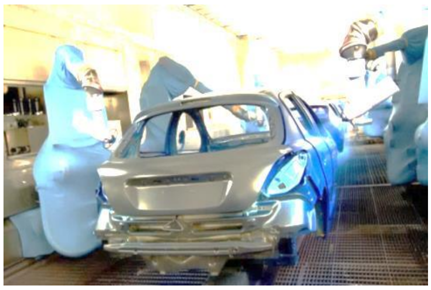
CORRIGE ROBOT DE PEINTURE

Problématique : **Quelle est l'expression du vecteur vitesse de la buse du robot de peinture ?**

Contexte

On étudie un robot de peinture de voiture. Ce robot se déplace par rapport à une carrosserie de voiture, et projette dessus de la peinture. L'objectif est de déterminer les lois du mouvement du robot, pour lui permettre de vérifier le critère de vitesse de déplacement relatif (entre le robot et la carrosserie de voiture) du cahier des charges.

Exigences techniques	Critère	Niveau
1.7	Vitesse de déplacement relatif	Vitesse constante



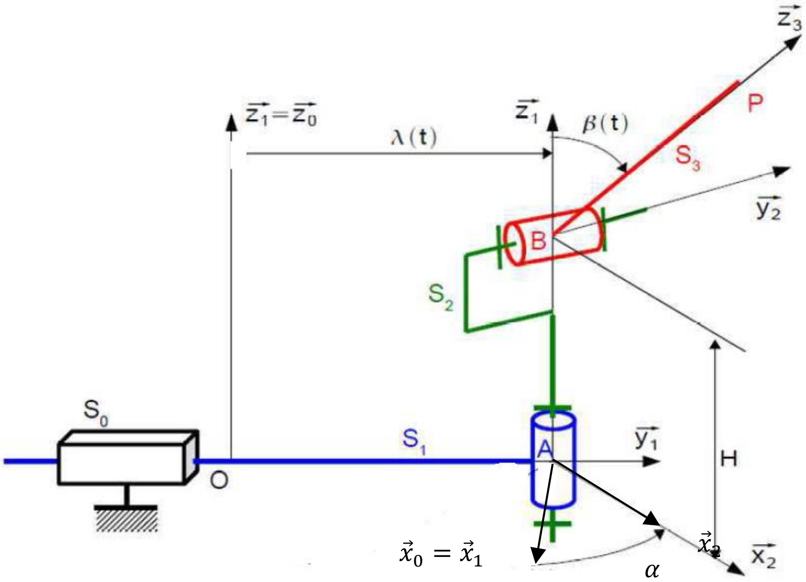


Schéma cinématique minimum.

Le chariot S, auquel on associe le repère $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est en mouvement de translation de direction $\vec{y}_0$ rapport au bâti S_0, de repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
Le corps S_2 , auquel on associe le repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est en mouvement de rotation autour de l'axe $(B, \vec{y}_0)$ avec le chariot S_1 .
Le bras S_3, auquel on associe le repère $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ est en mouvement de rotation autour de l'axe (B,$\vec{y}_2$) avec le corps S_2.
$\overrightarrow{AB} = H.\vec{z}_1$ $\overrightarrow{BP} = L.\vec{z}_3$

Questions

Q1 *Dessiner les figures planes de repérage/paramétrage puis exprimer les vecteurs rotation* $\overrightarrow{\Omega_{1/0}}$, $\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$ *et* $\overrightarrow{\Omega_{3/2}}$.

