aux paragraphes 1.2.1 et 1.2.2.

4.1 Formule générale de Willis

Soit ω_1 et ω_2 les vitesses angulaires des deux arbres coaxiaux portant chacun un planétaire, et u la vitesse angulaire du châssis porte-satellites (figure 80) :

$$(\omega_2 - u)/(\omega_1 - u) = K \tag{130}$$

avec K rapport du train d'engrenages reliant les deux arbres coaxiaux, la première roue menante considérée étant le planétaire de l'arbre.

Pour déterminer le signe de K , il suffit d'imaginer le châssis fixe ; si en faisant tourner l'un des planétaires, le deuxième tourne dans le même sens, K est positif ; dans le cas contraire, K est négatif.

4.2 Différents trains planétaires simples

La figure 80 indique les quatre types de trains planétaires simples qui peuvent se présenter. Un ensemble complexe est généralement formé de la juxtaposition de plusieurs de ces trains simples.

La figure représente aussi le cas usuel du différentiel, qui correspond au train plan I.

4.3 Cas où l'un des deux planétaires est fixe

4.3.1 Rapport des vitesses

Les courbes de la figure 81 permettent de calculer rapidement le rapport entre la vitesse angulaire u du châssis et la vitesse angulaire ω du planétaire mobile.

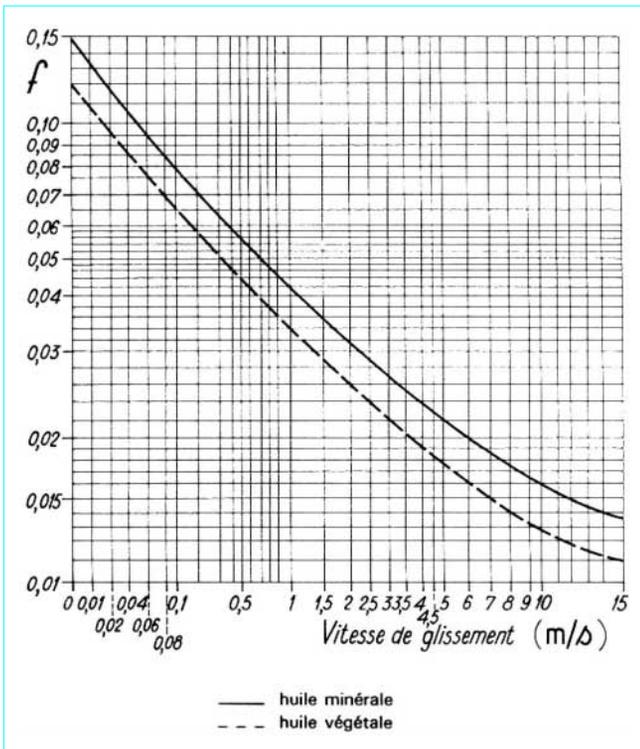


Figure 79 – Coefficient de frottement des engrenages à vis sans fin

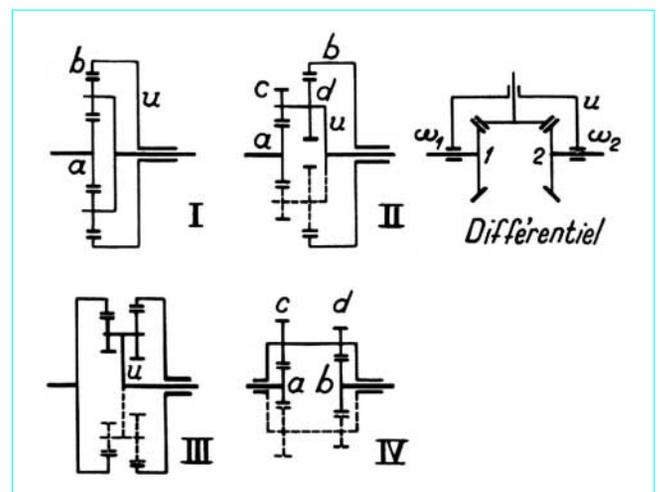


Figure 80 – Trains planétaires simples

■ **Remarque** : ne pas confondre le rapport K' utilisé pour l'usage des courbes de la figure 81 avec le K de la formule (130) : K' est obtenu en prenant comme première roue menante (numérateur) le planétaire fixe.

Exemples

— Train I : $n_a = 30, n_b = 60$, couronne b fixe :

$$K' = 60/30 = 2$$

La figure 81 donne alors :

$$u/\omega_a = + 1/3$$

— Train I : $n_a = 30, n_b = 60$, planétaire a fixe :

$$K' = 30/60 = 0,50$$

La figure 81 donne alors $u/\omega_b = + 1/1,5$.

— Train IV : $n_a = 30, n_c = 20, n_d = 25, n_b = 25$, planétaire a fixe :

$$K' = (30 \times 25)/(20 \times 25) = 1,50$$

La figure 81 donne $u/\omega_b = - 2$.

On peut voir immédiatement si les deux rotations sont dans le même sens ou en sens inverses. Avec les trains I et II, les deux organes tournent toujours dans le même sens, le châssis tournant moins vite que le planétaire. Avec les trains III et IV, les deux organes peuvent tourner dans le même sens ou en sens inverses, le châssis tournant plus ou moins vite que le planétaire ; il est possible d'obtenir de très grands rapports de vitesses.

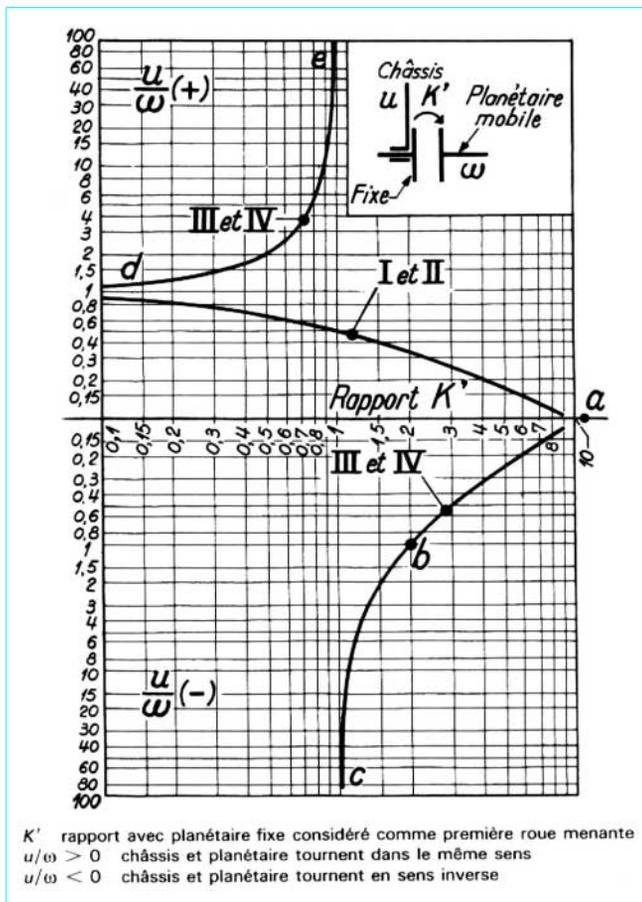


Figure 81 – Détermination du rapport u/ω

Différentiel : mentionnons simplement le cas de ce train planétaire, très utilisé en automobile et dans les machines-outils, qui n'est autre qu'un train du type I avec pignons coniques, les deux planétaires 1 et 2 étant identiques. La formule de Willis donne :

$$(\omega_1 - u)/(\omega_2 - u) = - 1 \text{ soit } \omega_1 + \omega_2 = 2u \quad (131)$$

Dans un différentiel d'automobile, u est la vitesse angulaire de la couronne solidaire du châssis (égale à la vitesse angulaire de l'arbre moteur, divisée par le rapport du couple de réduction).

