

# MODELISATION DES MECANISMES

## Contenu

<b>MODELISATION</b>	<b>1</b>
<b>1 CONTEXTE</b>	<b>2</b>
1.1 DEMARCHE DE MODELISATION	2
1.2 HYPOTHESES DES LIAISONS PARFAITES	2
1.1.1 Solide indéformable	2
1.1.2 Géométrie parfaite	2
1.1.3 Liaison sans jeu	2
1.1.4 Liaison sans frottement	2
<b>2 DEFINITION D'UNE LIAISON</b>	<b>3</b>
2.1 GEOMETRIE DES CONTACTS ENTRE DEUX SOLIDES	3
<b>3 DLL : DEGRES DE LIBERTE D'UNE LIAISON (MOBILITE)</b>	<b>5</b>
3.1 DEGRES DE LIBERTE DANS LE MOUVEMENT ENTRE DEUX SOLIDES	5
3.2 CARACTERISATION SPATIALE D'UNE LIAISON	5
3.3 TABLEAU DES LIAISONS ET DES DLL	5
<b>4 REPRESENTATION NORMALISEE</b>	<b>7</b>
<b>5 GRAPHE DES LIAISONS</b>	<b>9</b>
5.1 CLASSE D'EQUIVALENCE CINEMATIQUE (CEC)	9
5.2 EXEMPLE	9
5.3 GRAPHE DES LIAISONS	9
<b>6 SCHEMA CINEMATIQUE MINIMAL</b>	<b>10</b>
6.1 SCHEMA CINEMATIQUE	10
6.2 EXEMPLES	10
schéma cinématique plan de la suspension du vélo Specialized Big Hit FSR	10
schéma cinématique spatial mécanisme de basculement du train avant TopChairS	10
6.3 SCHEMA CINEMATIQUE MINIMAL	10
<b>7 GRAPHE DE STRUCTURE</b>	<b>11</b>
<b>8 SCHEMA D'ARCHITECTURE</b>	<b>12</b>

# 1 CONTEXTE

## 1.1 Démarche de modélisation

Dans la chaîne d'énergie, l'énergie mécanique en sortie des actionneurs n'est pas, en général, directement exploitable pour agir sur la matière d'œuvre. Des mécanismes sont utilisés pour adapter et transmettre les efforts et les mouvements nécessaires aux effecteurs.

Pour faciliter l'**analyse d'un mécanisme**, on associe au mécanisme réel un **modèle** à partir duquel on peut analyser les mouvements relatifs.

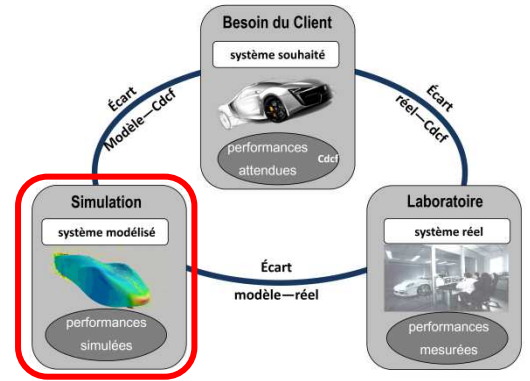
L'étude des mouvements relatifs entre solides est appelée **étude cinématique**.

On va montrer comment dans un mécanisme sont réalisées les liaisons entre solides et comment modéliser ces liaisons.

Le choix du modèle dépend :

- de l'étude que l'on cherche à mener
- du degré de précision demandée pour cette étude
- des moyens de calculs disponibles pour cette étude

Le domaine de validité des lois de la mécanique implique la mise en place d'hypothèses simplificatrices lors de la phase de modélisation.



## 1.2 Hypothèses des Liaisons parfaites

La modélisation cinématique utilise 3 hypothèses qui simplifient les problèmes en donnant des résultats proches de la réalité.

### 1.1.1 Solide indéformable

En TSI1, on se limitera à l'étude des mécanismes dont les pièces peuvent-être modélisées par des solides indéformables.

Une pièce mécanique (S) peut être considérée comme un **solide indéformable** si quels que soient les points A et B de (S) la distance AB reste constante au cours du temps. On se limitera par la suite à appeler « solide » un solide indéformable.

### 1.1.2 Géométrie parfaite

La géométrie est parfaite si :

- une forme correspond à son modèle mathématique



Dans la réalité, les formes présentent des irrégularités microscopiques (surfaces rugueuses) et des irrégularités de forme (ondulations, déformations).

