Identification expérimentale des systèmes (réponse indicielle)

D’après Pierre Rigat Lycée Vauvenargues Aix-en-Provence, revu par J-C Rolin Lycée G. Eiffel Dijon

IDENTIFICATION A UN SYSTEME LINEAIRE DU PREMIER ORDRE PASSE BAS

1- ***<u>Modèle du système linéaire du type passe-bas du premier ordre :</u>***

- *Equation différentielle :* $s(t) + \tau.\frac{ds}{dt} = T_0.e(t)$
- *Transmittance fréquentielle ou isochrone :*

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{S}(j\omega)}{\underline{E}(j\omega)} = \frac{T_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_C}} \qquad \text{avec} \qquad \omega_C = \frac{1}{\tau}$$

- *Transmittance dans le domaine de Laplace ou isomorphe :* $T(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{T_0}{1 + \tau.p}$

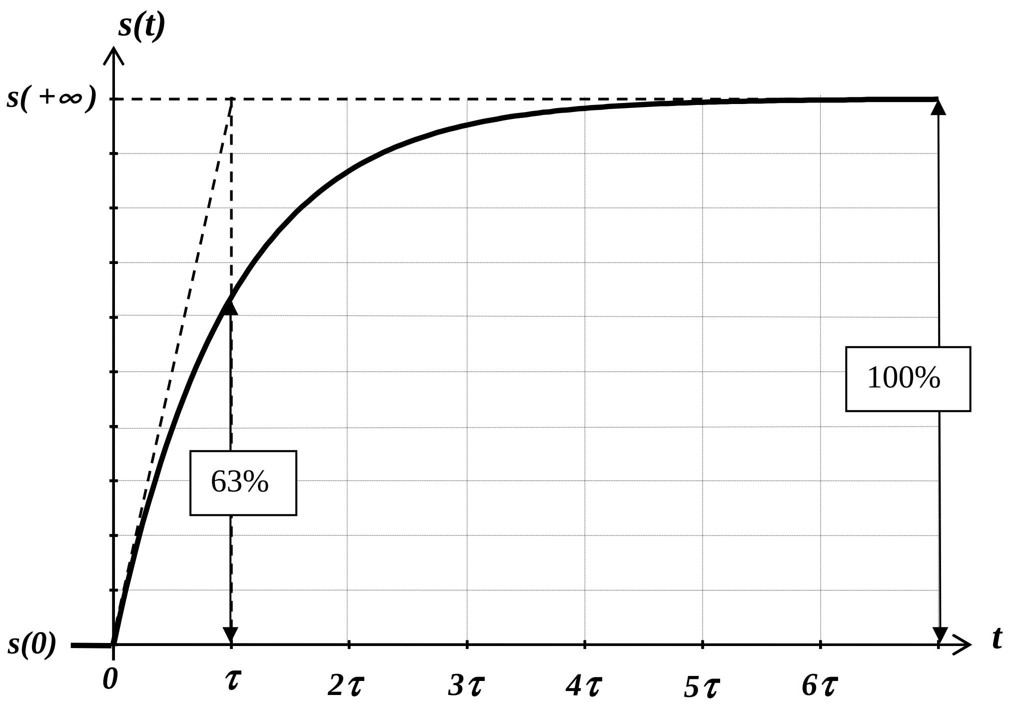
Avec T_0 *la* ***transmittance statique*** *et* τ *la* ***constante de temps*** *du système du 1^er^ ordre, ou* ω_C *la* ***pulsation de coupure à -3 dB****.*

2- ***<u>Réponse indicielle du système linéaire du type passe-bas du premier ordre :</u>***

Grandeur de sollicitation du système :

- *échelon de hauteur E (par rapport à son état de repos), appliqué à l’instant initial t = 0.*

Allure de la réponse du système :



Au bout du temps τ***, la variation de la sortie est de 63% de sa variation totale***

Evolution de la réponse indicielle en fonction du temps :

temps	τ	2τ	3τ	4τ	5τ
$\dfrac{s(t)-s(0)}{s(+\infty)-s(0)}$	*0,632*	*0,865*	*0,95*	*0,982*	*0,993*