En ligne droite, les deux roues de l'essieu moteur tournent à la même vitesse :

$$\omega_1 = \omega_2 = u$$

Dans un virage, les vitesses angulaires ω_1 et ω_2 sont toujours reliées par la relation (131).

4.3.2 Rendement

Pour pouvoir comparer le rendement des différents trains planétaires simples, avec planétaire menant ou mené, partons d'une perte de rendement du train de base (c'est-à-dire avec châssis immobilisé, soit $u = 0$) de 2 %. Les zones indiquées sur la figure 82 correspondent à celles des courbes de la figure 81. Nous constatons que les trains I et II ont toujours un rendement excellent. Ce sont d'ailleurs ceux qui sont préférés dans les boîtes de vitesses.

Les trains III et IV ne donnent aucune inquiétude lorsque le châssis tourne moins vite que le planétaire. En revanche, lorsque le châssis tourne plus vite que le planétaire, le rendement baisse considérablement au fur et à mesure que le rapport des vitesses angulaires augmente. Il peut même s'annuler (c'est-à-dire transmission impossible) si le planétaire est l'organe moteur. Ce fait est d'ailleurs utilisé parfois pour obtenir une transmission irréversible dans un sens.

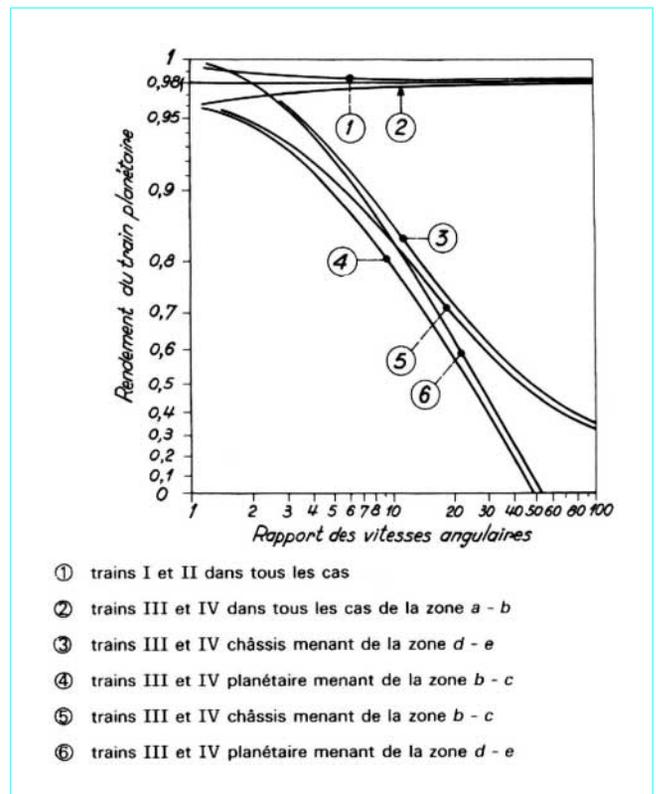


Figure 82 – Rendements comparés des trains planétaires simples (avec une perte de rendement du train de base de 2 %) (trains et zones sont définis sur la figure 81)

Le tableau 14 donne le rendement des différents trains planétaires simples, avec un planétaire fixe :

$$(1 - \rho) = v = \text{perte de rendement de base} = 1 \text{ à } 2 \%$$

La figure 83 traduit en courbes les formules de ce tableau.

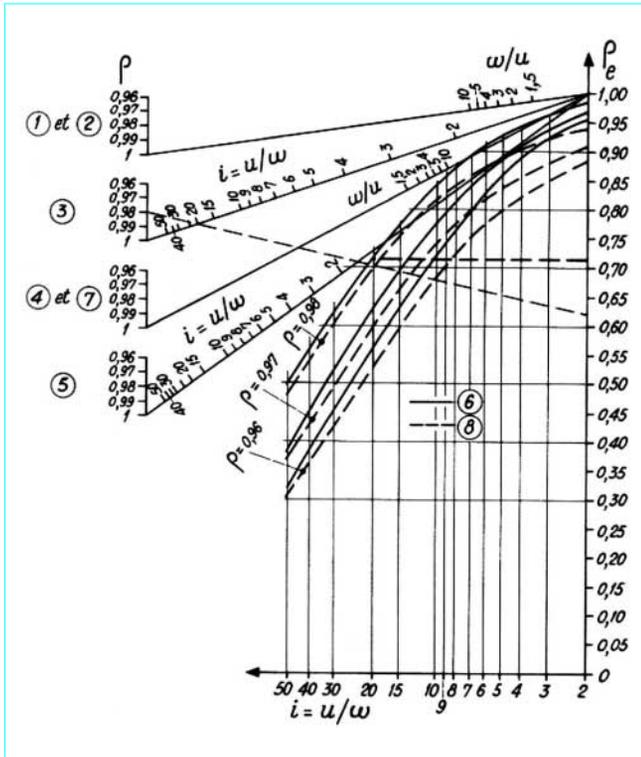


Figure 83 – Rendement des trains planétaires simples avec un planétaire fixe (1) et (8) définis sur le tableau 14

Tableau 14 – Rendement des trains simples, avec un planétaire fixe (1)					
Type du train (2)	Organe moteur	Organe récepteur	Rapport de multiplication (2) $i > 1$		Rendement du train épicycloïdal
I et II	Planétaire	Châssis	1	$\frac{\omega}{u}$	$1 - v \left(1 - \frac{1}{i}\right)$ toujours excellent
	Châssis	Planétaire	2	$\frac{\omega}{u}$	$\frac{1 - v}{1 - (v/i)}$ toujours excellent
III et IV	Planétaire	Châssis	3	$d - e \frac{u}{\omega} (+)$	$1 - v(i - 1)$ s'annule pour $i = \frac{v + 1}{v}$
			4	$a - b \frac{\omega}{u} (-)$	$1 - \frac{(i + 1)v}{i}$ toujours excellent
			5	$b - c \frac{u}{\omega} (-)$	$1 - v(i + 1)$ s'annule pour $i = \frac{1 - v}{v}$
	Châssis	Planétaire	6	$d - e \frac{u}{\omega} (+)$	$\frac{1 - v}{1 - v(2 - i)}$ pour $i = 2, \rho_e = \rho$
			7	$a - b \frac{\omega}{u} (-)$	$\frac{i(1 - v)}{i + v}$ toujours excellent
			8	$b - c \frac{u}{\omega} (-)$	$\frac{1 - v}{1 + iv}$

(1) $v =$ perte de rendement de base $= 1 - \rho$.
 (2) Les trains et les zones sont définis sur la figure 81.

Réducteurs de vitesse à engrenages

par **Robert LE BORZEC**

Professeur de Construction mécanique à l'École Nationale Supérieure des Arts et Métiers de Lille

Bibliographie

Références

- [1] HENRIOT (G.). – Traité théorique des engrenages, Dunod (1979).
- [2] DOBROVOLSKI (V.). – Éléments de machines, Éd. MIR, Moscou (1971).
- [3] ARTOBOLVSKI. – Éléments de machines, Éd. MIR, Moscou (1975).
- [4] LE BORZEC (R.) et LOTTERIE (J.). – Principes de la théorie des mécanismes. Éd. Dunod (1975).
- [5] DUDITA (F.) et DIACONESCU (D.V.). – Transmissi mecanice moderne, Éd. Tehnica. Bucuresti (1980).
- [6] Bulletins de la SEIE et de l'IET (Institut de l'Engrenage et des Transmissions), Paris.
- [7] Actes des congrès mondiaux de l'engrenage : Paris (1977), Tokyo (1981), Paris (1986), Zengzou (1989) et Paris, Éd. IET (1992).