- les dimensions sont exactement celles définies (cotes nominales)

Dans la réalité les dimensions sont respectées avec une tolérance qui dépend du coût engagé pour la fabrication mais qui n'est jamais nulle.

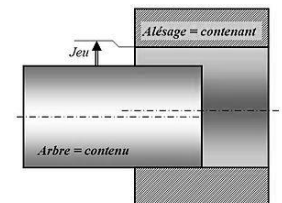
### 1.1.3 Liaison sans jeu

Les liaisons modélisées sont sans jeu.

Le jeu est l'écart entre les dimensions de la pièce contenue et de la pièce contenant.

L'existence des jeux provient de l'impossibilité de fabriquer des pièces à leur cote nominale.

En général, on suppose négligeables les jeux réels liés aux tolérances de fabrication.



### 1.1.4 Liaison sans frottement

Les liaisons modélisées sont sans frottement.

## 2 DEFINITION D'UNE LIAISON

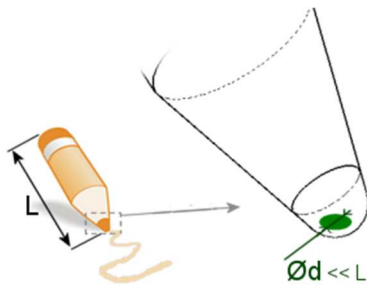
Une liaison entre deux solides est une **relation de contact** entre ces deux solides.

Ce contact est caractérisé par sa **géométrie** et **les mouvements relatifs** qu'il autorise entre deux solides.

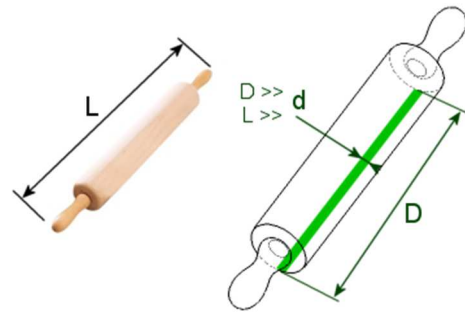
### 2.1 géométrie des contacts entre deux solides

Les zones de contact réelles entre deux solides sont toujours **surfaiques**, mais la modélisation par des solides indéformables introduit la notion de zone de contact **ponctuelle et linéique**.

Si la surface de contact est très petite par rapport à la dimension des solides, **le contact peut être considéré comme ponctuel**.



Si la surface de contact a une largeur très petite dans un sens (au regard de celle des solides) et une longueur du même ordre que la taille des solides, **on considérera ce contact comme linéique**.



L'analyse géométrique des **surfaces en contact** permet de déterminer quels sont les degrés de liberté supprimés.

### 2.2 Surfaces élémentaires

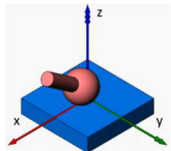
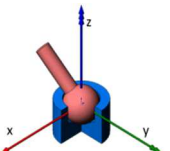
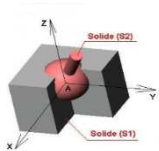
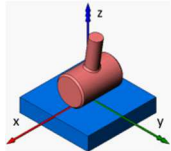
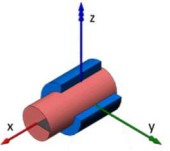
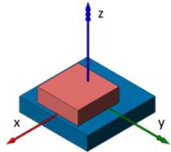
On peut analyser les **différents contacts** à partir des surfaces élémentaires qui sont :

Le <b>cylindre de révolution</b> , obtenue par (tournage perçage)		Modèle : cylindre parfait
Le <b>plan</b> (fraisage, tournage)		Modèle : plan parfait
La <b>sphère</b> (tournage, Centre d'Usinage)		Modèle : sphère parfaite

### 2.3 Contacts


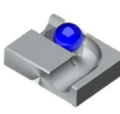




<b>Contact ponctuel</b>			
<b>Contact linéique</b>			
<b>Contact surfacique</b>	<i>contact surfacique plan</i>	<i>contact surfacique cylindrique</i>	<i>contact surfacique sphérique</i>

## 2.4 Combinaisons des surfaces

	plan	cylindre	sphère
Sphère			
cylindre			
plan			



## 2.5 Liaisons simples

Les liaisons **simples** sont obtenues par un seul contact entre 2 surfaces élémentaires (cylindre, plan, sphère).