Caractéristiques principales de la réponse indicielle :

- *Réponse croissante sans dépassement de la valeur finale.*
- *Tangente à l'origine de coefficient directeur non nul.*

3- ***Méthode d'identification :***

- *Détermination de la transmittance statique :* $T_0 = \dfrac{s(+\infty)-s(0)}{E}$
- *Détermination de la constante de temps :*

  1) *Abscisse du point d'intersection entre la tangente à l'origine de la réponse et l'asymptote de la réponse lorsque $t \to +\infty$.*
  2) ***Au bout du temps τ, la variation de la sortie est de 63% de sa variation totale***

IDENTIFICATION A UN SYSTEME LINEAIRE DU SECOND ORDRE PASSE BAS

1- ***Modèle du système linéaire du type passe-bas du second ordre :***

e(t) → ***Système linéaire du $2^{ème}$ ordre*** → *s(t)*

- *Equation différentielle :* $s(t) + \dfrac{2m}{\omega_0}\dfrac{ds}{dt} + \dfrac{1}{\omega_0^{\,2}}\dfrac{d^2s}{dt^2} = T_0.e(t)$

- *Transmittance fréquentielle ou isochrone :* $\underline{T}(j\omega) = \dfrac{\underline{S}(j\omega)}{\underline{E}(j\omega)} = \dfrac{T_0}{1 + 2.m.j\dfrac{\omega}{\omega_0} - \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$

- *Transmittance dans le domaine de Laplace ou isomorphe :*

$$T(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{T_0}{1 + \dfrac{2.m}{\omega_0}.p + \left(\dfrac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

avec ***T_0*** *la* ***transmittance statique*** *et* ***m*** *le* ***coefficient d'amortissement****, et* ***ω_0*** *la* ***pulsation propre*** *du système du 2^{eme} ordre. Système stable si m > 0.*

2- ***<u>Réponse indicielle du système linéaire du type passe-bas du second ordre sur amorti (réponse apériodique :</u>***

Dans le cas du système du second ordre sur amorti ($m \geq 1$), la transmittance de Laplace ou isomorphe peut s'écrire : $$T(p) = \frac{T_0}{(1+\tau.p).(1+\alpha.\tau.p)}$$

L'identification est faîte par rapport à cette formulation.

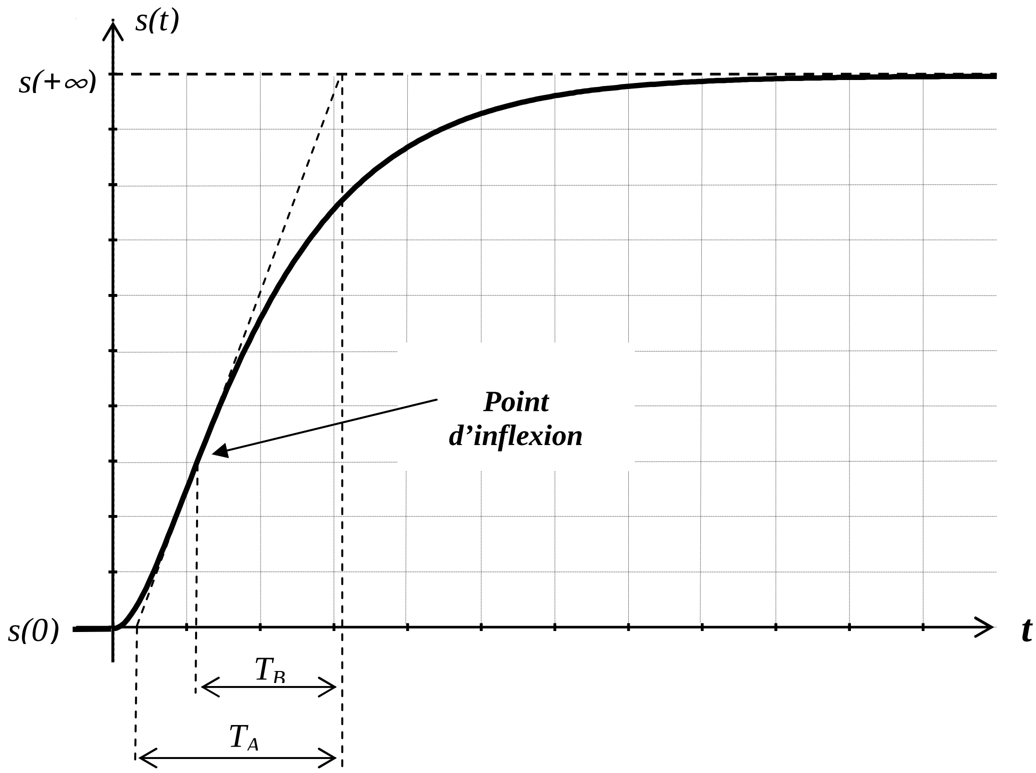
Grandeur de sollicitation du système :