Q2 *Exprimer les torseurs cinématiques* $\{V_{1/0}\}$ $\{V_{2/1}\}$ $\{V_{3/2}\}$

Q3 *En déduire le torseur cinématique* $\{V_{3/0}\}$

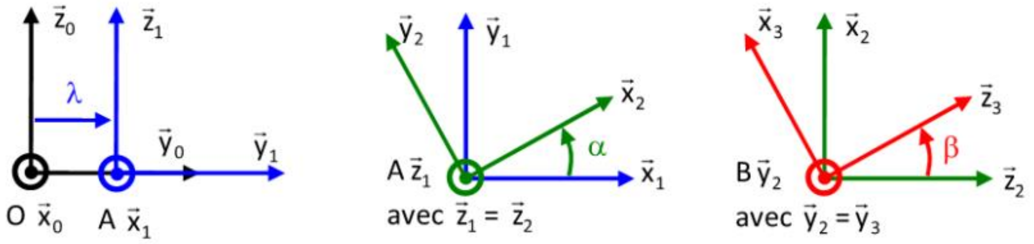
Q4 *Exprimer* $\overrightarrow{V_{P\in 3/0}}$.

On souhaite que P décrive la droite $(D, \vec{x})$, à vitesse constante, conformément au cahier des charges.
$\overrightarrow{OD} = b.\vec{y}_0$ avec $b = \sqrt{(L^2 - H^2)}$.

Q5 *Traduire, à l'aide de l'expression de* $\overrightarrow{V_{P\in 3/0}}$ *le fait que P se déplace à la vitesse V selon* $\vec{x}_0$.

Q6 $\dot{\beta}$ *étant égal à 0, exprimer alors* $\dot{\lambda}$ *et* $\dot{\alpha}$ *en fonction de L, V, α et β.*

Q1



$\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \vec{0}$ $\quad$ $\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\alpha}.\vec{z}_2$ $\quad$ $\overrightarrow{\Omega_{3/2}} = \dot{\beta}.\vec{y}_2$

Q2 $\{V_{1/0}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \\ \overrightarrow{V_{A\in 1/0}} \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dot{\lambda}.\vec{y}_1 \end{Bmatrix}$ $\quad$ $\{V_{2/1}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ \overrightarrow{V_{A\in 2/1}} \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} \dot{\alpha}.\vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$ $\quad$ $\{V_{3/2}\} = {}_B\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{3/2}} \\ \overrightarrow{V_{B\in 3/2}} \end{Bmatrix} = {}_B\begin{Bmatrix} \dot{\beta}.\vec{y}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

Q3 *par la relation de composition des mouvements :* $\{V_{3/0}\} = \{V_{3/2}\} + \{V_{2/1}\} + \{V_{1/0}\}$

Attention, on somme les torseurs au même point, soit

$$\{V_{3/0}\} = {}_A\{V_{3/2}\} + {}_A\{V_{2/1}\} + {}_A\{V_{1/0}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dot{\lambda}.\vec{y}_1 \end{Bmatrix} + {}_A\begin{Bmatrix} \dot{\alpha}.\vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} + {}_A\begin{Bmatrix} \dot{\beta}.\vec{y}_2 \\ \overrightarrow{V_{B\in 3/2}} + \overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{\Omega_{3/2}} \end{Bmatrix}$$

$$\{V_{3/0}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \dot{\alpha}.\vec{z}_2 + \dot{\beta}.\vec{y}_2 \\ \dot{\lambda}.\vec{y}_1 + \overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{\Omega_{3/2}} \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} \dot{\alpha}.\vec{z}_2 + \dot{\beta}.\vec{y}_2 \\ \dot{\lambda}.\vec{y}_1 + H.\vec{z}_1\wedge\dot{\beta}.\vec{y}_2 \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} \dot{\alpha}.\vec{z}_2 + \dot{\beta}.\vec{y}_2 \\ \dot{\lambda}.\vec{y}_1 - H.\dot{\beta}.\dot{\alpha}.\vec{x}_2 \end{Bmatrix}$$