	plan	cylindre	sphère
Sphère	liaison Ponctuelle ou <b>liaison sphère-plan</b> 	liaison linéaire annuaire ou <b>liaison sphère cylindre</b> 	liaison rotule ou <b>liaison sphérique</b> 
cylindre	liaison linéaire rectiligne ou <b>liaison cylindre-plan</b> 	<b>liaison pivot glissant</b> 	
plan	<b>liaison appui plan</b> 		

## 2.6 Liaisons composées

Les liaisons **composées** sont obtenues par association de plusieurs contacts entre surfaces élémentaires. Ces liaisons résultent donc de la combinaison en parallèle de liaisons élémentaires.

composition des liaisons simples			liaison composée
pivot-glissant	+	sphère-plan	<b>liaison pivot</b> 
sphère-cylindre	+	appui-plan	
sphère-cylindre	+	sphérique	
cylindre-plan	+	appui-plan	<b>liaison glissière</b> 
pivot-glissant	+	sphère-plan	

### 3 DLL : DEGRES DE LIBERTE D'UNE LIAISON (MOBILITE)

#### 3.1 Degrés de liberté dans le mouvement entre deux solides

Les possibilités de mouvement d'un solide dans l'espace par rapport à un repère de référence  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  sont :

**3 rotations**

- $R_x$  rotation d'axe  $(A, \vec{x})$
- $R_y$  rotation d'axe  $(A, \vec{y})$
- $R_z$  rotation d'axe  $(A, \vec{z})$

**3 translations**

- $T_x$  translation d'axe  $\vec{x}$
- $T_y$  translation d'axe  $\vec{y}$
- $T_z$  translation d'axe  $\vec{z}$

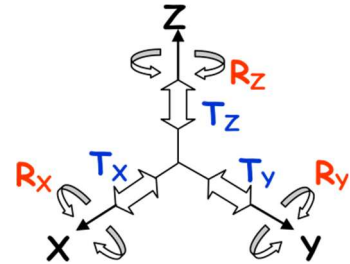
Ces possibilités de mouvement sont notées dans un tableau

à deux colonnes  $\begin{vmatrix} R_x & T_x \\ R_y & T_y \\ R_z & T_z \end{vmatrix}$  ou deux lignes  $\begin{vmatrix} R_x & R_y & R_z \\ T_x & T_y & T_z \end{vmatrix}$



**Le nombre de Degrés de Liberté d'une Liaison (DLL) entre deux solides est le nombre de mouvements relatifs indépendants autorisés entre les deux solides sans changer la nature du contact.**

Ce nombre est compris entre 0 et 6. Pour 0 DLL la liaison est dite encastrement, pour 6 DLL la liaison est dite libre.

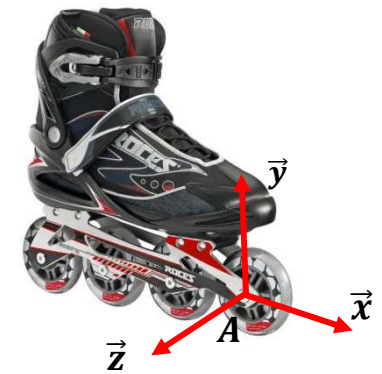


#### 3.2 Caractérisation spatiale d'une liaison

La description d'une liaison doit être complétée par sa spatialisation dans un repère. Les repères locaux des liaisons sont caractérisés par :

- **un centre uniquement** : liaison à 3 rotations et 0 translation : sphérique,
- **un axe** : liaison à 1 rotation caractéristique : pivot, pivot-glissant, hélicoïdale, linéaire rectiligne, sphère cylindre (rotation autour de la direction de translation).
- **une normale** : c'est la perpendiculaire au plan tangent du contact : sphère-plan, appui-plan, sphère cylindre.
- **une direction** : liaison ayant 1 translation et 0 rotation : glissière.

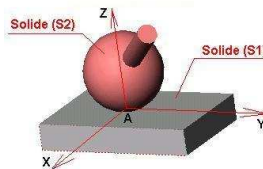
exemple : La liaison entre la roue et la platine est une liaison pivot. Un repère  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est associé à la platine. La liaison est alors décrite : **liaison pivot d'axe de rotation  $(A, \vec{z})$ .**



#### 3.3 Tableau des Liaisons et des DLL

**Liaison sphère plan ou ponctuelle de point de contact A et de normale  $\vec{z}$**

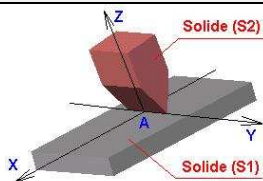
On supprime 1 ddl (degré de liberté):  $T_z$



