Numération Codage

Q1 Ecrire dans le format virgule flottante simple précision le nombre -14,75

	Signe		mantisse	exposant
-14,75	1	$1110,11_{bin}=1,11011.2^3$	M=110 1100 0000 0000 0000 0000	130
-14,75	1 100 0001 0 110 1100 0000 0000 0000 0000			

Q2 Donner les résultats en hexadécimal. **-14,75= $C16C0000**

Algèbre de Boole

Q3 Calculer

$$0.1=0$$
$$1+1=1$$
$$1.1=1$$
$$1\oplus\overline{1}=1$$

$$1\oplus 1=0$$
$$\overline{\overline{0}\oplus\overline{1}}=1$$
$$\overline{1\oplus 1}=1$$

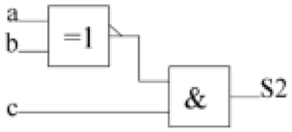
Fonction logique

Q4 Déterminer l'équation de la sortie S_1 sous une forme simplifiée

S_1	S_2	S_3	M
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$S=\overline{S_1}.\overline{S}_2.S_3+\overline{S_1}.S_2.S_3+\overline{S_1}.S_2.S_3+S_1.\overline{S}_2.S_3+S_1.S_2.S_3+S_1.S_2.\overline{S}_3$$
$$S=\overline{S_1}.S_3.(.\overline{S}_2+S_2)+\overline{S_1}.S_2.S_3+S_1.S_3.(\overline{S}_2+S_2)+S_1.S_2.\overline{S}_3$$
$$S=\overline{S_1}.S_3+\overline{S_1}S_2.S_3+S_1.S_3+S_1.S_2.\overline{S}_3=S_3.(\overline{S_1}+\overline{S_1}S_2+S_1)+S_1.S_2.\overline{S}_3$$
$$S=S_3+S_1.S_2.\overline{S}_3=S_3+S_1.S_2$$

Q5 Déterminer l'équation de la sortie S_2



$$S_2=\overline{a\oplus b}.c=a.\overline{b}.c+\overline{a}.b.c$$

Problème : le contrôle d’erreur

CRC (Code de redondance cyclique)
Le CRC est fréquemment utilisé pour contrôler l’intégrité d’un message ou d’un fichier. C’est une valeur calculée sur un morceau de données avant compression. Quand l'archive déballe ce fichier, il lit la valeur du CRC précédemment écrit et contrôle la validité du fichier décompressé en refaisant le même calcul. Quand les deux résultats correspondent, il y a de bonne chance que les fichiers soient identiques.

Principe :
L'idée fondamentale des algorithmes de CRC est simplement de traiter le message comme une grande valeur numérique (sous forme polynomiale), de le diviser par une valeur fixe (polynôme générateur), et **de prendre le reste de la division en tant que somme de contrôle.**
La division binaire ressemble beaucoup à une division euclidienne, le résultat donne un quotient et un reste. Le calcul bit à bit se fait par un "ou exclusif" (encore appelé XOR).

Message à transmettre 14 bits : 1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0
Soit le polynôme (Dividende) : $X^{13}+X^{12}+X^{10}+X^{8}+X^{7}+X^{5}+X^{4}$

Polynôme générateur (Diviseur) X^4+X+1 soit 1 0 0 1 1

	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1 0 0 1 1
xor	1	0	0	1	1	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
=		1	0	0	1	1	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1 1 0 0 0 0 1 0 1 0
xor		1	0	0	1	1	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
=			0	0	0	0	1	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
xor			0	0	0	0	0	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
=				0	0	0	1	0	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
xor				0	0	0	0	0	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
=					0	0	1	0	1	↓	↓	↓	↓	↓	
xor					0	0	0	0	0	↓	↓	↓	↓	↓	
=						0	1	0	1	1	↓	↓	↓	↓	
xor						0	0	0	0	0	↓	↓	↓	↓	
=							1	0	1	1	0	↓	↓	↓	
xor							1	0	0	1	1	↓	↓	↓	
=								0	1	0	1	0	↓	↓	
xor								0	0	0	0	0	↓	↓	
=									1	0	1	0	0	↓	
xor									1	0	0	1	1	↓	
=										0	1	1	1	0	
xor										0	0	0	0	0	
=											1	1	1	0	

On sélectionne le bit de poids fort du dividende, ici (1), il sera le bit de poids fort du quotient.
Maintenant, on peut faire (1 x diviseur) = 10011. On fait ensuite un XOR entre le dividende et ce résultat qui est décalé de suffisamment de bits pour commencer au début du dividende.
Ensuite, on ajoute au résultat de l'opération le bit suivant correspondant au dividende.
L'opération s'enchaîne ainsi de suite. On sélectionne le bit de poids fort du résultat précédemment trouvé, ici, c'est un 1. On lui applique un XOR avec 10011. Le résultat sera 0000, auquel on fera descendre 1, ce qui donne 00001. Le bit de poids fort est un 0, donc (0x diviseur)=00000. On refait l'opération avec le XOR. Ces opérations seront réalisées jusqu'à ce qu'on ne puisse plus " descendre " de bit depuis le dividende, donc on réalise (Taille du dividende-Taille du diviseur+1) opérations (en fait, la taille correspondant au nombre de bits).

Le Code CRC est | 1 1 1 0 | et sera transmis avec le message | 1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0 |

La trame émise sera codée sur 32 bits justifiés à gauche

CRC	message	
1 1 1 0	1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

La trame émise est $ED6C0000

Application:

Q6 En utilisant le polynôme générateur $G(x) = X^4 + X + 1$, calculer le CRC ajouté pour la transmission des 7 bits de données 1011101.

	1	0	1	1	1	0	1	1 0 0 1 1
xor	1	0	0	1	1	↓	↓	
=		0	1	0	0	0	↓	1 0 1
	xor	0	0	0	0	0	↓	
	=		1	0	0	0	1	
		xor	1	0	0	1	1	
		=		0	0	1	0	

Le Code CRC à transmettre est 0 0 1 0

Q7 Donner le résultat sous un format 16 bits justifié à gauche en hexadécimal.

CRC				message											
0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0

la trame émise est $2BA0

Q8 Soit la trame reçue suivante : $2B90. G(x) est toujours $X^4 + X + 1$. Déterminer le CRC calculé à la réception.

la trame reçue est $2B90

CRC				message											
0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0

Suppression des bits de remplissage

CRC				message						
0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0

Division polynomiale

	1	0	1	1	1	0	0	1 0 0 1 1
xor	1	0	0	1	1	↓	↓	
=		0	1	0	0	0	↓	1 0 1
	xor	0	0	0	0	0	↓	
	=		1	0	0	0	0	
		xor	1	0	0	1	1	
		=		0	0	1	1	

Le Code CRC calculé à la réception est 0 0 1 1

Q9 Quelle opération logique peut donner le résultat de la comparaison des CRC (reçu et calculé à la réception) pour déterminer s'il y a une erreur de transmission E ? (E=0 si aucune erreur de transmission).

$$E = CRC_{reçu} \oplus CRC_{calculé}$$

Q10 L'appliquer à la question Q8.
Dans le cas de la trame $2B90

	0	0	1	0	CRC reçu
ET	0	0	1	1	CRC calculé
E=	0	0	0	1	

Le circuit de contrôle détecte une erreur sur le bit de poids 0, E=0001, le message est transmis avec une erreur.