Revues françaises et étrangères

France

Entraînements et systèmes (m).
Institut de l'Engrenage et des Transmissions. Bulletin (irr).
Machine-Outil (m).
Machines Production (hebd).
Mécanique. Matériaux. Électricité (bimest).

Allemagne

Antriebestchnik (m).
Maschinenbautechnik (m).

Belgique

Revue M-Mécanique/M-Tijdschrift Werktuigkunde (tri).

États-Unis

Journal of Applied Mechanics (tri).
Mechanical Engineering (m).
Power Transmission Design (m).
Machine Design (bimens).

Grande-Bretagne

Journal of Mechanical Engineering Science (bimens).

Machine Tool Engineering (tri).
Machinery and Production Engineering (hebd).
Machines and Tooling (m).
Mechanical Engineering News (bimens).

Italie

Ingegneria Meccanica (m).
Macchine (m).
Meccanica Italiana (m).

Japon

Japan Society of Mechanical Engineers. Bulletin (m).

Suède

Teknisk Tidskrift (bimens).

Suisse

Technische Rundschau (hebd).

Normalisation

(Extrait du Bulletin hors série de février 1992 de l'Institut de l'Engrenage et des Transmissions)

France

Association Française de Normalisation (AFNOR)

NF E 04-113	1986	Dessins techniques. Engrenages. Représentation conventionnelle et schémas pour chaînes cinématiques (ISO 2203, 3952).
NF E 23-001	1972	Vocabulaire des engrenages. Définitions géométriques (ISO 1122/1).
NF E 23-002	1988	Engrenages. Vocabulaire des engrenages à vis. Définitions géométriques.
NF E 23-003	1987	Vocabulaire des engrenages. Engrenages à vis. Géométrie des vis.
NF ISO 701	1992	Notation internationale des engrenages. Symboles de données géométriques.

NF E 23-006	1967	Précision des engrenages parallèles à denture en développante (ISO 1328).
NF E 23-011	1979	Engrenages. Crémaillère de référence et modules des roues cylindriques à développante de mécanique générale et de grosse mécanique (ISO 53, 54).
NF E 23-012	1986	Engrenages. Engrenages cylindriques. Indications à fournir au fabricant d'engrenages (ISO 1340).
E 23-013	1980	Engrenages. Déport des dentures des roues cylindriques pour engrenages réducteurs (ISO 4467).
E 23-014	1980	Engrenages. Aspect des dentures après fonctionnement.
E 23-015	1982	Engrenages. Détermination de la capacité de charge des engrenages cylindriques extérieurs de mécanique générale.

RÉDUCTEURS DE VITESSE À ENGRENAGES

NF E 23-016	1986	Engrenages coniques droits. Indications à fournir au tailleur d'engrenages (ISO 1341).	3965 T2	1986	Tolerances für Kegelradverzahnungen ; Tolerances für Abweichungen einzelner Bestimmungsgrößen.
NF E 23-018	1988	Engrenages à vis. Indications à fournir au tailleur d'engrenages.	3965 T3	1986	Tolerances für Kegelradverzahnungen ; Tolerances für Wälzabweichungen.
E 23-022	1989	Engrenages. Code de réception des engrenages. Détermination des vibrations mécaniques.	3965 T4	1986	Tolerances für Kegelradverzahnungen ; Tolerances für Achsenwinkelabweichungen und Achsenschnittpunktabweichungen.
E 66-221	1979	Fraises-mères à tailler les engrenages. Dimensions des fraises-mères monoblocs, à entraînement par clavette de modules 0,5 à 20 (ISO 2490).	3966 T1	1978	Angaben für Verzahnungen in Zeichnungen ; Angaben für Stirnrad-(Zylinderrad-) Evolventenverzahnungen (ISO 1340).
NF E 66-222	1978	Fraises-disques à tailler les engrenages. Denture à profil constant en développante (ISO 2490).	3966 T2	1978	Angaben für Verzahnungen in Zeichnungen ; Angaben für Geradzahn-Kegelradverzahnungen (ISO 1341).
E 66-223	1979	Fraises-mères à tailler les engrenages (ISO 2490).	3966 T3	1980	Angaben für Verzahnungen in Zeichnungen ; Angaben für Schnecken- und Schneckenradverzahnungen.
NF L 32-350	1975	Axes dentelés cylindriques pour petites commandes.	3967	1978	Getriebe-Paßsystem ; Flankenspiel, Zahndickenabmaße, Zahndickentolerances, Grundlagen.
NF L 32-610	1954	Dentures radiales symétriques (confirmée en novembre 1972).	3968	1960	Tolerances eingängiger Wälzfräser für Stirnräder mit Evolventenverzahnung.
L 32-611	1951	Méthode de calcul d'une denture radiale symétrique, suivant NF L 32-610 (confirmée en novembre 1972).	3969 T1	1991	Oberflächenrauheit von Zahnflanken ; Rauheitskenngrößen ; Oberflächenklassen.
NF L 32-630	1954	Stries radiales (confirmée en novembre 1972).	3970 T1	1974	Lehrzahnäder zum Prüfen von Stirnrädern ; Radkörper und Verzahnung.
Allemagne					
Deutsches Institut für Normung eV (DIN)					
37	1961	Darstellung und vereinfachte Darstellung für Zahnräder und Räderpaarung.	3970 T2	1974	Lehrzahnäder zum Prüfen von Stirnrädern ; Aufnahmedorne.
780 T1	1977	Modulreihe für Zahnräder ; Moduln für Stirnräder (ISO 54).	3971	1980	Begriffe und Bestimmungsgrößen für Kegelräder und Kegelradpaare.
780 T2	1977	Modulreihe für Zahnräder ; Moduln für Zylinderschneckengetriebe.	3972	1952	Bezugsprofile von Verzahnwerkzeugen für Evolventenverzahnungen nach DIN 867.
781	1973	Werkzeugmaschinen ; Zähnezahlen der Wechselräder.	3975	1976	Begriffe und Bestimmungsgrößen für Zylinderschneckengetriebe mit Achsenwinkel 90° (ISO 1122/1).
782	1976	Werkzeugmaschinen ; Wechselräder, Maße.	3976	1980	Zylinderschnecken, Maße, Zuordnung von Achsabständen und Übersetzungen in Schneckenradsätzen.
867	1986	Bezugsprofile für Evolventenverzahnungen an Stirnrädern (Zylinderrädern) für den allgemeinen Maschinenbau und den Schwermaschinenbau (ISO 53).	3977	1981	Meßstückdurchmesser für das radiale oder diametrale Prüfmaß der Zahndicke an Stirnrädern (Zylinderrädern).
868	1976	Allgemeine Begriffe und Bestimmungsgrößen für Zahnräder, Zahnradpaare und Zahnradgetriebe (ISO 1122/1).	3978	1976	Schrägungswinkel für Zahnradverzahnungen.
1825	1977	Schneidräder für Stirnräder ; Geradzahnte Scheibenschneidräder.	3979	1979	Zahnschäden an Zahnradgetrieben ; Bezeichnung, Merkmale, Ursachen.
1826 1825	1977	Schneidräder für Stirnräder ; Geradzahnte Glockenschneidräder.	3990 T1	1987	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern ; Einführung und allgemeine Einflußfaktoren.
1828	1977	Schneidräder für Stirnräder ; Geradzahnte Schaftschneidräder.	3990 T2	1987	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern ; Berechnung der Grübchentrugfähigkeit.
1829 T1	1977	Schneidräder für Stirnräder ; Bestimmungsgrößen, Begriffe, Kennzeichnung.	3990 T3	1987	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern ; Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit.
1829 T2	1977	Schneidräder für Stirnräder ; Tolerances, Zulässige Abweichungen.	3990 T4	1987	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern ; Berechnung der Fresstragfähigkeit.
ISO 2203	1976	Technische Zeichnungen ; Darstellung von Zahnrädern (ISO 2203).	3990 T5	1987	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern ; Dauerfestigkeitswerte und Werkstoffqualitäten.
3960	1987	Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung.	E 3990 T6	1989	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern ; Betriebsfestigkeitsrechnung.
3960 Beiblatt 1	1980	— ; Zusammenstellung der Gleichungen.	3990 T11	1989	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern ; Anwendungsnorm für Industriegetriebe ; Detail-Methode.
3961	1978	Tolerances für Stirnradverzahnungen ; Grundlagen.	E 3990 T12	1987	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern ; Anwendungsnorm für Industriegetriebe ; Einfach-Methode.
3962 T1	1978	Tolerances für Stirnradverzahnungen ; Tolerances für Abweichungen einzelner Bestimmungsgrößen (ISO 1328).	3990 T21	1989	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern ; Anwendungsnorm für Schnellaufgetriebe und Getriebe ähnlicher Anforderungen.
3962 T2	1978	Tolerances für Stirnradverzahnungen ; Tolerances für Flankenlinienabweichungen (ISO 1328).	3990 T31	1990	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern ; Anwendungsnorm für Schiffsgetriebe.
3962 T3	1978	Tolerances für Stirnradverzahnungen ; Tolerances für Teilungs-Spannenabweichungen.	3990 T41	1990	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern ; Anwendungsnorm für Fahrzeuggetriebe.
3963	1978	Tolerances für Wälzabweichungen (ISO 1328).	3991 T1	1988	Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern ohne Achsversetzung ; Einführung und allgemeine Einflußfaktoren.
3964	1980	Achsabstandsabmasse und Achslagetolerances von Gehäusen für Stirnradgetriebe.			
3965 T1	1986	Tolerances für Kegelradverzahnungen ; Grundlagen.			