Translation			Rotation		
Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
1	1	0	1	1	1

**Liaison linéaire rectiligne d'axe  $(A, \vec{y})$  et de normale  $\vec{z}$**

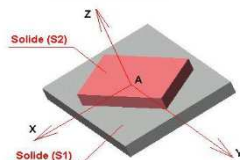
On supprime 2 ddl :  $T_z$  et  $R_x$



Translation			Rotation		
Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
1	1	0	0	1	1

### Liaison appui plan de centre A et de normale $\vec{z}$

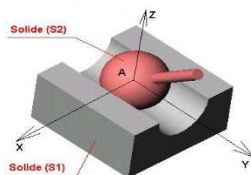
On supprime 3ddl :  $T_z$ ,  $R_x$  et  $R_y$



Translation			Rotation		
$T_x$	$T_y$	$T_z$	$R_x$	$R_y$	$R_z$
1	1	0	0	0	1

### Liaison sphère cylindre (linéaire annulaire) d'axe $(O, \vec{y})$

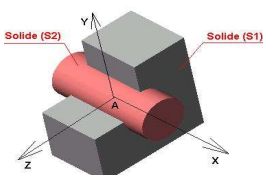
On supprime 2ddl :  $T_x$  et  $T_z$



Translation			Rotation		
$T_x$	$T_y$	$T_z$	$R_x$	$R_y$	$R_z$
0	1	0	1	1	1

### Liaison pivot glissant d'axe $(A, \vec{x})$

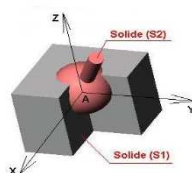
On supprime 4ddl :  $T_y$ ,  $T_z$ ,  $R_y$ ,  $R_z$



Translation			Rotation		
$T_x$	$T_y$	$T_z$	$R_x$	$R_y$	$R_z$
1	0	0	1	0	0

### Liaison sphérique (rotule) de centre A

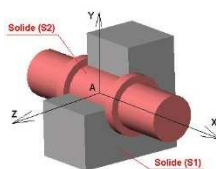
On supprime 3ddl :  $T_x$ ,  $T_y$  et  $T_z$



Translation			Rotation		
$T_x$	$T_y$	$T_z$	$R_x$	$R_y$	$R_z$
0	0	0	1	1	1

### Liaison pivot d'axe $(A, \vec{x})$

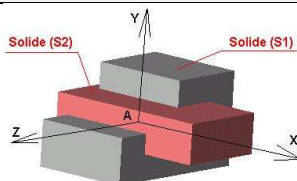
On supprime 5 ddl :  $T_x$ ,  $T_y$ ,  $T_z$ ,  $R_y$ ,  $R_z$



Translation			Rotation		
$T_x$	$T_y$	$T_z$	$R_x$	$R_y$	$R_z$
0	0	0	1	0	0

### Liaison glissière de direction $\vec{x}$

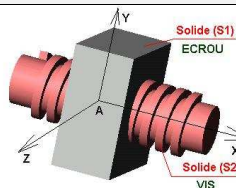
On supprime 5ddl :  $T_x$ ,  $T_y$ ,  $R_x$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ .



Translation			Rotation		
$T_x$	$T_y$	$T_z$	$R_x$	$R_y$	$R_z$
1	0	0	0	0	0

### Liaison hélicoïdale d'axe $(A, \vec{x})$


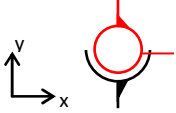
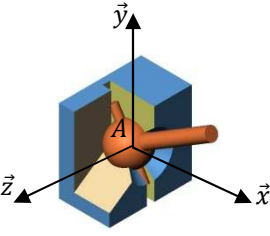
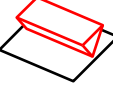
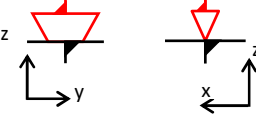
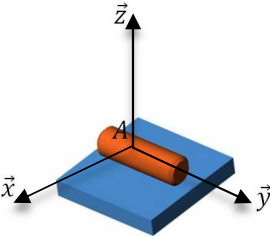
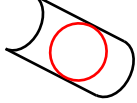
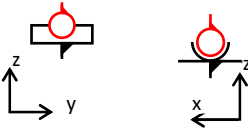
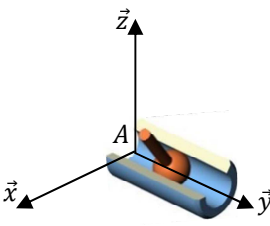
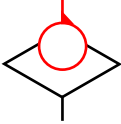
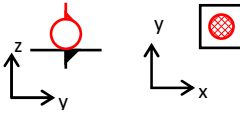
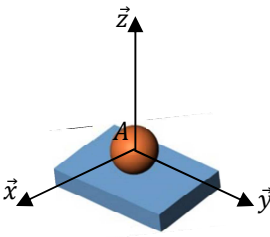
On supprime 5ddl :  $T_x$ ,  $T_y$ ,  $T_z$ ,  $R_y$ ,  $R_z$  avec une relation de dépendance entre  $T_x$  et  $R_x$