Q4 *Vecteur vitesse* $\overrightarrow{V_{P\in 3/0}} = \overrightarrow{V_{A\in 3/0}} + \overrightarrow{PA}\wedge\overrightarrow{\Omega_{3/0}} = \overrightarrow{V_{A\in 3/0}} + (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BA})\wedge\overrightarrow{\Omega_{3/0}} = \dot{\lambda}.\vec{y}_1 - H.\dot{\beta}.\dot{\alpha}.\vec{x}_2 + (-L.\vec{z}_3 - H.\vec{z}_1)\wedge(\dot{\alpha}.\vec{z}_2 + \dot{\beta}.\vec{y}_2)$

$$\overrightarrow{V_{P\in 3/0}} = \dot{\lambda}.\vec{y}_1 - H.\dot{\beta}.\dot{\alpha}.\vec{x}_2 + L.\dot{\alpha}.\sin\beta.\vec{y}_2 + \mathrm{L}.\dot{\beta}.\vec{x}_3 + H.\dot{\beta}.\dot{\alpha}.\vec{x}_2 = \dot{\lambda}.\vec{y}_1 + L.\dot{\alpha}.\sin\beta.\vec{y}_2 + \mathrm{L}.\dot{\beta}.\vec{x}_3$$

$$\overrightarrow{V_{P\in 3/0}} = \dot{\lambda}.\vec{y}_1 + L.\dot{\alpha}.\sin\beta.\vec{y}_2 + \mathrm{L}.\dot{\beta}.\vec{x}_3$$

Q5

. il faut projeter $\overrightarrow{V_{P,3/0}} = \dot{\lambda}.\vec{y}_1 + L.(\dot{\alpha}.\sin\beta.\vec{y}_2 - \dot{\beta}.\vec{x}_3)$ dans le repère R_0.

A l'aide des figures planes on obtient :

$\vec{y}_1 = \vec{y}_0$

$\vec{y}_2 = -\sin\alpha.\vec{x}_1 + \cos\alpha.\vec{y}_1 = -\sin\alpha.\vec{x}_0 + \cos\alpha.\vec{y}_0$

$\vec{x}_3 = -\sin\beta.\vec{z}_2 + \cos\beta.\vec{x}_2 = -\sin\beta.\vec{z}_1 + \cos\beta.(\cos\alpha.\vec{x}_1 + \sin\alpha.\vec{y}_1) = -\sin\beta.\vec{z}_0 + \cos\beta.(\cos\alpha.\vec{x}_0 + \sin\alpha.\vec{y}_0)$

D'où : $\boxed{\overrightarrow{V_{P,3/0}} = \dot{\lambda}.\vec{y}_0 + L.(\dot{\alpha}.\sin\beta.(-\sin\alpha.\vec{x}_0 + \cos\alpha.\vec{y}_0) + \dot{\beta}.(-\sin\beta.\vec{z}_0 + \cos\beta.(\cos\alpha.\vec{x}_0 + \sin\alpha.\vec{y}_0)))}$

$\rightarrow$ $\boxed{V = -L.\dot{\alpha}.\sin\beta.\sin\alpha + L.\dot{\beta}.\cos\beta.\cos\alpha}$

Q.7. $\dot{\beta} = 0$ et $\beta = \beta_0$ $\rightarrow \overrightarrow{V_{P,3/0}} = \dot{\lambda}.\vec{y}_0 + L.(\dot{\alpha}.\sin\beta_0.(-\sin\alpha.\vec{x}_0 + \cos\alpha.\vec{y}_0))$

$\rightarrow V = -L.\dot{\alpha}.\sin\beta_0.\sin\alpha$

$\rightarrow \dot{\lambda} + L.\dot{\alpha}.\sin\beta_0.\cos\alpha = 0$

D'où : $\boxed{\dot{\alpha} = -\dfrac{V}{L.\sin\beta_0.\sin\alpha}}$ et $\dot{\lambda} = -L.\dot{\alpha}.\sin\beta_0.\cos\alpha \rightarrow \dot{\lambda} = L.\dfrac{V}{L.\sin\beta_0.\sin\alpha}.\sin\beta_0.\cos\alpha \rightarrow$ $\boxed{\dot{\lambda} = \dfrac{V}{\tan\alpha}}$

Q.8. $\sin(\pi - \beta_0) = \sin(\beta_0) = \dfrac{b}{L}$

Q.9. $\boxed{\dot{\alpha} = -\dfrac{V}{b.\sin\alpha}}$ et $\boxed{\dot{\lambda} = \dfrac{V}{\tan\alpha}}$ après intégration on obtient les lois du mouvement.