- *échelon de hauteur E (par rapport à son état de repos), appliqué à l'instant initial t = 0.*

Allure de la réponse du système :

Caractéristiques principales de la réponse indicielle :

- *Tangente à l'origine de coefficient directeur nul.*
- *Réponse croissante sans dépassement de la valeur finale pour le système du 2^{eme} ordre sur amorti ($m \geq 1$).*

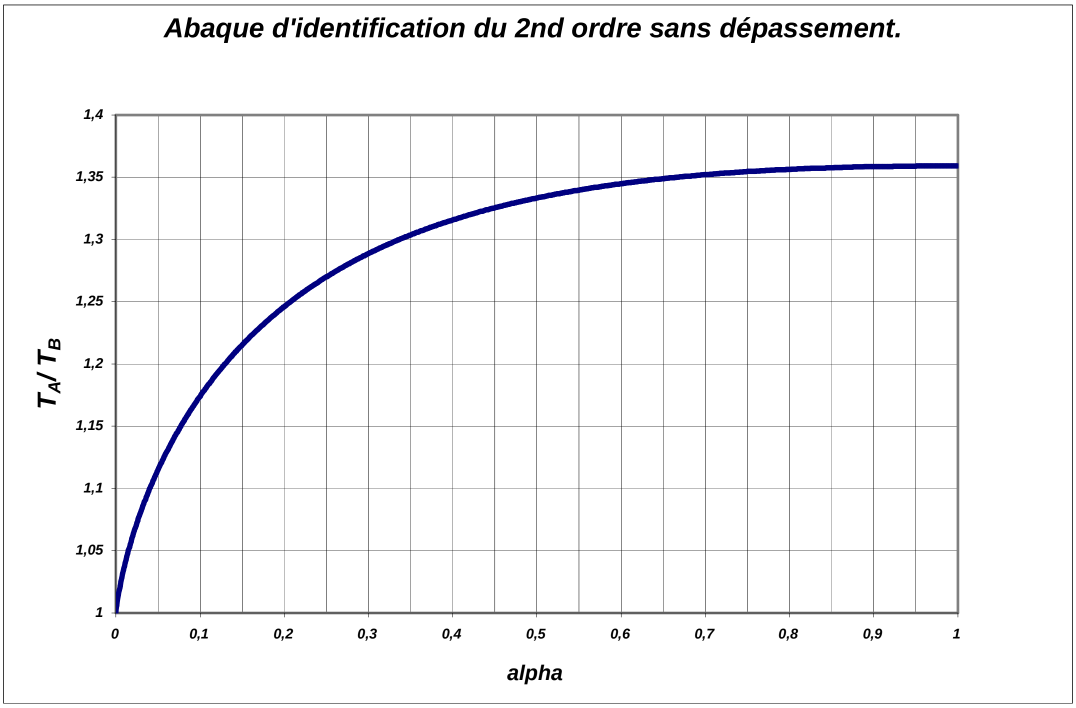


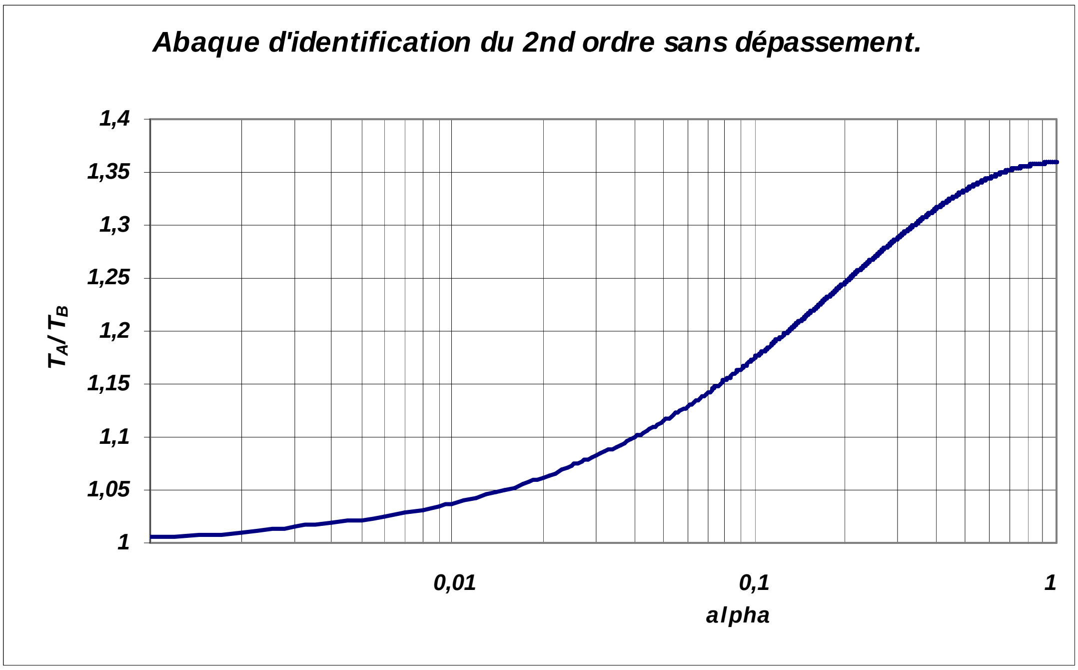
<u>Méthode d'identification :</u>

- *Détermination de la transmittance statique :* $$T_0 = \frac{s(+\infty) - s(0)}{E}$$
- *Détermination du facteur α :*

  La tangente au point d'inflexion de la courbe, permet de déterminer les temps T_A et T_B comme cela est indiqué ci-dessus.

Le rapport T_A / T_B permet d'obtenir le facteur α en utilisant l'une des 2 abaques ci-dessous :





- *Détermination de la constante de temps τ :*
  La mesure du temps T_B et la détermination du facteur α, permet d'obtenir la constante de temps τ par la relation : $\tau = \dfrac{T_B}{1+\alpha}$.
  On retrouve alors le coefficient d'amortissement m par la relation : $m = \dfrac{1+\alpha}{2\sqrt{\alpha}}$
  et la pulsation propre ω_0 par la relation : $\omega_0 = \dfrac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}$

3- ***Réponse indicielle du système linéaire du type passe-bas du second ordre sous amorti :***

Grandeur de sollicitation du système :