Translation			Rotation		
$T_x$	$T_y$	$T_z$	$R_x$	$R_y$	$R_z$
0	0	0	1	0	0

## 4 REPRESENTATION NORMALISEE

Liaison	Schématisation 3D	Schématisation 2D	
Encastrement (ou fixe)			
Liaison pivot d'axe $(A, \vec{x})$			
Liaison glissière de direction $\vec{x}$			
Liaison hélicoïdale d'axe $(A, \vec{x})$ (pas à droite)			
Liaison pivot glissant d'axe $(A, \vec{x})$			
Liaison appui plan de centre A et de normale $\vec{y}$			
Liaison sphérique de centre A			

<p>Liaison sphérique à doigt de centre A d'axe de doigt <math>\vec{z}</math></p>			
<p>Liaison linéaire rectiligne d'axe (A, <math>\vec{y}</math>) et de normale <math>\vec{z}</math></p>			
<p>Liaison sphère cylindre d'axe (O, <math>\vec{y}</math>)</p>			
<p>Liaison sphère plan de point de contact A et de normale <math>\vec{z}</math></p>			



## 5 GRAPHE DES LIAISONS

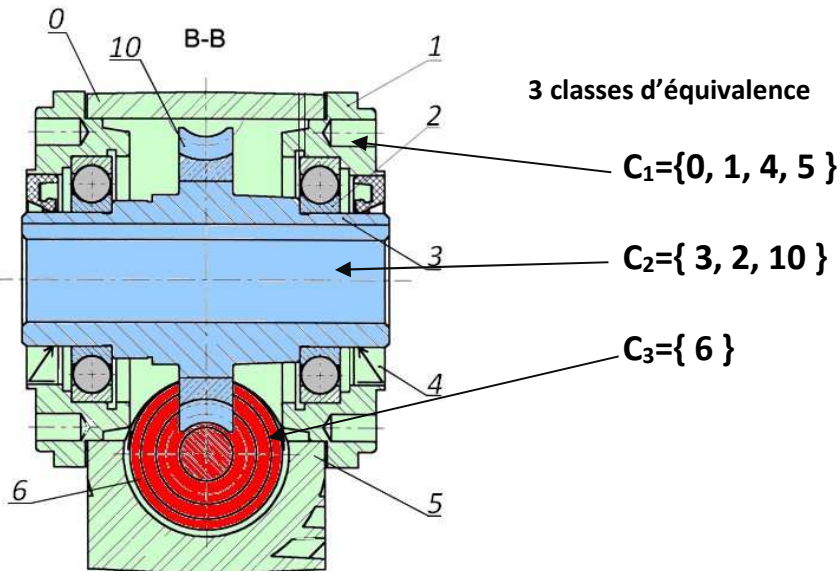
### 5.1 Classe d'équivalence cinématique (CEC)

L'étude cinématique d'un mécanisme commence par l'identification des **classes d'équivalence cinématique** (appelées également **ensembles cinématiques**). Les classes d'équivalence sont des groupements de pièces (solides) n'ayant pas de mouvement entre elles (en liaison encastrement) au cours de la phase de fonctionnement étudiée.

- ⚠ Une pièce ne peut faire partie que d'une seule classe d'équivalence.
- ⚠ Les éléments déformables (ressorts, fluides...) les éléments composés de plusieurs sous-ensembles (roulement, contacteurs...) et les pièces « secondaires » comme les rondelles d'appuis ou les cales de réglages ne sont pas pris en compte.

