

CORRIGE TREUIL

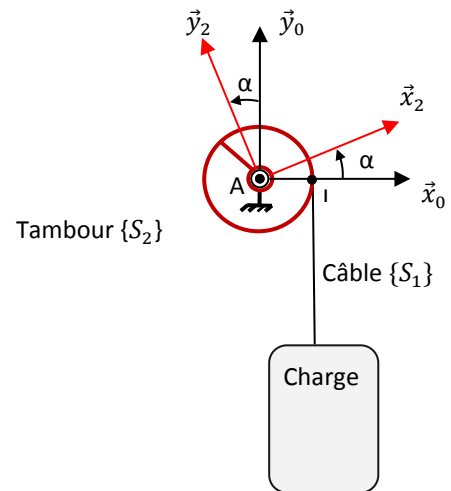
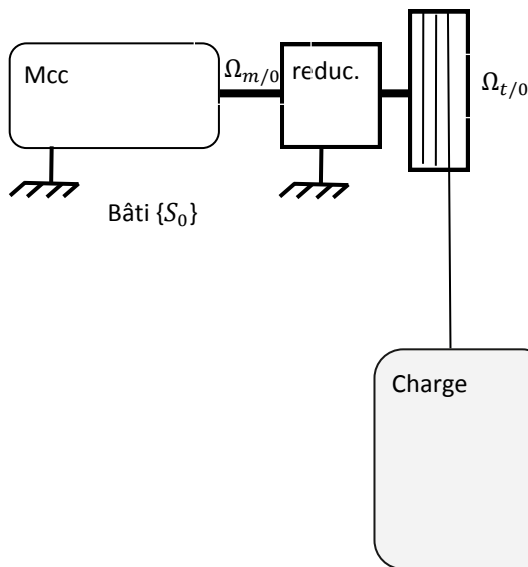
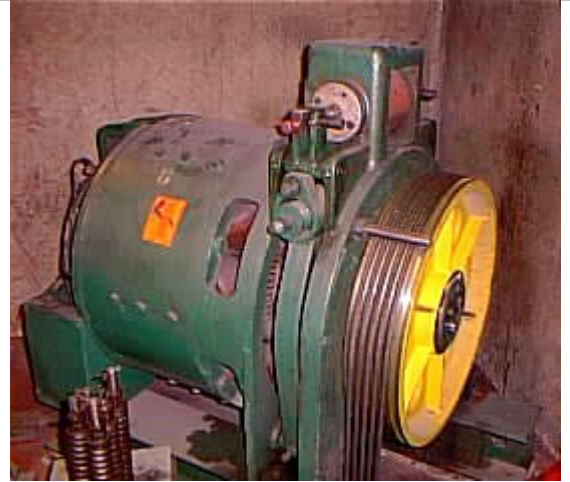
Problématique Comment piloter la vitesse de montée d'une charge ?

Contexte Un moteur à courant continu à excitation indépendante entraîne un treuil soulevant verticalement une charge de masse M kg suspendue à l'extrémité d'un filin enroulé sur le tambour du treuil, de rayon supposé constant égal à $0,2$ m. Un réducteur à trains d'engrenages d'indice $i=40$ complète la chaîne de transmission entre la vitesse de rotation du tambour $\Omega_{t/0}$ et la vitesse de rotation du moteur $\Omega_{m/0}$.

Tension nominale de la machine : $U_n = 240$ V
 Résistance de l'induit : $R_a = 0,5$ Ω

hypothèse simplificatrice

- rendement du réducteur = 1
- On néglige toutes les pertes du moteur sauf celle par effet Joule dans l'induit ou dans la résistance de démarrage



Relation Entrée-sortie mécaniques

Q1 Déterminer le torseur cinématique $\{V_{2/0}\}$

$$\{V_{2/0}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \\ \overrightarrow{V_{AE2/0}} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$$

Q2 En déduire l'expression du vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{I \in 2/0}}$.

relation du champs des vecteurs vitesses $\overrightarrow{V_{I \in 2/0}} = \overrightarrow{V_{AE2/0}} + \overrightarrow{IA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \vec{0} - r \cdot \vec{x}_0 \wedge \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_0$

$$\overrightarrow{V_{I \in 2/0}} = r \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_0$$

Q3 Ecrire la relation de roulement sans glissement au point I entre tambour et le câble qui sera considéré comme un solide indéformable.

$$\overrightarrow{V_{I \in 2/1}} = \vec{0}$$

Q4 En déduire une relation entre les vecteurs vitesse $\overrightarrow{V_{I \in 2/0}}$ et $\overrightarrow{V_{I \in 1/0}}$

Par la relation de composition des vecteurs vitesse : $\overrightarrow{V_{I \in 2/1}} = \overrightarrow{V_{I \in 2/0}} + \overrightarrow{V_{I \in 0/1}} = \vec{0}$