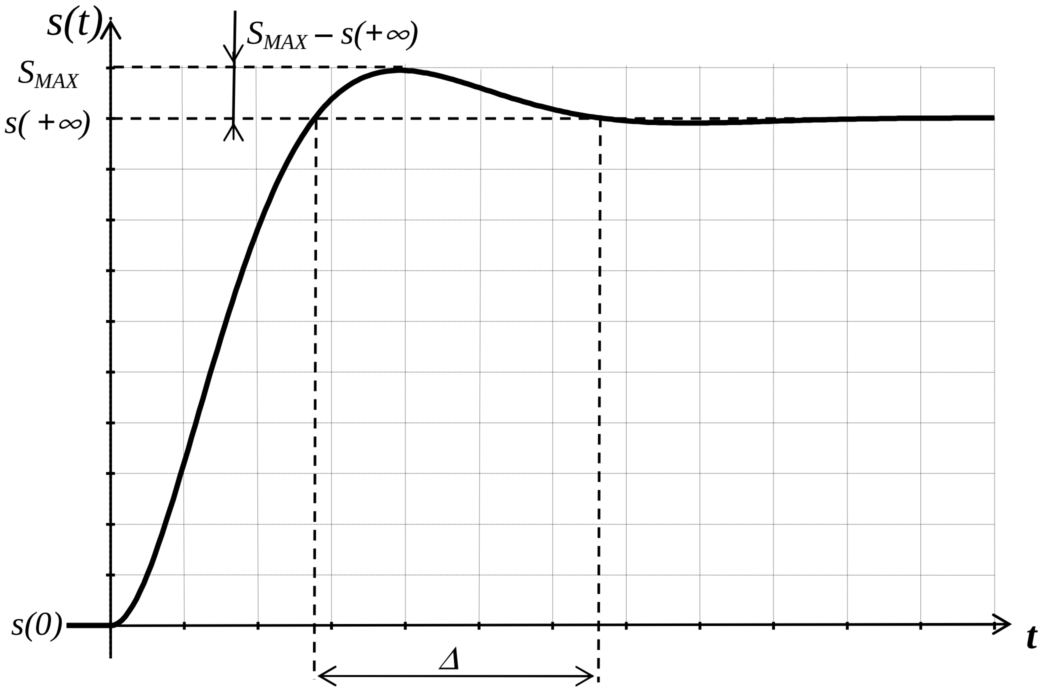
- *échelon de hauteur E (par rapport à son état de repos), appliqué à l'instant initial t = 0.*

Allure de la réponse du système :

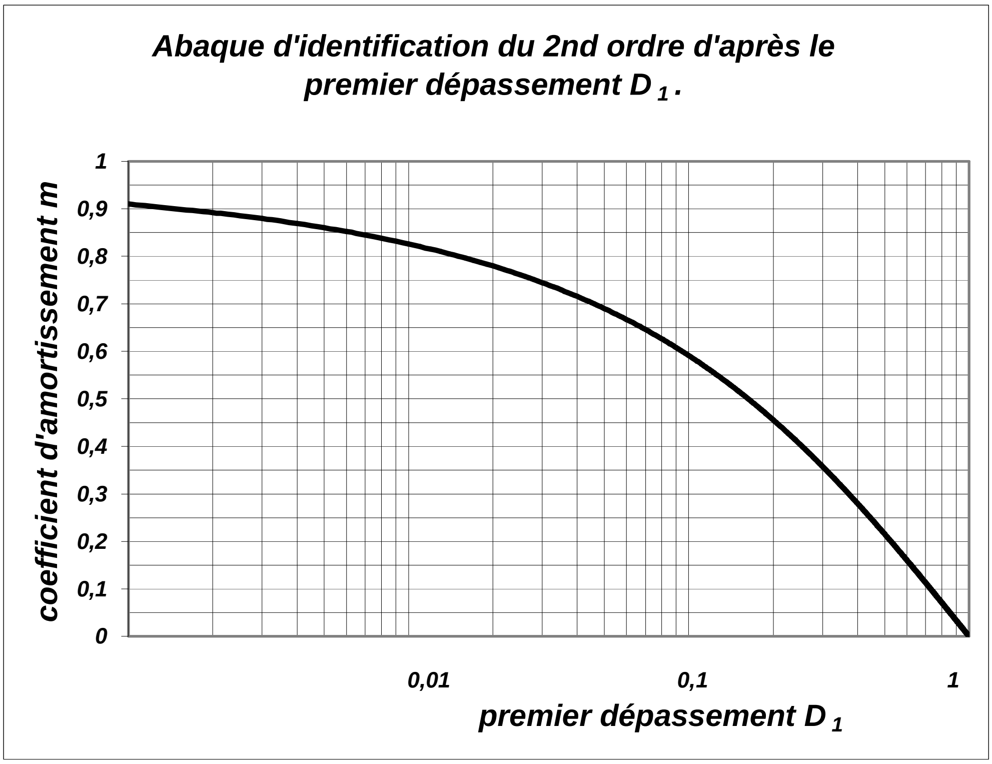
Caractéristiques principales de la réponse indicielle :

