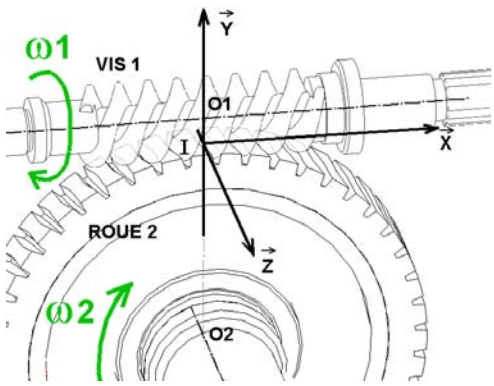
Réversibilité du système à roue et vis sans fin

Données du problème (voir la figure 1) :
- Soit I le point de tangence entre les cylindres primitifs de la vis 1 et de la roue 2.
- Soit O1 la projection de I sur l'axe de rotation de la vis 1.
- Soit O2 la projection de I sur l'axe de rotation de la roue 2.
- $O1\vec{X}$ définit l'axe de rotation de la vis ;
- $O2\vec{Z}$ définit l'axe de rotation de la roue ;
- La base $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ est orthonormée directe.

Figure 1 : orientation des axes de rotation

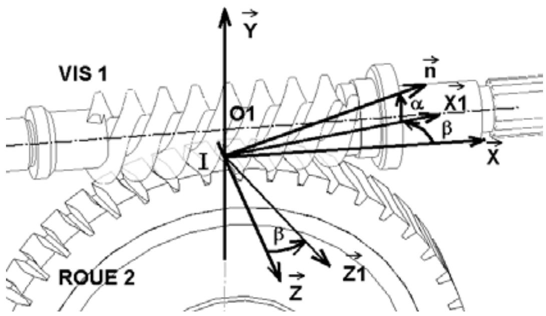


Analysons les angles caractéristiques du problème :

β est l'angle d'hélice, mesuré dans le plan $(I, \vec{X}, \vec{Z})$: voir la figure 2.

$\vec{Z}1$ est le vecteur unitaire qui définit l'orientation de la tangente au contact entre les dents de la roue et de la vis ; la base $(\vec{X}1, \vec{Y}, \vec{Z}1)$ est orthonormée directe.

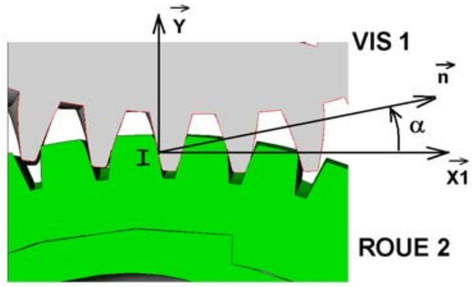
Figure 2 : angles caractéristiques



α est l'angle de pression, mesuré dans le plan $(I, \vec{X}1, \vec{Y})$; voir les figures 2 et 3.

$\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal au contact entre les dents de la roue et de la vis.

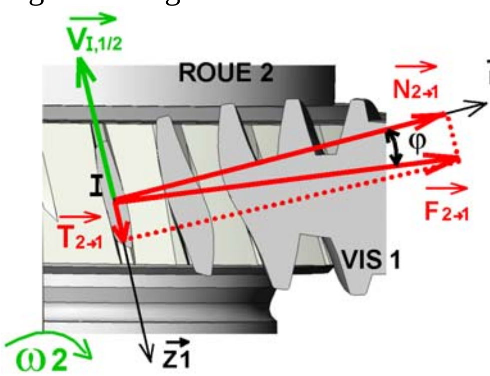
Figure 3 : angle de pression



φ est l'angle de frottement, mesuré dans le plan $(I, \vec{Z}1, \vec{n})$; voir la figure 4.

la roue 2 est considérée comme motrice dans l'étude de réversibilité ; donc l'effort tangentiel $\vec{T}_{2\to1}$ qui est opposé au vecteur vitesse $\vec{V}_{I,1/2}$ est orienté selon $+\vec{Z}_1$.

Figure 4 : angle de frottement



Objectif :
L'étude de réversibilité est effectuée avec une vis qui possède une hélice à gauche ; la roue 2 en rotation de sens ω2 anti-trigo autour de $\vec{Z}$, doit pouvoir entraîner la rotation ω1 de la vis en sens trigo autour de $\vec{X}$; donc l'action $\vec{F}_{2\to1}$ exercée par la roue sur la vis doit conduire à la rotation de celle-ci ; il faut donc que : $\underline{\vec{F}_{2\to1} \bullet \vec{Z} < 0}$.

Etape 1 : Exprimons l'action $\vec{F}_{2\to1}$ en tenant compte du frottement

$\vec{F}_{2\to1} = \vec{N}_{2\to1} + \vec{T}_{2\to1}$
avec $\vec{N}_{2\to1} = N_{2\to1} \cdot \vec{n}$ $(N_{2\to1} > 0)$
et $\vec{T}_{2\to1} = f \cdot N_{2\to1} \cdot \vec{Z}_1$ (signe >0 car la force de frottement $\vec{T}_{2\to1}$ doit s'opposer au mouvement de rotation de la vis)

d'où : $\vec{F}_{2\to1} = \vec{N}_{2\to1} + \vec{T}_{2\to1} = \underline{N_{2\to1} \cdot (\vec{n} + f \cdot \vec{Z}_1)}$

Etape 2 : Exprimons l'action $\vec{F}_{2\to1}$ dans la base $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$:
On a : $\vec{n} = \cos\alpha \cdot \vec{x}_1 + \sin\alpha \cdot \vec{y} = \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \vec{x} + \sin\alpha \cdot \vec{y} - \cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot \vec{z}$
Et : $\vec{z}_1 = \sin\beta \cdot \vec{x} + \cos\beta \cdot \vec{z}$
D'où : $\vec{F}_{2\to1} = N_{2\to1}[(\cos\alpha \cdot \cos\beta + f \cdot \sin\beta) \cdot \vec{x} + \sin\alpha \cdot \vec{y} + (-\cos\alpha \cdot \sin\beta + f \cdot \cos\beta) \cdot \vec{z}]$

Etape 3 : exprimons que $\vec{F}_{2\to1}$ est une action motrice pour la vis 1 :

$\vec{F}_{2\to1} \bullet \vec{Z} < 0$ d'où : $-\cos\alpha \cdot \sin\beta + f \cdot \cos\beta < 0$
d'où : $\boxed{f < \cos\alpha \cdot tg\beta}$ est la condition de réversibilité.

Remarque :
Une démarche simplifiée pouvait être conduite en considérant que l'angle de pression est faible : $\underline{\alpha \approx 0°}$.

La condition de réversibilité est alors : $f < tg\beta$ avec $f = tg\varphi$,
et donc (avec φ angle de frottement) : $\boxed{\varphi < \beta}$