3991 T2	1988	Trägfähigkeitsberechnung von Kegelrädern ohne Achsversetzung ; Berechnung der Grubchenträgfähigkeit.	58405 T1	1972	Stirnradgetriebe der Feinwerktechnik ; Rechenvordruck. Geltungsbereich, Begriffe, Bestimmungsgrößen, Einteilung.
3991 T3	1988	Trägfähigkeitsberechnung von Kegelrädern ohne Achsversetzung ; Berechnung der Zahnfußträgfähigkeit.	58405 T2	1972	Stirnradgetriebe der Feinwerktechnik ; Rechenvordruck. Getriebepassungsauswahl, Toleranzen, Abmaße.
3991 T4	1988	Trägfähigkeitsberechnung von Kegelrädern ohne Achsversetzung ; Berechnung der Freßträgfähigkeit.	58405 T3	1972	Stirnradgetriebe der Feinwerktechnik ; Rechenvordruck. Angaben in Zeichnungen, Berechnungsbeispiele.
3992	1964	Profilverschiebung bei Stirnrädern mit Außenverzahnung.	58405 T4	1972	Stirnradgetriebe der Feinwerktechnik ; Rechenvordruck. Tabellen.
3993 T1	1981	Geometrische Auslegung von zylindrischen Innenradpaaren mit Evolventenverzahnung ; Grundregeln.	58411	1987	Wälzfräser für Stirnräder der Feinwerktechnik mit Modul 0,1 bis 1 mm.
3993 T2	1981	Geometrische Auslegung von zylindrischen Innenradpaaren mit Evolventenverzahnung ; Diagramme über geometrische Grenzen für die Paarung Hohlrad-Ritzel.	58412	1987	Bezugsprofile für Verzahnwerkzeuge der Feinwerktechnik; Evolventenverzahnungen nach DIN 58400 und DIN 867.
3993 T3	1981	Geometrische Auslegung von zylindrischen Innenradpaaren mit Evolventenverzahnung ; Diagramme zur Ermittlung der Profilverschiebungsfaktoren.	58413	1987	Toleranzen für Wälzfräser der Feinwerktechnik.
3993 T4	1981	Geometrische Auslegung von zylindrischen Innenradpaaren mit Evolventenverzahnung ; Diagramme über Grenzen für die Paarung Hohlrad-Schneidrad.	58420	1981	Lehrzahnäder zum Prüfen von Stirnrädern der Feinwerktechnik ; Radkörper und Verzahnung.
3994	1963	Profilverschiebung bei geradverzahnten Stirnrädern mit 05-Verzahnung ; Einführung.	58425 T1	1980	Kreisbogenverzahnungen für die Feinwerktechnik ; Übersicht, Kurzzeichen, Benennungen.
3995 T1	1967	Geradverzahnte Außen-Stirnräder mit 05-Verzahnung ; Achsabstände und Betriebseingriffswinkel.	58425 T2	1980	Kreisbogenverzahnungen für die Feinwerktechnik ; Zahnprofil.
3995 T2	1963	Geradverzahnte Außen-Stirnräder mit 05-Verzahnung ; Fußkreisdurchmesser.	58425 T3	1980	Kreisbogenverzahnungen für die Feinwerktechnik ; Berechnung und Konstruktion von Rad und Trieb.
3995 T3	1963	Geradverzahnte Außen-Stirnräder mit 05-Verzahnung ; Kopfkreisdurchmesser.	58425 T4	1980	Kreisbogenverzahnungen für die Feinwerktechnik ; Zulässige Abweichungen und Toleranzen für Rad und Trieb.
3995 T4	1963	Geradverzahnte Außen-Stirnräder mit 05-Verzahnung ; Zahnweite.	58425 T5	1980	Profil für Zahnformfräser.
3995 T5	1963	Geradverzahnte Außen-Stirnräder mit 05-Verzahnung ; Prüfmaß M_a .	58425 T6	1980	— ; Angaben in Zeichnungen.
3995 T6	1963	Geradverzahnte Außen-Stirnräder mit 05-Verzahnung ; Zahndickensehne und Zahnhöhe über der Sehne.	58425 T7	1980	— ; Tabellen, Diagramme.
3995 T7	1963	Geradverzahnte Außen-Stirnräder mit 05-Verzahnung ; Überdeckungsgrade.	75532 T1	1976	Übertragung von Drehbewegungen ; Formen der Anschlüsse an Getrieben, Zwischengetrieben, biegsamen Wellen und Geräten.
3995 T8	1963	Geradverzahnte Außen-Stirnräder mit 05-Verzahnung ; Gleitgeschwindigkeiten am Zahnkopf.	Verein Deutscher Ingenieure/Verband Deutscher Elektrotechniker (VDI/VDE)		
3998 Beiblatt 1	1976	Benennungen an Zahnrädern und Zahnradpaaren ; Stichwortverzeichnis (ISO 1122/1).	VDI 2157	1978	Planetengeräte ; Begriffe, Symbole, Berechnungsgrundlagen.
3998 T1	1976	Allgemeine Begriffe.	VDI 2159	1985	Emissionskennwerte technischer Schallquellen ; Getriebegeräusche.
3998-T2	1976	— ; Stirnräder und Stirnradpaare (Zylinderräder und Zylinderradpaare) (ISO 1122/1).	VDI 2545	1981	Zahnäder aus thermoplastischen Kunststoffen.
3998 T3	1976	— ; Kegelläder und Kegelradpaare, Hypoidräder und Hypoidradpaare (ISO 1122/1).	VDI/VDE 2606	1991	Prüfung von Wälzfräsern für Zylinderräder mit Evolventenprofil.
3998 T4	1976	— ; Schneckenradsätze (ISO 1122/1).	VDI/VDE 2608	1975	Einflanken- und Zweiflanken-Wälzprüfung von gerad- und schrägverzahnten Stirnrädern mit Evolventenprofil.
3999	1974	Kurzzeichen für Verzahnungen (ISO 701).	VDI/VDE 2612 Blatt 1	1978	Prüfung von Stirnrädern mit Evolventenprofil ; Profilprüfung.
E 3999 T1	1982	Kurzzeichen für die Antriebstechnik ; Verzahnungen (ISO 701).	VDI/VDE 2612 Blatt 2	1980	Prüfung von Stirnrädern mit Evolventenprofil ; Flankenlinienprüfung.
4000 T27	1982	Sachmerkmal-Leisten für Getriebe.	VDI/VDE 2613	1983	Teilungsprüfung an Verzahnungen ; Stirnräder (Zylinderräder), Schneckenräder, Kegelläder.
4000 T59	1987	Sachmerkmal-Leisten für Zahnstangen, Stirnräder, Stirnradwellen, Kegelläder, Kegelradwellen, Schnecken und Schneckenräder.	VDI/VDE 2614	1985	Rundlaufprüfung an Verzahnungen ; Stirnräder (Zylinderräder), Schneckenräder, Kegelläder.
8000	1962	Bestimmungsgrößen und Fehler an Wälzfräsern für Stirnräder mit Evolventenverzahnung ; Grundbegriffe.	VDI/VDE 2615	1988	Rauheitsprüfung an Zylinder- und Kegellädern mit elektrischen Tastschnittgeräten.
8002	1955	Maschinenwerkzeuge für Metall ; Wälzfräser für Stirnräder mit Quer- oder Längsnut, Modul 1 bis 20.	VDI 2726	1982	Ausrichten von Getrieben.
15053	1976	Krane ; Getriebe, Anschlußmaße, Umgrenzungsmaße, Abtriebsmomente.	VDI 3333	1977	Wälzfräsen von Stirnrädern mit Evolventenprofil.
58400	1984	Bezugsprofil für Evolventenverzahnungen an Stirnrädern für die Feinwerktechnik.	VDI 3720/9.1	1990	Lärmarm Konstruieren, Leistungsgetriebe, Minderung der Körperschallanregung im Zahneingriff.
58405 Beiblatt 1	1972	Stirnradgetriebe der Feinwerktechnik ; Rechenvordruck.	VDI 3720 Blatt 9.1	1990	Lärmarm Konstruieren ; Leistungsgetriebe ; Minderung der Körperschallanregung im Zahneingriff.