- *Tangente à l'origine de coefficient directeur nul.*
- *Réponse croissante avec dépassement de la valeur finale pour le système du* 2^{eme} *ordre sous amorti (m < 1) : réponse oscillatoire amortie.*

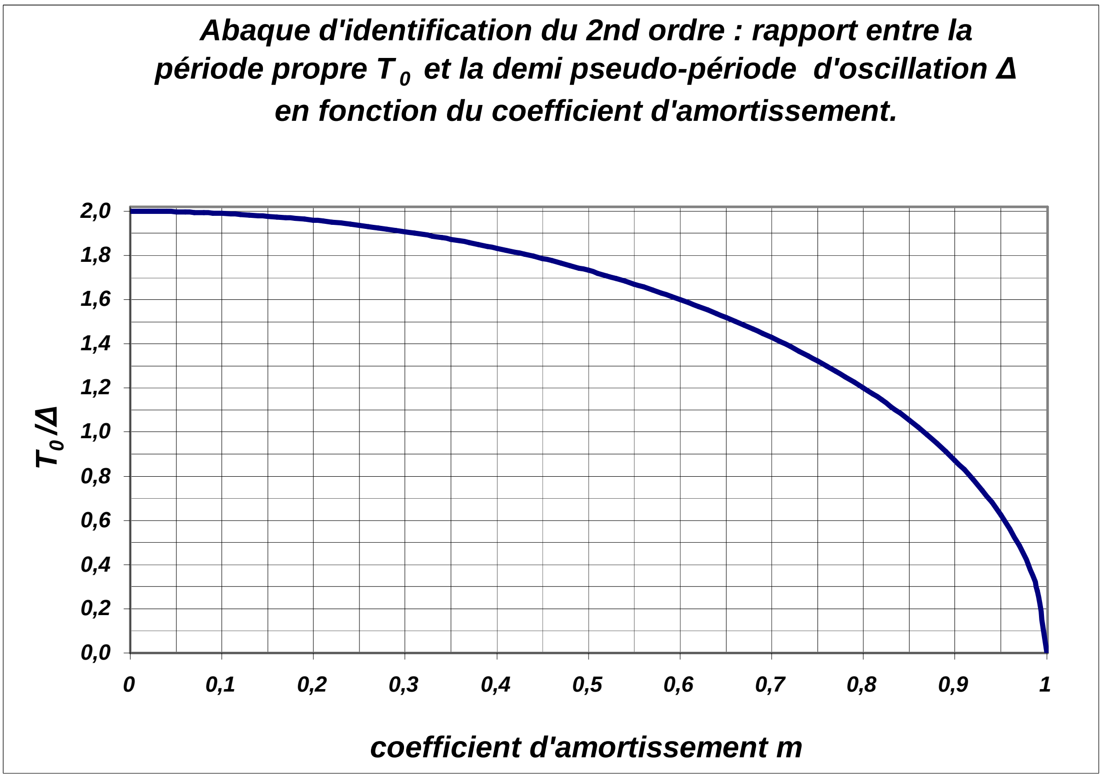
Méthode d'identification à l'aide du 1^{er} ***dépassement :***



