CORRIGE CENTRIFUGEUSE

Problématique **Quelle est l'accélération subie par le contenu d'une éprouvette ?**

Contexte

Le repère $R_1\left(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1\right)$ est associé au carter 1.

Le rotor 2 a un mouvement de rotation d'axe $\left(O_1, \vec{z}_1\right)$ par rapport au carter 1.

On pose $R_2\left(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2\right)$ le repère associé au rotor 2,

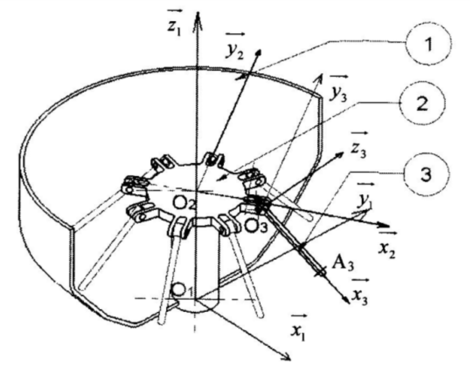
$\alpha = \left(\vec{x}_1, \vec{x}_2\right)$

$\vec{O_1O_2} = h.\vec{z}_1$

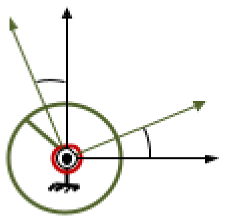
L'éprouvette 3 a un mouvement de rotation d'axe $\left(O_3, \vec{y}_3\right)$ par rapport au rotor 2.

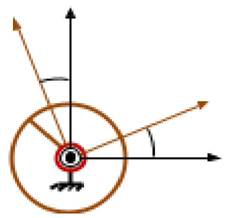
On pose $R_3\left(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3\right)$ le repère associé à l'éprouvette 3,

$\beta = \left(\vec{x}_2, \vec{x}_3\right)$ $\quad \vec{O_2O_3} = R.\vec{x}_2$ $\quad \vec{O_3A_3} = l.\vec{x}_3$



Q1.





Q2. *Exprimer le torseur cinématique* $\left\{V_{\frac{2}{1}}\right\}$.

$$\left\{V_{\frac{2}{1}}\right\} = O_2\left\{\vec{\Omega}_{\frac{2}{1}}\ \vec{V}_{O_2\in\frac{2}{1}}\right\} = O_2\left\{\dot{\alpha}.\vec{z}_1\ \vec{0}\right\}$$

Q3. *Exprimer le torseur cinématique* $\left\{V_{\frac{3}{2}}\right\}$.

$$\left\{V_{\frac{3}{2}}\right\} = O_3\left\{\vec{\Omega}_{\frac{3}{2}}\ \vec{V}_{O_3\in\frac{3}{2}}\right\} = O_3\left\{\dot{\beta}.\vec{y}_3\ \vec{0}\right\}$$

Questions

Q4. *Proposer une relation de composition des mouvements qui permettra de définir le torseur cinématique* $\left\{V_{\frac{3}{1}}\right\}$.

$$\left\{V_{\frac{3}{1}}\right\} = O_3\left\{V_{\frac{3}{2}}\right\} + O_3\left\{V_{\frac{2}{1}}\right\}$$

Q5. *En déduire le torseur cinématique* $\left\{V_{\frac{3}{1}}\right\}$.

$$\left\{V_{\frac{3}{1}}\right\} = O_3\left\{V_{\frac{3}{2}}\right\} + O_3\left\{V_{\frac{2}{1}}\right\} = O_3\left\{\dot{\beta}.\vec{y}_3\ \vec{0}\right\} + O_3\left\{\dot{\alpha}.\vec{z}_1\ \vec{O_3O_2}\wedge\dot{\alpha}.\vec{z}_1\right\} = O_3\left\{\dot{\beta}.\vec{y}_3 + \dot{\alpha}.\vec{z}_1\ \ -R.\vec{x}_2\wedge.\vec{z}_1\right\} = O_3\left\{\dot{\beta}.\vec{y}\right.$$

$$\left\{V_{\frac{3}{1}}\right\} = O_3\left\{\dot{\beta}.\vec{y}_3 + \dot{\alpha}.\vec{z}_1\ R.\dot{\alpha}.\vec{y}_2\right\}$$

