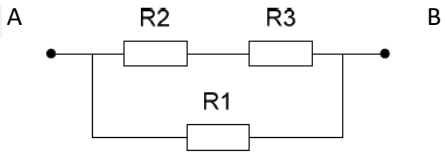
CORRIGE GIROUETTE

Problématique : modélisation d'un capteur analogique (rose des vents)

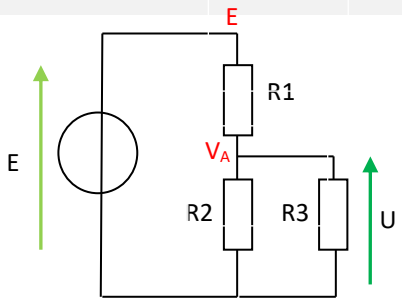
Application simples des lois et théorèmes

Q1 Calculer la résistance équivalente du circuit vu des points A et B.
On donne: R_1=330 Ω, R_2=220 Ω et R_3=820 Ω.



résistance équivalente $R_{eq} = R_1 //(R_2 + R_3) = \frac{R_1 \cdot (R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3}$

Q2 Déterminer la tension U en fonction de E, R_1, R_2 et R_3.



Plusieurs stratégies possibles,
pont diviseur ($R_2//R_3$ et R_1)
loi de courant
loi de Kirchoff

une loi de courant au point A donne

$$\frac{E - V_A}{R_1} + \frac{0 - V_A}{R_2} + \frac{0 - V_A}{R_3} = 0$$

$$R_2 \cdot R_3 \cdot (E - V_A) + R_1 \cdot R_3 \cdot (0 - V_A) + R_1 \cdot R_2 \cdot (0 - V_A) = 0$$

$$U = V_A - 0 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2} \cdot E$$

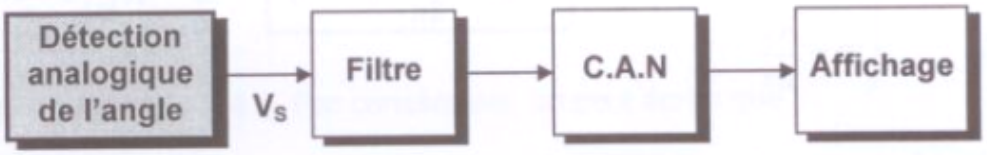
par le pont diviseur

$$U == \frac{R_2//R_3}{R_1 + R_2//R_3} \cdot E = \frac{\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} \cdot E = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2} \cdot E$$

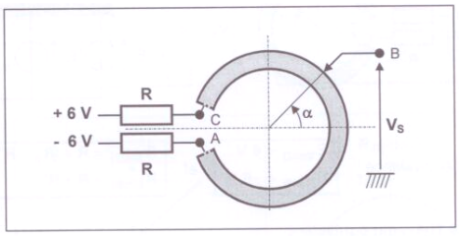
CORRIGE GIROUETTE

Indicateur d'orientation du vent sur une centrale de navigation pour voilier

En tête de mât d'un voilier est montée une "girouette-anémomètre" d'une centrale de navigation. Elle a pour rôle de délivrer des informations relatives à l'orientation du vent par rapport au bateau. Le système répond au synoptique suivant:

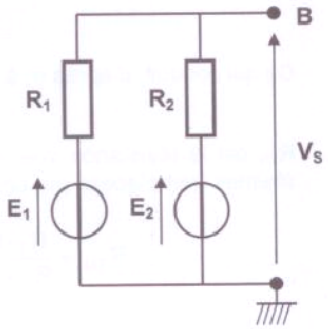


La détection analogique de l'angle se fait par l'intermédiaire d'un potentiomètre rotatif de résistance **R_0=10kΩ** entre les points A et C. La loi de ce potentiomètre est linéaire. La résistance entre les points A et B est donc de la forme **R'=aα+b**.
On suppose que l'angle α varie entre -π et π.
On note **R_0** la résistance totale entre A et C et **R'** la résistance de la piste comprise entre A et B.



Q3 Déterminer l'expression de R' en fonction de α et R_0.

Pour faciliter l'étude de ce capteur, on se ramène au schéma électrique équivalent suivant:



Q4 Quelles doivent être les expressions de R_1 et de R_2 en fonction de R, R' et R_0 et les valeurs de E_1 et de E_2 pour qu'il en soit ainsi ?

On note **E_{TH}** et **R_{TH}** les éléments du générateur de Thévenin vu entre le point B et la masse.

Q5 Exprimer E_{TH} en fonction de E_1, E_2, R_1 et R_2.
Q6 Exprimer R_{TH} en fonction de R_1 et R_2.
Q7 Exprimer E_{TH} en fonction de R, R_0 et α (les valeurs de E_1 et E_2 sont connues).
Q8 Exprimer R_{TH} en fonction de R, R_0 et α.
Q9 Calculer la valeur des résistances R pour que la tension V_S à vide varie entre -4V et 4V.
Q10 Tracer les caractéristiques E_{TH}=f(α) et R_{TH}=g(α). Préciser les valeurs minimales et maximales.