### 5.2 Exemple

le réducteur roue et vis sans fin de marque Brown



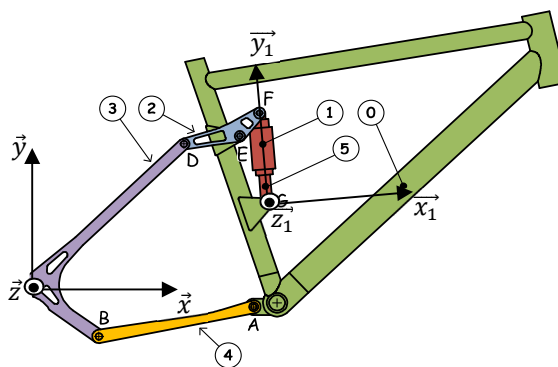
### 5.3 Graphe des liaisons

Le graphe des liaisons est constitué :

- de cercles représentant les CEC,
- d'arcs représentant les liaisons entre CEC,
- Une CEC est considérée comme fixe.

**Le graphe des liaisons ne fait apparaître qu'une seule liaison entre 2 classes d'équivalence.** Ce graphe est utilisé pour résoudre des problèmes de cinématique et notamment préparer le tracé du schéma cinématique.

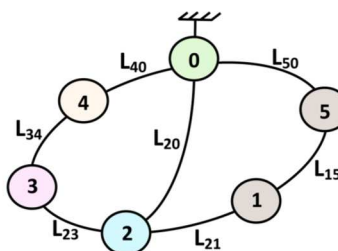
Exemple : Suspension cadre VTT Giant Xtrem



suspension XtC développée avec Renault Sport.

repère	CEC	Description de la liaison	
L40	4	0	Liaison pivot d'axe (A, $\vec{z}$ )
L34	3	4	Liaison pivot d'axe (B, $\vec{z}$ )
L23	2	3	Liaison pivot d'axe (D, $\vec{z}$ )
L20	2	0	Liaison pivot d'axe (E, $\vec{z}$ )
L21	2	1	Liaison pivot d'axe (F, $\vec{z}$ )
L15	1	5	Liaison pivot glissant d'axe (A, $\vec{y}_1$ )
L50	5	0	Liaison pivot d'axe (A, $\vec{z}$ )

Graphe des liaisons de la suspension arrière



## 6 SCHEMA CINEMATIQUE MINIMAL

### 6.1 Schéma cinématique

Un schéma cinématique minimal modélise un mécanisme réel dans le but de réaliser une étude cinématique (sans tenir compte des composants technologiques). C'est un modèle filaire du mécanisme utilisant les symboles normalisés des liaisons.

Un schéma cinématique est constitué :

- des symboles cinématiques représentant les liaisons,
- d'arcs, reliant les symboles cinématiques, représentent les ensembles cinématiques. Il renverse le graphe des liaisons.