RÉDUCTEURS DE VITESSE À ENGRENAGES

Belgique

Institut Belge de Normalisation (IBN)

NBN 445	1970	Engrenages cylindriques de mécanique générale et de grosse mécanique. Crémaillère de référence.
NBN 446	1970	Engrenages cylindriques et engrenages coniques. Module et diametral pitches.
NBN 651	1965	Engrenages. Modules et diametral pitches normaux des engrenages cylindriques de mécanique générale.
696	1968	Engrenage. Terminologie et symboles (avec annexe A. Répertoire alphabétique).
NBN 756	1968	Mesure de l'épaisseur des dents des engrenages cylindriques à développante. Mesure sur plusieurs dents (mesure de Wildhaber).
NBN 757	1968	Mesure de l'épaisseur des dents des engrenages cylindriques à développante. Mesure de la corde constante.
NBN 808	1970	Engrenages coniques droits de mécanique générale et de grosse mécanique. Crémaillère de référence.
NBN E 23-101	1974	Engrenages cylindriques. Indications à fournir aux tailleurs d'engrenages par le client afin d'obtenir la denture désirée.
NBN E 23-102	1974	Engrenages cylindriques à développante. Jeu entre dents.
NBN E 23-201	1974	Engrenages coniques droits. Indications à fournir aux tailleurs d'engrenages par le client afin d'obtenir la denture désirée.
NBN E 23-301	1974	Roues à vis et vis cylindriques de mécanique générale. Tracé de référence.
NBN E 23-302	1974	Roues à vis et vis cylindriques de mécanique générale. Modules et quotients diamétraux.
NBN E 23-401	1974	Engrenages. Mesure de l'épaisseur des dents d'une crémaillère.

Espagne

Asociación Española de Normalización y Certificación (AENOR)

UNE 18004 (1)	1979	Engranajes. Vocabulario y definiciones geometricas. Definiciones generales (ISO 1122).
UNE 18004 (2)	1979	Engranajes. Vocabulario y definiciones geometricas. Engranajes cilindricos (ISO 1122).
UNE 18004 (3)	1979	Engranajes. Vocabulario y definiciones geometricas. Engranajes cónicos (ISO 1122).
UNE 18004 (4)	1979	Engranajes. Vocabulario y definiciones geometricas. Engranajes de tornillo (ISO 1122).
UNE 18004 (5)	1979	Engranajes. Vocabulario y definiciones geometricas. Indice Espanol, Aleman, Ingles, Frances (ISO 1122).
UNE 18005	1978	Engranajes cilindricos para mecánica general y mecánica pesada. Modulos y diametral Pitch (ISO 54).
UNE 18008	1959	Engranajes. Principios fundamentales.
UNE 18012	1962	Engranajes. Tipos de dentado.
UNE 18016	1959	Engranajes cilindricos para mecánica general y pesada. Cremallera de referencia (ISO 53).
UNE 18029	1978	Engranajes. Utiles para el tallado. Fresas madre de un filete de modulo 1 a 20. Medidas (ISO 2490).
UNE 18033	1978	Notacion internacional de los engranajes. Simbolos de datos geometricos (ISO 701).
UNE 18040	1965	Engranajes. Nomenclatura de los degastes y rotura de los dientes.
UNE 18048	1981	Sistema ISO de precision de ruedas dentadas y engranajes cilindrico. Recto con dientes de perfil de evolvente (ISO 1328).
UNE 18051	1957	Engranajes de conicorrectos.
UNE 18060	1978	Engranajes. Utiles par el tallado. Fresas madre de cuchillas de un filete. Calidad B.

UNE 18066	1961	Engranajes rectos y helicoidales.
UNE 18068	1978	Engranajes cilindricos. Datos a figurar en los planos.
UNE 18096	1979	Fresas madre una entrada. Tolerancias de un filete. Tolerancias (ISO 4468).
UNE 18103	1964	Engranajes rectos. Utiles para el tallado. Cuchillas pinon. Medidas.
UNE 18112	1978	Engranajes cónicos rectos. Datos a figurar en los planos (ISO 1341).
UNE 18184	1990	Engranajes cónicos con dentado recto de mecánica general y de mecánica pesada. Cremallera de referencia (ISO 677).
UNE 18185	1989	Engranajes cónicos rectos para mecánica general y mecánica pesada. Modulos y pasos diametrales (ISO 678).

États-Unis

American Gear Manufacturers Association (AGMA)

110.04	1980	Nomenclature of gear tooth failure modes.
112.05	1976	Gear nomenclature (geometry). Terms, definitions, symbols and abbreviations.
114.02	1973	Information sheet. Formats for fine-pitch gear specifications data.
115.01	R 1987	Reference information. Basic gear geometry.
116.01	1972	Glossary. Terms used in gearing.
118.01	1973	Information sheet. Gear tooth surface texture for aerospace gearing (surface roughness, waviness, form and lay).
120.01	1975	Gear-cutting tools fine and coarse pitch hobs.
201.02	R 1974	Tooth proportions for coarse-pitch involute spur gears.
203.03	1973	Fine-pitch on-center face gears for 20 degree involute spur pinions.
207.06	1977	Tooth proportions for fine-pitch involute spur and helical gears.
217.01	1965	Information sheet. Gear scoring design for aerospace spur and helical power gears.
226.01	1970	Information sheet. Geometry factors for determining the strength of spur, helical, herringbone and bevel gear teeth.
246.02 A	1983	Recommended procedure for carburized aerospace gearing.
250.04	1981	Specification. Lubrication of industrial enclosed gear drives.
251.02	1974	Specification. Lubrication of industrial open gearing.
295.04	1977	Specification for measurement of sound on high speed helical gear units.
297.02	R 1987	Sound for enclosed helical, herringbone and spiral bevel gear drives.
298.01	R 1987	Sound for gearmotors and in-line reducers and increasers.
299.01 P1	R 1987	Gear sound manual : Section I. Fundamentals of sound as related to gears.
299.01 P2	R 1987	Gear sound manual : Section II. Sources specifications and levels of gears sound.
299.01P3	R 1987	Gear sound manual : Section III. Gear-noise control.
323.01	1969	Helical and herringbone gearing for rolling mill service.
331.01	R 1976	Manual for assembling bevel and hypoid gears.
341.02	R 1970	Design of general industrial coarse-pitch cylindrical wormgearing.
370.01	R 1978	Design manual for fine-pitch gearing.
374.04	1973	Design for fine-pitch wormgearing.