CORRIGE GIROUETTE

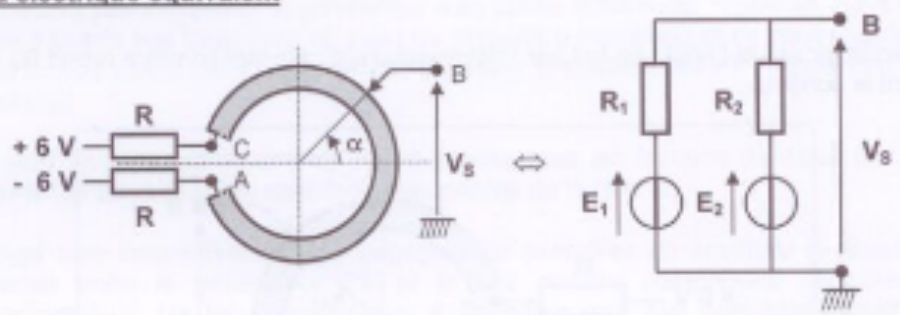
1/ Détermination de R'

Le potentiomètre étant à loi linéaire : $R'_{(\alpha)} = a \cdot \alpha + b$

Pour déterminer les coefficients **a** et **b**, on écrit les conditions aux limites :

$$\begin{cases} R'_{(0)} = \dfrac{R_0}{2} \\ R'_{(\pi)} = R_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \dfrac{R_0}{2} \\ a = \dfrac{R_0}{2\pi} \end{cases} \Rightarrow \boxed{R'_{(\alpha)} = \frac{R_0}{2\pi} \cdot (\alpha + \pi)} \Rightarrow R'_{(\alpha)} = \frac{R_0}{2} \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{\pi}\right) \quad (i)$$

2/ Schéma électrique équivalent



Pour qu'il y ait équivalence : $\boxed{\begin{matrix} E_{1(ou2)} = 6\ V \\ E_{2(ou1)} = -6\ V \end{matrix}}$ et $\boxed{\begin{matrix} R_{1(ou2)} = R + (R_0 - R') \\ R_{2(ou1)} = R + R' \end{matrix}}$

3/ Générateur de Thévenin équivalent

$$E_{TH} = \frac{\dfrac{E_1}{R_1} + \dfrac{E_2}{R_2}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}} \Rightarrow E_{TH} = \frac{E_1 \cdot R_2 + E_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2}$$

Ou encore : $$E_{TH} = \frac{6 \cdot (R + R') - 6 \cdot (R + (R_0 - R'))}{2R + R_0} = \frac{6 \cdot (2R' - R_0)}{2R + R_0}$$

Ce qui conduit, d'après (i) à : $$\boxed{E_{TH(\alpha)} = \frac{6 \cdot \alpha \cdot R_0}{\pi \cdot (2R + R_0)}}$$

R_{TH} est la résistance vue entre les bornes **B** et **M** lorsque toutes les sources de tension sont éteintes (remplacées par un fil) :

$$R_{TH} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(R + R_0 - R') \cdot (R + R')}{2R + R_0} = \frac{R \cdot (R + R_0) + R' \cdot (R_0 - R')}{2R + R_0}$$

Soit, d'après (i) : $$R_{TH} = \frac{R \cdot (R + R_0) + \dfrac{R_0}{2} \cdot \left(1 + \dfrac{\alpha}{\pi}\right) \cdot \left(R_0 - \dfrac{R_0}{2} \cdot \left(1 + \dfrac{\alpha}{\pi}\right)\right)}{2R + R_0}$$

Ou encore : $$R_{TH} = \frac{R \cdot (R + R_0) + \dfrac{R_0^2}{4} \cdot \left(1 + \dfrac{\alpha}{\pi}\right) \cdot \left(1 - \dfrac{\alpha}{\pi}\right)}{2R + R_0}$$

CORRIGE GIROUETTE

En utilisant l'identité remarquable **(a + b).(a - b) = $a^2 - b^2$**, on aboutit à :

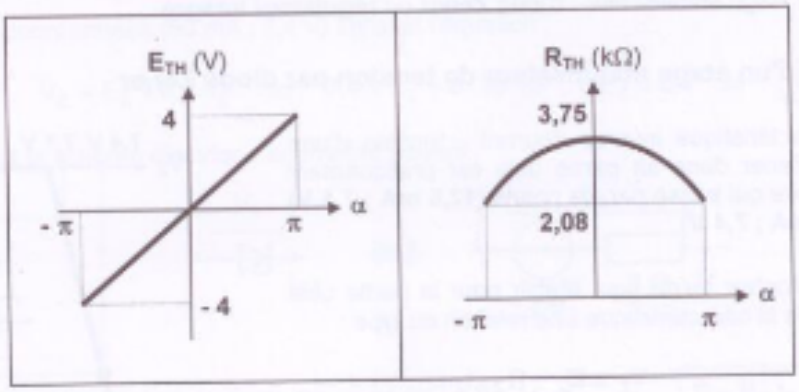
$$\boxed{R_{TH(\alpha)} = \frac{R\cdot(R+R_0)+\left(\frac{R_0}{2}\right)^2\cdot\left(1-\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2\right)}{2R+R_0}}$$

On pensera toujours à vérifier à la fin d'un calcul l'homogénéité d'une expression littérale.

4/ **Valeur des résistances R**

On veut **– 4 V ≤ V_S = E_{TH} ≤ 4 V**. Par conséquent, on peut écrire que :

$$E_{TH(\pi)} = 4\ V \quad \Rightarrow \quad \frac{6R_0}{2R+R_0} = 4 \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = \frac{R_0}{4} = 2{,}5\ k\Omega}$$

5/ **Représentations graphiques**

Numériquement : $\boxed{E_{TH(\alpha)} = \frac{4\alpha}{\pi}}$ et $\boxed{R_{TH(\alpha)} = \frac{25+20\cdot\left(1-(\alpha/\pi)^2\right)}{12}}$ (en kΩ)