CORRIGE TREUIL

$$\overrightarrow{V_{I \in 2/0}} = \overrightarrow{V_{I \in 1/0}}$$

Q5 En déduire la relation entrée sortie du tambour avec $V = \|\overrightarrow{V_{I \in 1/0}}\|$ et $\Omega_t = \|\overrightarrow{\Omega_{2/0}}\|$

$$V = \|\overrightarrow{V_{I \in 1/0}}\| = \|\overrightarrow{V_{I \in 2/0}}\| = \|r \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_0\| = r \cdot \|\overrightarrow{\Omega_{2/0}}\| = r \cdot \Omega_t$$

Loi Entrée-Sortie du tambour : $V = r \cdot \Omega_t$

Q6 Exprimer la relation entrée-sortie du réducteur $\Omega_{t/0} = f(\Omega_{m/0})$

$$\Omega_t = \frac{\Omega_m}{i} = \frac{\Omega_m}{40}$$

Montée de la charge

Le courant inducteur (i_e) est réglé à sa valeur maximum admissible $i_e = 5 \text{ A}$. On constate alors que le treuil hisse la charge $M = 1528 \text{ kg}$ à la vitesse $V = 0,576 \text{ m/s}$ alors que la puissance absorbée par l'induit est de 9,6 kW et que la tension appliquée à l'induit est égale à la tension nominale.

Q7 Calculer l'intensité du courant absorbé par l'induit de cette machine.

$$I = \frac{P_{ab}}{U} = \frac{9600}{240} = 40 \text{ A}$$

intensité du courant absorbé 40A

Q8 Calculer la force électromotrice de cette machine.

$$U_{(t)} = E + L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i_{(t)} \text{ par une loi des mailles}$$

en régime permanent (pendant la montée) toutes les grandeurs électriques sont constantes $U = E + R \cdot I$

$$E = U - R \cdot I = 240 - 0.5 \cdot 40 = 220 \text{ V}$$

force électromotrice 220V

Q9 Calculer la puissance utile de cette machine.

$P_u = F \cdot V = M \cdot g \cdot V = 1528 \cdot 10 \cdot 0,576 = 8800 \text{ W}$. Étant donné que le rendement du treuil est de 1, cette puissance utile est la puissance en sortie du moteur et celle à la sortie du treuil.

puissance utile 8,8 kW

Q10 Calculer le rendement de cette machine.

$$\eta = \frac{P_u}{P_{ab}} = \frac{8800}{9600} = 0.916$$

rendement de cette machine 91,6%

Q11 Calculer la vitesse angulaire $\Omega_{t/0}$

$$\Omega_t = \frac{V}{r} = \frac{0,576}{0,2} = 2,88 \text{ rad/s}$$

vitesse angulaire de la poulie $\Omega_t = 2,88 \text{ rad/s}$

Q12 Calculer la vitesse angulaire $\Omega_{m/0}$

$$\Omega_t = 2,88 \text{ rad/s} = \frac{\Omega_m}{i} = \frac{\Omega_m}{40}$$

vitesse angulaire de la machine

$$\Omega_m = 115 \text{ rad/s} (= 1100 \text{ tr/mn})$$

Q13 En déduire le couple utile en sortie T_{um} de la machine à courant continu

$$P_u = T_{um} \cdot \Omega_m \quad T_{um} = \frac{P_u}{\Omega_m} = \frac{8800}{115} = 76,5 \text{ Nm}$$

couple utile du moteur 76,5 Nm

Q14 Calculer la constante de couplage k de de cette machine.

$$\text{relation de couplage } E = k \cdot \Omega_m \quad k = \frac{E}{\Omega_m} = \frac{220}{115} = 1,9 \text{ V/rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

constante de couplage 1,9 V/rad . s⁻¹

Maintenance de la charge M

Q15 Calculer l'intensité absorbée par l'induit lorsque le moteur maintient la charge M décollée et immobile ?

Afin de maintenir la même charge immobile et décollée, il faut que le moteur fournisse le même couple moteur (la masse est la même, la gravité n'a pas changé, le rayon du tambour du treuil non plus). Le moteur appelle donc la même intensité de 40 A.

l'intensité absorbée au maintien 40 A

Q16 Calculer la tension d'alimentation U_{am} de la machine à courant continu pour maintenir la charge M décollée et immobile.

Le moteur ne tournant pas, $E = 0 \text{ V}$. Donc, $U_{am} = R \cdot I_a = 0,5 \cdot 40 = 20 \text{ V}$ tension d'alimentation $U_{am} = 20 \text{ V}$

Démarrage

Q17 Calculer la valeur de la tension U_{ad} de démarrage que l'on peut appliquer brusquement à l'induit pour décoller la charge M et lui communiquer une vitesse constante sans que la pointe de courant dans l'induit dépasse 60 A.