390.03 a	1980	Handbook. Gear classification, materials and measuring methods for bevel, hypoid, fine pitch wormgearing and racks only as unassembled gears.
411.02	R 1974	Design procedure for aircraft engine and power take-off spur and helical gears.
420.04	1975	Practice for enclosed speed reducers or increasers using spur, helical, herringbone and spiral bevel gears.
421.06	1969	Practice for high speed helical and herringbone gear units.
422.03	1984	Practice for helical and herringbone speed reducers for oilfield pumping units.
424.01	R 1974	Practice for helical and herringbone gearing for oilfield mud pumps.
427.01	1976	Information sheet. Systems considerations for critical service gear drives.
431.01	1974	Design procedure for aircraft engine and power take-off bevel gears.
460.05	1971	Practice for gearmotors using spur, helical, herringbone and spiral bevel gears.
480.06	1977	Practice for spur, helical and herringbone gear shaft-mounted speed reducers.
481.01	1971	Information sheet. Drive shafts for screw conveyor drives.
516.01	1978	Metric dimensions for gear coupling flanges.

American National Standards Institute (ANSI)

908-B	1989	Information sheet. Geometry factors for determining the pitting resistance and bending strength of spur, helical and herringbone gear teeth.
910-C	1990	Formats for fine-pitch gear specification data.
1012-F	1990	Gear nomenclature, definitions of terms with symbols.
2000-A	1988	Gear classification and inspection handbook. Tolerances and measuring methods for unassembled spur and helical gears (including metric equivalents).
2001-B	1988	Fundamental rating factors and calculation methods for involute spur and helical gear teeth.
2002-B	1988	Tooth thickness specification and measurement.
2003-A	1986	Rating the pitting resistance and bending strength of generated straight bevel, Zerol bevel and spiral bevel gear teeth.
2004-B	1989	Gear materials and heat treatment manual.
2005-B	1988	Design manual for bevel gears.
2008-C	1990	Assembling bevel gears.
6000-A	1988	Specification for measurement of linear vibration on gear units.
6001-C	1988	Design and selection of components for enclosed gear drives.
6004-F	1988	Gear power rating for cylindrical grinding, mills, kilns, coolers and dryers.
6010-E	1988	Standard for spur, helical, herringbone and bevel enclosed drives.
6017-E	1986	Rating and application of single and multiple reduction double-enveloping worm and helical worm speed reducers.
6023-A	1988	Design manual for epicyclic gear drives.
6030-C	1987	Design of industrial double-enveloping wormgears.
6034-A	1987	Practice for enclosed cylindrical wormgear speed reducers and gearmotors.
6123-A	1988	Design manual for enclosed metric module gear drives.

Finlande**Suomen Standardisoimisliitto (SFS)**

SFS 3093	1974	Cylindrical and bevel gears. Modules (ISO 54, 678).
SFS 3094	1974	Cylindrical gears. Basic rack without tip relief (ISO 53).
SFS 3095	1974	Cylindrical gears. Basic rack with tip relief (ISO 53).
SFS 3096	1974	Straight bevel gears. Basic rack without tip relief (ISO 677).
SFS 3097	1974	Cylindrical gears. Basic rack with tip relief (ISO 677).
SFS 3389	1975	Spur gears. Calculation of geometrical data.
SFS 3390	1975	Helical gears. Calculation of geometrical data.
SFS 3391	1975	Straight bevel gears. Calculation of geometrical data.
SFS 3535	1976	Gears. Geometrical definitions (ISO 701, 1122).
SFS 3657	1976	Basic rack for worm gears.
SFS 3658	1976	Worms. Thread forms ZA, ZN, ZI, ZK.
SFS 3659	1976	Worms. Information to be given on drawings.
SFS 3660	1976	Worms wheels. Information to be given on drawings.
SFS 3959	1977	Cylindrical gears. Information to be given on drawings (ISO 1340).
SFS 3960	1977	Bevel gears. Information to be given on drawings (ISO 1341).
SFS 3993	1977	Cylindrical gears. Involute gears. Errors and measuring techniques (ISO 1328).
SFS 3994	1977	Cylindrical gears. Tolerances. General directions.
SFS 3995	1977	Cylindrical gears. Tolerances. Metric modules 1-40 (ISO 1328).
SFS 3996	1977	Bevel gears. Errors and measuring techniques.
SFS 3997	1977	Bevel gears. Tolerances. General Directions.
SFS 3998	1977	Bevel gears. Tolerances. Metric modules 1-40.
SFS 4790	1983	Gears. Load capacity of cylindrical gears.
SFS 4795	1982	Cylindrical gears. Protuberance rack without tip relief.

Grande-Bretagne**British Standards Institution (BSI)**

BS 235	1987	Specification for gears for electric traction.
BS 436 P1	1987	Spur and helical gears. Basic rack form, pitches and accuracy (diametral pitch series) (ISO 53, 54, 1328, 1340, 1341).
BS 436 P2	1984	Spur and helical gears. Basic rack form, modules and accuracy (1 to 50 metric module) (ISO 53, 54, 1328, 1340, 1341).
BS 436 P3	1986	Spur and helical gears. Method for calculation of contact and root bending stress limitations for metallic involute gears.
BS 545	1987	Specification for bevel gears (machine cut) (ISO 677, 678).
BS 721 P1	1984	Specification for worm gearing. Imperial units.
BS 721 P2	1983	Specification for worm gearing. Metric units.
BS 978 P1	1968	Specification for fine pitch gears. Involute spur and helical gears.
BS 978 P2	1990	Specification for fine pitch gears. Cycloidal type gears.
BS 978 Add 1	1959	Specification for fine pitch gears. Double circular arc type gears.
BS 978 Add 2	1990	Specification for fine pitch gears. Double circular arc type gears.
BS 978 Add 3	1990	Specification for fine pitch gears. Bevel gears.
BS 978 P5	1965	Specification for fine pitch gears. Hobs and cutters.
BS 1807	1988	Specification for marine main propulsion gears and similar drives : metric module.

RÉDUCTEURS DE VITESSE À ENGRENAGES

BS 2007	1989	Specification for circular gear shaving cutters, 1 to 8 metric module, accuracy requirements.
BS 2062 P1	1985	Specification for gear hobs. Hobs for general purposes, 1 dp to 20 dp inclusive.
BS 2062 P2	1985	Specification for gear hobs. Hobs for gears for turbine reduction and similar drives.
BS 2518 P1	1989	Specification for rotary form relieved gear cutters. Diametral pitch.
BS 2518 P2	1977	Specification for rotary form relieved gear cutters. Metric module.
BS 2519 P1	1976	Glossary for gears. Geometrical definitions (ISO 1122).
BS 2519 P2	1976	Glossary for gears. Notation (ISO 701).
BS 2697	1989	Specification for rack type gear cutters, metric module.
BS 3027	1968	Specification for dimensions of worm gear units.
BS 3696 P1	1990	Specification for master gears. Spur and helical gears (metric module) (ISO 53, 54).
BS 4185 P6	1985	Specification for change gears.
BS 4185 P11	1990	Recommendations for accuracy grades of gears.
BS 4517	1990	Specification for dimensions of spur and helical geared motor units (metric series).
BS 4582 P1	1990	Specification for fine pitch gears (metric module). Involute spur and helical gears.
BS 4582 P2	1986	Specification for fine pitch gears (metric module). Hobs and cutters.
BS 4656 P19	1976	Accuracy of machine tools and methods of test. Gear hobbing machines.
BS 4656 P25	1987	Accuracy of machine tools and methods of test. Gear planing machines.
BS 4656 P26	1987	Accuracy of machine tools and methods of test. Gear shaping machines.
BS 5221	1987	Specification for general purpose, metric module gear hobs.
BS 5246	1990	Specification for pinion type cutters for spur gears, 1 to 8 metric module.
BS 6168	1987	Specification for non-metallic spur gears.
BS 6431 P6	1991	Lubricants, industrial oils and related products (class L). Classification for family C gears.
BS 6457	1970	Guide to the application of addendum modification to involute spur and helical gears.