Q6. *Exprimer* $\vec{V}_{A_3\in 3/1}$. *Par la relation du champ des vecteurs vitesse, on peut transporter le torseur au point* A_3

$$\left\{V_{\frac{3}{1}}\right\} = O_3\left\{\dot{\beta}.\vec{y}_3 + \dot{\alpha}.\vec{z}_1\ R.\dot{\alpha}.\vec{y}_2\right\} = A_3\left\{\dot{\beta}.\vec{y}_3 + \dot{\alpha}.\vec{z}_1\ R.\dot{\alpha}.\vec{y}_2 + \vec{A_3O_3}\wedge\left(\dot{\beta}.\vec{y}_3 + \dot{\alpha}.\vec{z}_1\right)\right\}$$

$$\vec{V}_{A_3\in\frac{2}{1}} = R.\dot{\alpha}.\vec{y}_2 + \vec{A_3O_3}\wedge\left(\dot{\beta}.\vec{y}_3 + \dot{\alpha}.\vec{z}_1\right) = R.\dot{\alpha}.\vec{y}_2 - l.\vec{x}_3\wedge\left(\dot{\beta}.\vec{y}_3 + \dot{\alpha}.\vec{z}_1\right) = R.\dot{\alpha}.\vec{y}_2 - l.\vec{x}_3\wedge\left(\dot{\beta}.\vec{y}_3 + \dot{\alpha}.\vec{z}_1\right)$$

$$\vec{V}_{A_3\in\frac{2}{1}} = R.\dot{\alpha}.\vec{y}_2 - l.\dot{\beta}.\vec{x}_3\wedge\vec{y}_3 - l.\dot{\alpha}.\vec{x}_3\wedge\vec{z}_1 = R.\dot{\alpha}.\vec{y}_2 - l.\dot{\beta}.\vec{z}_3 - l.\dot{\alpha}.\vec{x}_3\wedge\vec{z}_1 = R.\dot{\alpha}.\vec{y}_2 - l.\dot{\beta}.\vec{z}_3 - l.\dot{\alpha}.\vec{x}_3\wedge\vec{z}_2$$

$$\vec{V}_{A_3\in\frac{2}{1}} = R.\dot{\alpha}.\vec{y}_2 - l.\dot{\beta}.\vec{z}_3 - l.\dot{\alpha}.\vec{x}_3\wedge\vec{z}_1 = R.\dot{\alpha}.\vec{y}_2 - l.\dot{\beta}.\vec{z}_3 + l.\dot{\alpha}.\sin sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right).\vec{y}_2$$

$$\vec{V}_{A_3\in\frac{2}{1}} = (R. + l.\cos cos\,\beta).\dot{\alpha}.\vec{y}_2 - l.\dot{\beta}.\vec{z}_3$$

Q7. *En déduire l'accélération* $\vec{\Gamma}_{A_3\in 3/1}$ *dans le cas d'un régime stabilisé à grande vitesse (β=0 et $\ddot{\alpha}$=0).*

$$\vec{\Gamma}_{A_3\in\frac{2}{1}} = \left[\frac{d}{dt}\left(\left(R.\dot{\alpha} + l.\dot{\alpha}\right).\vec{y}_2\right)\right]_{/R_1} = (R + l).\ddot{\alpha}.\vec{y}_2 - (R + l).\dot{\alpha}^2.\vec{x}_2 \qquad \vec{\Gamma}_{A_3\in\frac{2}{1}} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$\vec{a}_t$ accélération tangentielle $\vec{a}_t = (R + l).\ddot{\alpha}.\vec{y}_2$ (nulle à vitesse stabilisée)

$\vec{a}_n$ accélération normale $\vec{a}_n = -(R + l).\dot{\alpha}^2.\vec{x}_2$ (toujours dirigée vers le centre de rotation)

Q8. *Montrer que le résultat est homogène.*

$(R + l).\ddot{\alpha}$ $\quad a\ pour\ unité\ des\ m.\frac{rad}{s^2}soit\ des\ m/s^2$

$-(R + l).\dot{\alpha}^2$ $\quad a\ pour\ unité\ des\ m.(rad/s)^2 soit\ des\ m/s^2$

Faire l'application numérique en prenant $N_{2/0} = 60\,000 tr/min$ *comme vitesse de rotation de 2 par rapport 0 ainsi que R=0,01m et ℓ=0,02m.* $N_{2/0}$ *est constant soit* $\ddot{\alpha} = 0$ $\quad \vec{\Gamma}_{A_3 \in \frac{2}{1}} = -(R + l).\dot{\alpha}^2.\vec{x}_2$

$$\|\vec{\Gamma}_{A_3 \in \frac{2}{1}}\| = (R + l).\dot{\alpha}^2 = (R + l).\dot{\alpha}^2 = 0,03.\left(60000.\frac{\pi}{30}\right) = 11304000\frac{m}{s^2} = 118000G$$

$$\|\vec{\Gamma}_{A_3 \in \frac{2}{1}}\| = 118000G$$