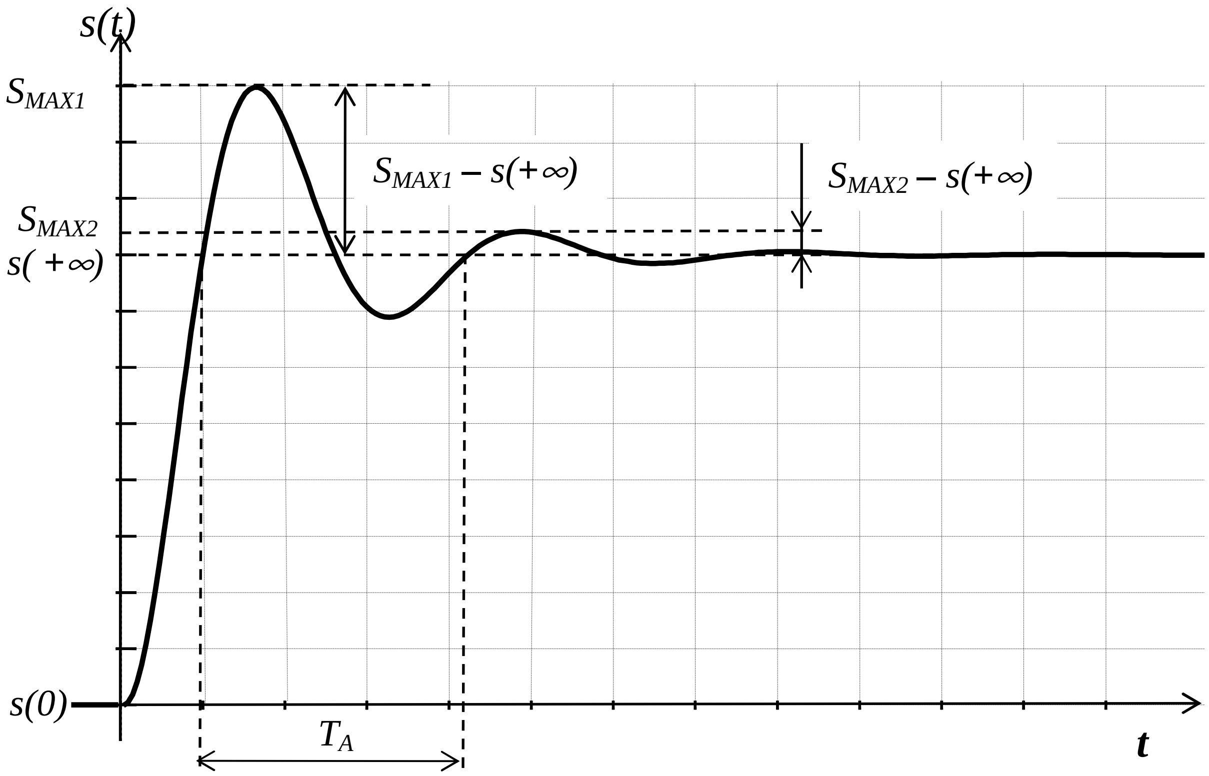
- *Détermination de la transmittance statique :* $T_0 = \dfrac{s(+\infty) - s(0)}{E}$
- *Détermination du coefficient d'amortissement m à partir de la valeur du premier dépassement* $D_1 = \dfrac{S_{MAX} - s(+\infty)}{s(+\infty) - s(0)}$ *en utilisant l'abaque ci-dessous :*



➢ *Détermination de la pulsation propre ω_0 à partir de la valeur de la demi pseudo période Δ d'oscillation en utilisant l'abaque ci-dessous :*