### 6.2 Exemples

schéma cinématique plan de la suspension du vélo Specialized Big Hit FSR

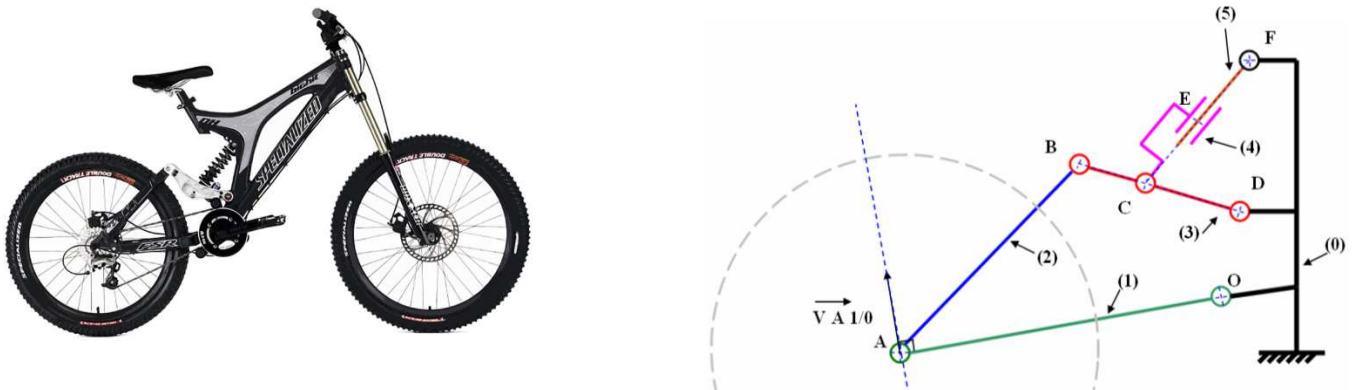
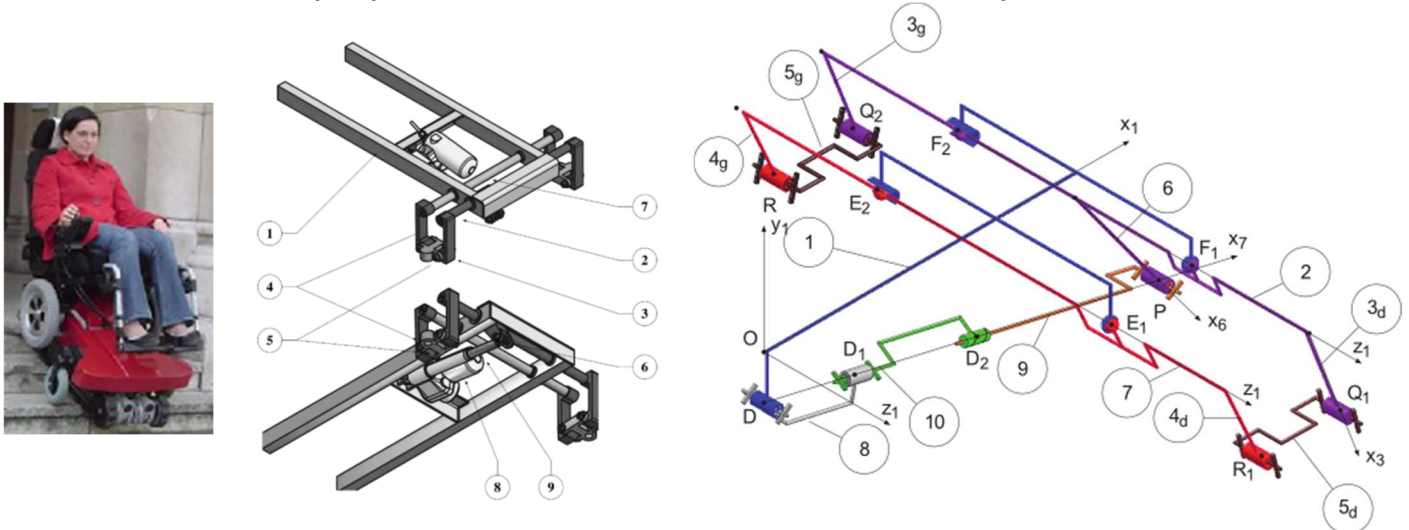


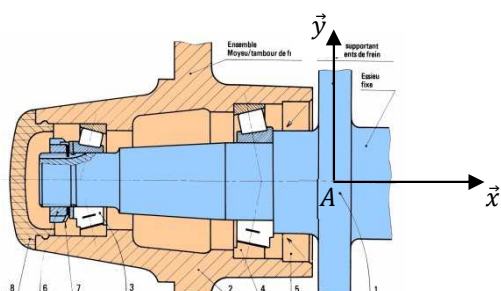
schéma cinématique spatial mécanisme de basculement du train avant TopChairS



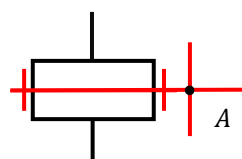
### 6.3 Schéma cinématique minimal

Le terme "minimal" souvent omis signifie qu'entre 2 ensembles cinématiques n'est représentée qu'une seule liaison. Pour une étude cinématique, seul le schéma cinématique minimal est utile.

Exemple : liaison entre le moyeu de roue et la fusée



On observe deux éléments de guidage (des roulements à rouleaux coniques) mais le schéma cinématique minimal ne fera apparaître qu'une liaison entre le moyeu et la fusée. liaison pivot d'axe (A,  $\vec{x}$ )



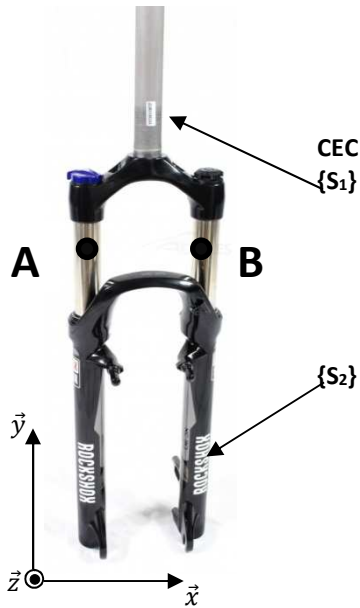
On retiendra que le schéma cinématique minimum est lié à l'étude cinématique du mécanisme et au graphe des liaisons (une seule liaison entre 2 CEC)

# 7 GRAPHE DE STRUCTURE

Le graphe de structure est constitué

- de cercles représentant les CEC,
- d'arcs représentant les liaisons entre CEC,
- Une CEC est considérée comme fixe.