Italie

Ente Nazionale Italiano di Unificazione (UNI)

UNI 4503	1960	Cylindrical involute gear hobs.
UNI 4504	1960	Basic rack of cutting gears for involute teeth.
UNI 4760/1a	1975	Gears vocabulary. General definitions (ISO 1122).
UNI 4760/2a	1975	Gears vocabulary. Cylindrical gears (ISO 1122).
UNI 4760/3a	1975	Gears vocabulary. Conical and hypoid gears (ISO 1122).
UNI 4760/4a	1977	Gears vocabulary. Screw gears (ISO 1122).
UNI 4760/5a	1975	Gears vocabulary. Alphabetical index of the terms (ISO 1122).
UNI 5477	1964	Horizontal gear cutting machine. Move senses.
UNI 6016	1967	Single start gear hobs for cylindrical involute gears. Tolerances.
UNI 6586	1969	Cylindrical and straight bevel gears. Modules and diametral pitches (ISO 54, 678).
UNI 6587	1969	Cylindrical gears. Basic rack (ISO 53).
UNI 6588	1969	Straight bevel gears for general. Basic rack (ISO 677).
UNI 6773	1974	Gears. Symbols (ISO 701).
UNI 7282	1974	Technical drawings. Representation of gears.
UNI 7462	1975	Cylindrical gears. Data to be indicated on drawings (ISO 1340).

UNI 7463	1975	Straight bevel gears. Data to be indicated on drawings.
UNI 7880/1a	1979	Gears. System of accuracy of parallel involute gears. Definitions (ISO 1328).
UNI 7880/2a	1979	Gears. System of accuracy of parallel involute gears. Fundamental prescriptions (ISO 1328).
UNI 7880/3a	1979	Gears. System of accuracy of parallel involute gears. Tolerance values (ISO 1328).
UNI 7880/4a	1979	Gears. System of accuracy of parallel involute gears. Application example (ISO 1328).
UNI 8862/1a	1987	Load capacity design of gears with parallel axes. Principles, symbols, fundamental formulas and limit parameters.
UNI 8862/2a	1987	Load capacity design of gears with parallel axes. Factors.

Pays-Bas

Nederlands Normalisatie-Instituut (NNI)

UDC 621.833 Tandwielen

NEN 1629	1970	Cilindrische tandwielen. Theoretisch heugelprofiel.
NEN 1630	1970	Tandwielen. Modulus.
NEN 5275	1974	Tandwielen. Symbolen.
NEN 5276	1966	Tandwielen. Algemene meetkundige begrippen. Benaamingen en definities. Viertallige woordenlijst.
NEN 5285	1979	Cilindrische tandwielen met evolvente tanden. Maatnauwkeurigheid en vorm en plaatszuiverheid. Definities.
NEN 5291	1970	Begeltandwielen met rechte tanden. Theoretisch heugelprofiel.

UDC 744.4 : 621.82/.85 A anduiding van machine-onderdelen op tekeningen

NEN 74	1975	Technische tekeningen. Tekenwijzen van tandwielen.
NEN 2366	1973	Cilindrische tandwielen. Vermelding van gegeven op tekeningen.
NEN 2391	1974	Wormen en wormwielen. Vermelding van gegeven op tekeningen.
NEN 2397	1973	Kegeltandwielen met rechte tanden. Vermelding van gegevens op tekeningen.

Suède

Standardiseringskommissionen i Sverige (SIS)

SMS 9003	1978	Gears. List of Swedish Standards (F).
SS 1857	1978	Terminology (M) (ISO 701, 1122).
SS 3147	1986	Tooth damage on gear trains. Designation, characteristics, causes.
SMS 52	1972	Cylindrical and bevel gears. Modules (C) (ISO 54, 678).
SS 1858	1978	Worms. Modules, diameter ratios and lead angles.
SMS 296	1972	Cylindrical gears. Basic rack without tip relief (C) (ISO 53).
SMS 1861	1972	Cylindrical gears. Basic rack with tip relief (C) (ISO 53).
SMS 3014	1977	Cylindrical gears. Basic rack with machining allowance for milling and shaping (C).
SMS 3015	1977	Cylindrical gears. Basic rack with machining allowance for grinding (C).
SMS 3037	1977	Cylindrical gears. Basic rack with tip chamfer and machining allowance for shaving (C).
SMS 1872	1972	Straight bevel gears. Basic rack without tip relief (C) (ISO 677).
SMS 1873	1972	Straight bevel gears. Basic rack with tip relief (C) (ISO 677).
SMS 1868	1972	Basic rack for worm gears (C).
SMS 1870	1972	Worms : Type ZA, ZN, ZI, ZK (F).
SMS 2995	1972	Cylindrical and bevel gears. Fatigue limits for steel and cast iron (G).
SS 1871	1978	Spur and helical gears. Calculation of load capacity (M).
SS 1862	1978	Bevel gears. Calculation of load capacity (L).
SS 1860	1978	Cylindrical gears. Tolerances and general directions (H).

SS 1875	1978	Cylindrical gears. Tolerances for metric modules 1 to 25 (K) (ISO 1328).	54	1977	Engrenages cylindriques de mécanique générale et de grosse mécanique. Modules et diametral pitches.
SS 2996	1978	Bevel gears. Tolerances and general directions (H).	677	1976	Engrenages coniques à denture droite de mécanique générale et de grosse mécanique. Crémaillère de référence.
SS 3013	1978	Bevel gears. Tolerances for metric modules 1 to 25 (H).	678	1976	Engrenages coniques à denture droite de mécanique générale et de grosse mécanique. Modules et diametral pitches.
SS 1863	1978	Spur gears. Geometrical data (K).	701	1976	Notation internationale des engrenages. Symboles de données géométriques.
SS 1864	1978	Helical gears. Geometrical data (L).	1122	1983	Vocabulaire des engrenages. Partie 1 : Définitions géométriques.
SMS 1874	1974	Straight bevel gears. Geometrical data (I).	1328	1975	Engrenages parallèles à développante. Système ISO de précision.
SS 1859	1978	Worm gears. Geometrical data (H).	1340	1976	Engrenages cylindriques. Indications à fournir au tailleur d'engrenages par le client pour obtenir la denture désirée.
SMS 1865	1972	Cylindrical gears. Information to be given on drawings (D).	1341	1976	Engrenages coniques. Indications à fournir au tailleur d'engrenages par le client pour obtenir la denture désirée.
SMS 1876	1972	Bevel gears. Informations to be given on drawings (D).	2490	1975	Fraises-mères monoblocs à une entrée, à entraînement par clavette, de modules 1 à 20 et de diametral pitches 1 à 20. Dimensions nominales.
SMS 1866	1972	Worms. Information to be given on drawings (D).	TR 4467	1982	Déport des dentures des roues cylindriques pour engrenages extérieurs réducteurs et multiplicateurs.
SMS 1867	1972	Worm wheels. Information to be given on drawings (D)	4468	1982	Fraises-mères à une entrée. Tolérances.
SMS 1869	1978	Cylindrical gears. Involute gear teeth. Errors and measuring techniques (J).			
SS 2060	1978	Bevel gears. Errors and measuring techniques (H).			

