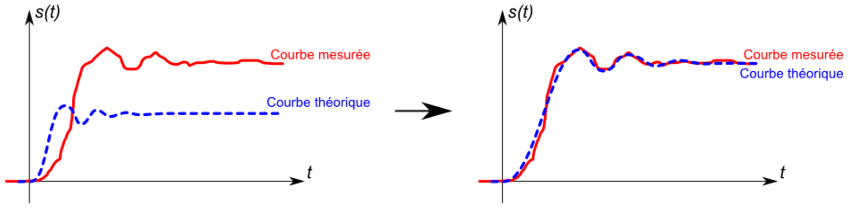
Objectif : Trouver le modèle global du 1er ou du 2ème ordre qui se rapproche le plus du comportement réel du système

L'idée consiste à tracer une réponse théorique (telle que vous savez la calculer), et de rechercher les coefficients qui collent le mieux à la courbe expérimentale. Les "[Réponses temporelles]" correspondent aux réponses à un échelon pour les systèmes de 1er ou 2ème ordre.

Ces équations sont données en fonction des paramètres caractéristiques (K, τ, ω_0, z).



Courbe théorique (ici : du 2ème ordre) avec des coefficiens choisis arbitrairement

Courbe théorique avec des coefficients optimisés pour représenter "au mieux" la réponse réelle

Réponse générale d'un système du 1er ordre :

Fonction de transfert	Réponse temporelle
$H(p) = \dfrac{K}{1+\tau p}$	$s(t) = K\ e_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

Réponse générale d'un système du 2ème ordre :

Fonction de transfert	Réponse temporelle
$H(p) = \dfrac{K}{\frac{1}{\omega_0^2}p^2 + \frac{2z}{\omega_0}p + 1}$	• **Régime apériodique (z>1) :** $$s(t) = K\ e_0 \left(1 - \frac{1}{\tau_1 - \tau_2}\left(\tau_1\ e^{\frac{-t}{\tau_1}} - \tau_2 e^{\frac{-t}{\tau_2}}\right)\right)$$ avec : ▪ $\tau_1 = \dfrac{1}{\omega_0\left(z + \sqrt{z^2-1}\right)}$ ▪ $\tau_2 = \dfrac{1}{\omega_0\left(z - \sqrt{z^2-1}\right)}$
	• **Régime apériodique critique (z=1) :** $$s(t) = K\ e_0 \left(1 - \left(1 + \frac{t}{\tau}\right) e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$$ avec : ▪ $\tau = \dfrac{1}{\omega_0}$
	• **Régime pseudo-périodique (0<z<1) :** $$s(t) = K\ e_0 \left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_p} e^{-z\omega_0 t} \sin\left(\omega_p t - \phi\right)\right)$$ avec : ▪ $\omega_p = \omega_0\sqrt{1-z^2}$ ▪ $\phi = \arctan\left(-\dfrac{\sqrt{1-z^2}}{z}\right)$

Il faut donc :

- Faire une mesure (carte Arduino, ou carte NI USB-6009) et récupérer le fichier de points (formats CSV ou XLS) pour exporter ces points dans le logiciel Excel et ensuite tracer la courbe expérimentale (dans le logiciel Excel)
- On fera alors attention à l'importation dans Excel, en particulier la séparation des colonnes, et les séparateurs décimaux (virgules, point, etc.).
- Vous allez tracer les deux courbes (expérimentale et théorique) dans un même fichier Excel.

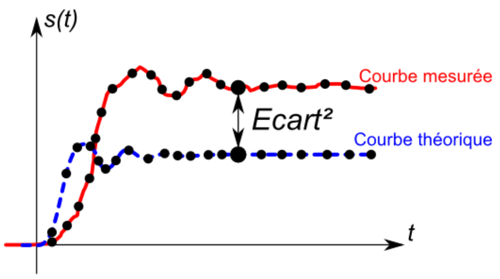
Méthode 1 : Identification manuelle de la courbe théorique

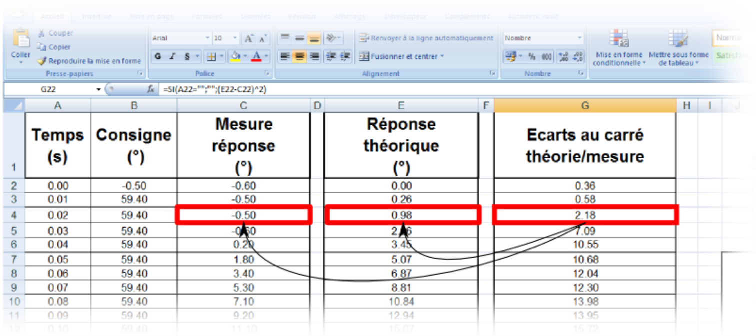
- On donne ci-dessus les équations théoriques temporelles de la sortie en fonction des paramètres K, τ, z et ω_0 et vous allez faire tracer la courbe théorique de même type en optimisant les coefficients caractéristiques pour se rapprocher au mieux de la courbe expérimentale. Mais pour gagner du temps, ces courbes théoriques ont déjà été rentrées dans Excel, dans les fichiers à votre disposition.
- Recopier les valeurs précédemment mesurées dans les colonnes prévues à cet effet.
- Repositionner l'origine des temps au début de l'échelon d'entrée par soustraction de l'instant initial de la première mesure réelle. Recaler l'origine du zéro si besoin également
- Tracer, sur un même graphique, la courbe mesurée et la courbe théorique (on prendra soin d'adapter l'amplitude d'entrée dans la case prévue à cet effet).
- Modifier à la main les coefficients caractéristiques (cases jaunes) pour vous rapprocher au maximum de la courbe mesurée.
- Relevez ainsi la fonction de transfert avec les paramètres déterminés avec Excel.

Identification optimisée par la méthode des moindres carrés.

Les coefficients trouvés précédemment sont très qualitatifs, il est possible de déterminer ces mêmes coefficients, mais avec plus de précision, en utilisant la **méthode des moindres carrés.**

Principe : Pour chaque pas de temps, on va chercher à calculer "l'écart au carré" entre la courbe expérimentale et la courbe théorique. Une fois cet "écart au carré" calculé pour chaque pas de temps, on va en faire la somme. Le résultat final sera donc la somme de tous les écarts au carré.





	Temps (s)	Consigne (°)	Mesure réponse (°)	Réponse théorique (°)	Ecarts au carré théorie/mesure
2	0.00	-0.50	-0.60	0.00	0.36
3	0.01	59.40	-0.50	0.26	0.58
4	0.02	59.40	-0.50	0.98	2.18
5	0.03	59.40	-0.60	[illegible]	7.09
6	0.04	59.40	0.20	3.45	10.55
7	0.05	59.40	1.80	5.07	10.68
8	0.06	59.40	3.40	6.87	12.04
9	0.07	59.40	5.30	8.81	12.30
10	0.08	59.40	7.10	10.84	13.98
11	0.09	59.40	9.20	12.94	13.95
12	0.10	59.40	11.10	15.07	15.72

- Plus cette "somme d'écarts" est petite : plus les courbes sont proches l'une de l'autre.
- Plus cette "somme d'écart" est grande : plus les courbes sont différentes l'une de l'autre.