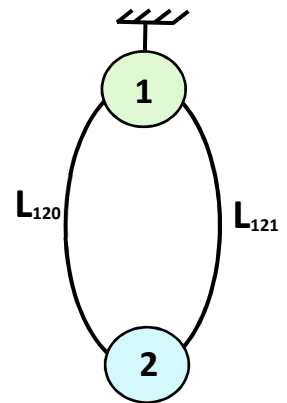
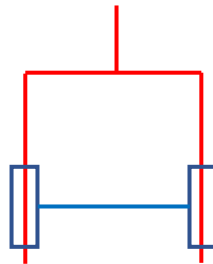
Le graphe de structure fait apparaître toutes les liaisons entre les CEC. Ce graphe est utilisé pour décrire les solutions adoptées pour la réalisation du mécanisme.



Exemple : fourche de vélo Rockshox XC 30 TK

La fourche est constituée de deux tubes suspension-amortisseur.

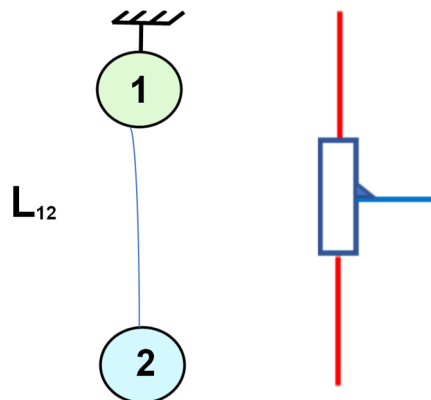
repère	CEC		Description de la liaison
L <sub>120</sub>	1	2	Liaison pivot glissant d'axe (A, $\vec{y}$ )
L <sub>121</sub>	1	2	Liaison pivot glissant d'axe (B, $\vec{y}$ )



L'analyse des DLL entre les CEC S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub> laisse apparaître une seule mobilité : T<sub>y</sub>, La liaison équivalente aux deux liaisons pivot glissant est une Liaison glissière de direction  $\vec{y}$ .

Le graphe des liaisons correspondant est constitué d'une seule liaison.

repère	CEC		Description de la liaison
L <sub>12</sub>	1	2	Liaison glissière ( $\vec{y}$ )



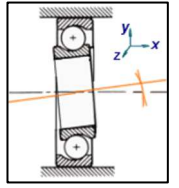
## 8 SCHEMA D'ARCHITECTURE

Un schéma d'architecture modélise l'architecture d'un mécanisme réel en tenant compte **des composants technologiques** utilisés. Il permet de calculer les actions mécaniques subies dans les différentes liaisons (pour les dimensionner).

### Exemple : Moyeu de roue arrière automobile de compétition

On observe deux éléments de guidage : des roulements à billes.

La modélisation cinématique des roulements dépend du rotulage autorisé par le constructeur. Cet « angle de rotulage » permet de compenser les défauts d'alignement des portées qui vont les recevoir. Ce rotulage est de 2° à 5° sur les trois axes pour des roulements à billes.



	<p><b>Roulement</b></p> <p><b>coté roue :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bague extérieure bloquée en translation</li> <li>• bague intérieure bloquée en translation</li> </ul> <p><b>DLL</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Translation</th> <th colspan="3">Rotation</th> </tr> <tr> <th>Tx</th> <th>Ty</th> <th>Tz</th> <th>Rx</th> <th>Ry</th> <th>Rz</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	Translation			Rotation			Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz	0	0	0	1	1	1	<p><b>modèle de liaison</b></p> <p>Sphérique de centre A</p>
	Translation			Rotation																
Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz															
0	0	0	1	1	1															
<p><b>coté transmission :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bague intérieure bloquée en translation</li> <li>• bague extérieure libre en translation</li> </ul> <p><b>DLL</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">Translation</th> <th colspan="3">Rotation</th> </tr> <tr> <th>Tx</th> <th>Ty</th> <th>Tz</th> <th>Rx</th> <th>Ry</th> <th>Rz</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	Translation			Rotation			Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz	1	0	0	1	1	1	<p>Sphère cylindre de direction (B, <math>\vec{x}</math>)</p>	
Translation			Rotation																	
Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz															
1	0	0	1	1	1															
<p>schéma d'architecture du moyeu</p>																				

On retiendra que le schéma d'architecture est lié à la technologie des solutions choisies.