Normes internationales
International Organization for Standardization (ISO)
TC 60 : Gears. Engrenages
 53 1974 Engrenages cylindriques de mécanique générale et de grosse mécanique. Crémaillère de référence.

Correspondances ISO							
ISO	France	Allemagne	Espagne	Finlande	Grande-Bretagne	Italie	Suède
53	E 23-011	867	UNE 181016	SFS 3094 SFS 3095	BS 436/1/2 BS 3696	UNI 6587	SMS 296 SMS 1861
54	E 23-011	780 T1	UNE 18005	SFS 3093	BS 436/1/2 BS 3696	UNI 6586	SMS 52
677			UNE 18184	SFS 3096 SFS 3097	BS 545	UNI 6588	SMS 1872 SMS 1873
678			UNE 18185	SFS 3093	BS 545	UNI 6586	SMS 52
701	ISO 701	3999	UNE 18033	SFS 3535	BS 2519/2	UNI 6773	SS 1857
1122/1	E 23-001	868 ; 3998 1/2/3/4	UNE 18004 1/2/3/4/5	SFS 3535	BS 2519/1	UNI 4760 1/2/3/4/5	SS 1857
1328	E 23-006	3962 1/2 3963	UNE 18048	SFS 3993 SFS 3995	BS 436 1/2	UNI 7880 1/3/4	SS 1875
1340	E 23-012	3966 T1		SFS 3959	BS 436 1/2	UNI 7462	
1341	E 23-016	3966 T2	UNE 18112	SFS 3960	BS 436 1/2		
2490	E 66-221 E 66-222 E 66-223		UNE 18029				
4467	E 23-013						
4468			UNE 18096				

Fabricants. Constructeurs. Distributeurs

E = Engrenages R = Réducteurs

- ABB Asea Brown Boveri (R).**
Accary (ER).
Accesso Ferm (R).
Acmé (ER).
AEP Ateliers Engrenages Précision (ER).
Alpha Réducteurs (R).
AMPB Atelier Mécanique du Pont-Bineau (ER).
Andraud (E).
ARDC (R).
ATV Mécanéral (R).
Balland Gailleton (E).
Baret (ER).
Baudot Hardoll (ER).
Bauer France (R).
Benzlers (R).
Billard Engrenages (E).
Bonfiglioli Transmissions (R).
Brampton Renold (ER).
Brie Transmissions (R).
Bronzes d'Industrie (Les) (ER).
Castor (R).
CATEP Constructeurs Associés de Transmissions et Engrenages de Précision (ER).
CBB Transmissions (ER).
Cellard (ER).
Cerclat (R).
Chauvalon Poulton (R).
CIR Cie Industrielle du Roulement (ER).
Clécim (ER).
CMD Cie Messian Durand (ER).
Colmant Cuvelier (R).
Comélor (ER).
CORDM (ER).
Cyclo France (R).
Danfoss (R).
David Brown Sadi France (ER).
DEFA Distribution Équipement Fourniture Automobile (E).
Devance Industries Transmissions (ER).
DSN (Sté Nouvelle) (R).
Ducarme et Cie (E).
ED Tech (ER).
Engins Mécaniques Ségor (ER).
Engrenages et Réducteurs Citroën-Messian-Durand (ER).
Esco Transmissions (R).
Eurotransmissions Rivoire (ER).
Fenner (R).
Ferry Capitain (E).
Ferry Constructions Mécaniques (ER).
Fimatec (ER).
Fimet (R).
Flender Graffenstaden (R).
Foc Transmissions (ER).
Gammatic (R).
GB Automation (ER).
GEC Alstom Éts Parvex (R).
Générale de Transmissions Girard Transmissions (ER).
Hansen SIT (ER).
Hanssen et Cie (R).
Helmke (R).
Herbeaux Engrenages (E).
Honneur-ASP (E).
Hydréco Hamworthy (R).
Itafran (E).
Keb (R).
Kopp France (ER).
Lapeyre J.S. (R).
Label Simplabelt (ER).
Lenze (R).
Leroy Somer (ER).
Lohmann et Stolterfoht (ER).
Maag France (R).
Majou Perrin (ER).
Mannesmann Demag (ER).
Manquat-Allard Latour (E).
Massardier Engrenages (E).
MCT Mouvement et Contrôle des Transmissions (ER).
MDP (R).
Merger (ER).
Mijno et ses Fils (ER).
Morisse Nayrat (E).
Muvmo (R).
Nord Engrenages (E).
Nord Réducteurs (R).
NT Transmissions (R).
PIV (E).
Portescap France (R).
Posiva (R).
Pujol Muntala France (R).
RBEI Rémy Barrère Engrenages Industrie (ER).
Redex (ER).
Ribaut Engrenages (E).
Richard Systèmes (R).
Rollix Defontaine (E).
Rossi Moto Réducteurs (R).
Sabathé et Himmelspach (E).
Safia (R).
Salami France (R).
Sauer Sundstrand Hydraulique (R).
Savhydro (R).
Seditec (ER).
SEE Sté Européenne d'Engrenages (R).
SERMES Sté d'Études et Représentations en Matériel Électrique (R).
Serv Usocom (R).
SET Sté Européenne de Transmissions (ER).
Sevenier (R).
SINBRO Sté Industrielle de Brochage (E).
SITE Sté Industrielle de Taillage d'Engrenages (E).
SITMA Sté Industrielle de Taillage et de Mécanique Appliquée (ER).
SNT (R).
Sobetra (R).
Sté Industrielle de l'Est (R).
Socitec (R).
Socomo (E).
Sofraret (R).
Solyfi Industrie (ER).
Sopap (R).
Souchet Engrenages (ER).
Stéphan Transmissions (ER).
Stieber (E).
Stockvis (E).
Superior Electric (R).
TAA Magnétic (R).
Thinard (E).
Transmondial (ER).
Transtechnik (R).
Unicum Outillage Variateurs (R).
Varéac TRM (R).
Vassal Moteurs Électriques (R).
Verney Cognet (E).
Voith France (ER).
Warner et Tourco (R).
Weco II (ER).

Organismes

Français Bureau Veritas. Centre Technique des Industries Mécaniques (CETIM). Groupement pour l'Avancement de la Mécanique Industrielle (GAMI). Institut de l'Engrenage et des Transmissions (IET). Institut Français du Pétrole IFP. Union Nationale des Industries de Transmissions Mécaniques (UNITRAM).	Finlande Suomen Metalliteollisuuden Keskusliitto Voimansiirtoryhmä (SMKV).
Étrangers	Grande-Bretagne Associated British Machine Tool Makers (ABMTM). British Gear Manufacturers Association (BGMA). British Mechanical Engineering Confederation (BRIMEC). Institution of Mechanical Engineers (IME).
Allemagne Verband Deutscher Maschinen- und Anlagenbau eV (VDMA).	Italie Associazione Italiana Costruttori Organi di Trasmissione e Ingranaggi (ASSIOT). Associazione Nazionale Industria Meccanica Varia ed Affine (ANIMA).
Belgique Fédération des Entreprises de l'Industrie des Fabrications Métalliques, Mécaniques, Électriques et de la Transformation des Matières Plastiques FABRIMETAL.	Japon Japan Society of Mechanical Engineers (JSME).
États-Unis American Gear Manufacturers Association (AGMA). American Society of Mechanical Engineers (ASME). Society of Automotive Engineers (SAE). Society of Manufacturing Engineers (SME).	Suède Sveriges Mekanförbund.
	Suisse Verein Schweizerischer Maschinenindustrieller (VSM).