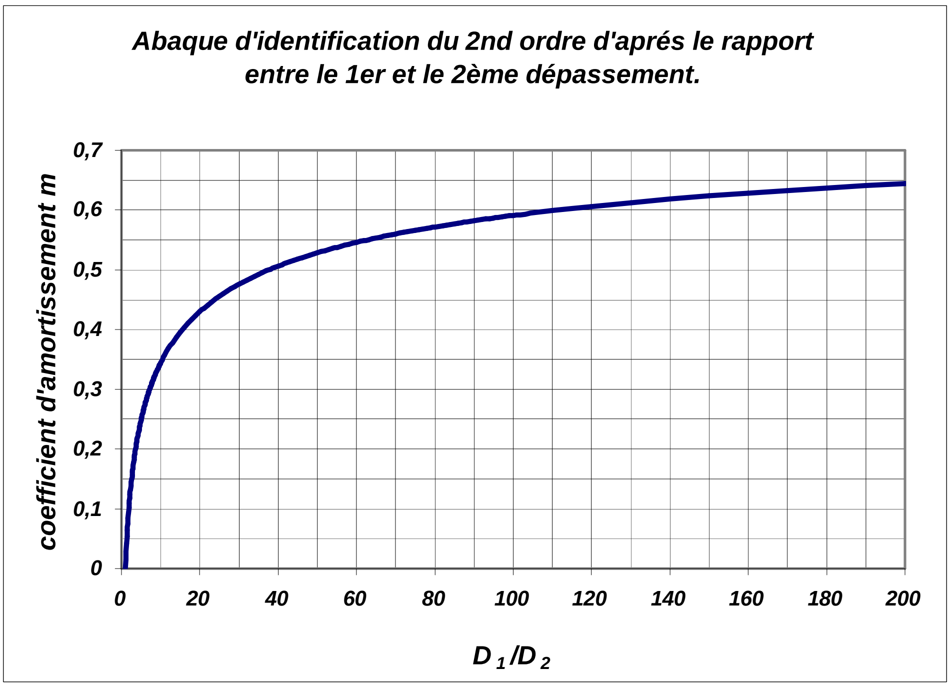


<u>Méthode d'identification à l'aide des 2 premiers dépassements :</u>

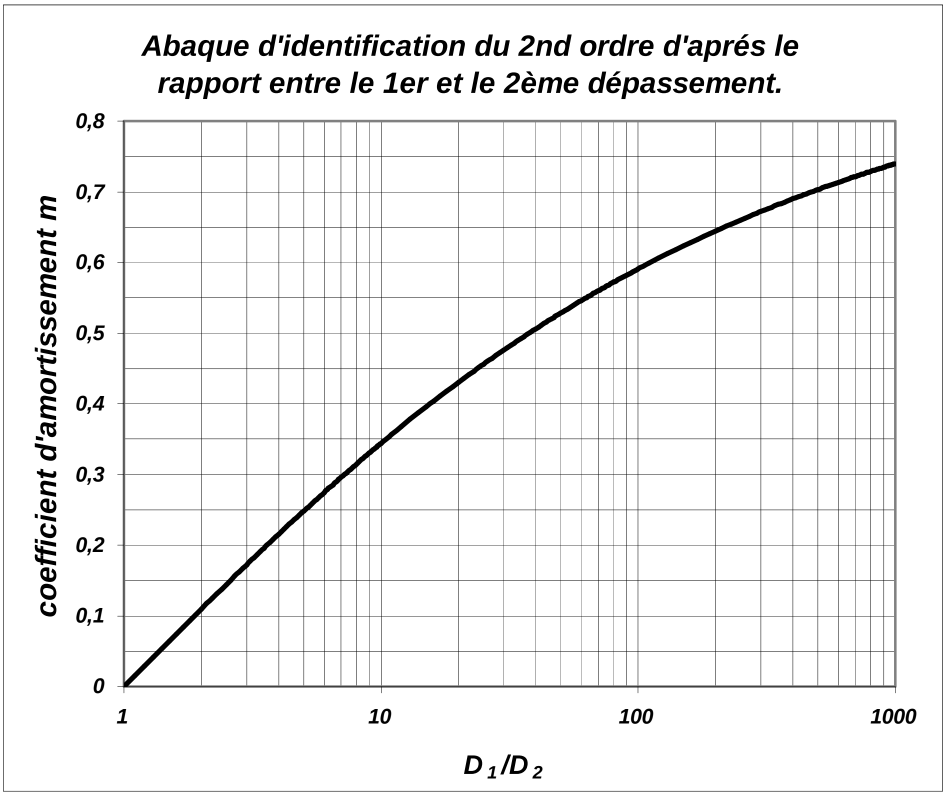


- *Détermination de la transmittance statique :* $T_0 = \dfrac{s(+\infty) - s(0)}{E}$

- *Détermination du coefficient d'amortissement m à partir des valeurs du premier dépassement* $D_1 = \dfrac{S_{MAX1} - s(+\infty)}{s(+\infty) - s(0)}$ *et du second dépassement* $D_2 = \dfrac{S_{MAX2} - s(+\infty)}{s(+\infty) - s(0)}$ *en utilisant l'une des abaques ci-dessous :*



Identification expérimentale des systèmes (réponse indicielle)



- *Détermination de la pulsation propre ω_0 à partir de la valeur de la pseudo période T_A d'oscillation et en utilisant l'abaque ci-dessous :*