CORRIGE TREUIL

On limite l'intensité de démarrage à 60 A. Il faut donc que la tension U prenne la valeur U_{da} :
 $U_{da} = R \cdot I_a = 0,5 \cdot 60 = 30 \text{ V}$ tension U_{da} de démarrage 30 V

Q18 Calculer la vitesse stabilisée du moteur à la fin de la phase du démarrage.

d'après le principe fondamental de la dynamique: $T_{em} - T_r = J \frac{d\Omega_m}{dt}$

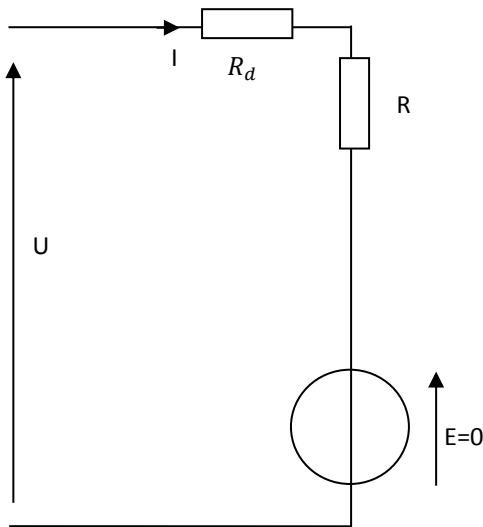
L'accélération angulaire passe de 0 à une valeur positive, le moteur se met à tourner. Ce faisant, la f.é.m. E croît ce qui entraîne une diminution de l'intensité dans l'induit. Lorsque l'intensité a baissé de 60 à 40 A, le moteur est à nouveau à vitesse constante. Cette nouvelle vitesse dépend de la f.é.m., donc de U appliquée aux bornes de l'induit.

On a la relation de couplage : $E = k \cdot \Omega_m = U_{da} - R \cdot I = 20 - 0,1 \cdot 40 = 16 \text{ V}$

$$\Omega_m = \frac{E}{k} = \frac{16}{1,74} = 9,19 \text{ rad/s} = 87,8 \text{ tr/mn}$$

vitesse stabilisée du moteur fin de démarrage 87,8 tr/mn

Q19 La valeur de la résistance R_d de démarrage qu'il serait nécessaire de monter en série avec l'induit du moteur pour limiter à 60 A la pointe de courant dans l'induit lorsque la tension fournie par la source n'est plus réglable mais garde la valeur maximum de 240 V.



au démarrage E = 0

$$(R_d + R) = \frac{U_a}{I_a} = \frac{240}{60} = 4 \Omega$$

résistance de démarrage $R_d = 3,5 \Omega$

Q20 Calculer la puissance de dimensionnement de la résistance de démarrage

La puissance est dissipée par effet Joule au moment du démarrage $P_r = R_d \cdot I_a^2 = 3,5 \cdot 60^2 = 12,6 \text{ kW}$

Le rhéostat doit être d'une taille appréciable :
 $P_r = 12,6 \text{ kW}$

Charge à 80 %

Une nouvelle charge est appliquée au treuil, elle représente 80% de M.

Q21 à quelles valeurs faut-il régler simultanément la tension appliquée à l'induit, sans résistance de démarrage d'une part, et le courant inducteur d'autre part, de telle façon que la vitesse de hissage soit la plus élevée possible sans qu'en régime établi l'intensité du courant dans l'induit excède 40 A ?

Afin d'obtenir une vitesse maximum, il faut que la tension d'alimentation de l'induit soit maximum. On choisira donc $U = 240 \text{ V}$.

La masse étant réduite de 4/5, le couple que doit fournir le moteur en régime permanent (vitesse constante) est lui aussi réduit de 4/5.

Or la relation de couplage d'une machine à excitation indépendante est $T_{em} = k \cdot \phi \cdot I$

Si on conservait le flux ϕ à sa valeur maximale, le courant absorbé par l'induit serait réduit de 4/5, soit 32 A. On dispose donc d'une marge de $40 - 32 = 8 \text{ A}$ pour diminuer le flux (si on diminue le flux, le rotor absorbe une intensité plus élevée afin de produire le couple nécessaire).

Donc, si on désire imposer $I_{induit \text{ max}} = 40 \text{ A}$, il faut que F soit réduit de 4/5 afin que le couple soit lui-même réduit de 4/5.

On supposera que l'inducteur fonctionne dans la zone linéaire (le flux est proportionnel au courant inducteur). Pour réduire le flux de 4/5 par rapport au flux créé précédemment où le flux était créé par un courant inducteur de 5 A, il faut un nouveau courant inducteur de $5 \cdot 4/5 = 4 \text{ A}$.

La nouvelle constante k' de la machine devient donc $k' = \frac{4}{5} \cdot k = 9,6 \text{ Nm/A}$

Q22 Calculer la vitesse maximum de hissage.

La nouvelle vitesse de rotation est donc : $N' = \frac{E}{k'} = \frac{240 - 0,5 \cdot 40}{9,6} = 1375 \text{ tr/mn}$