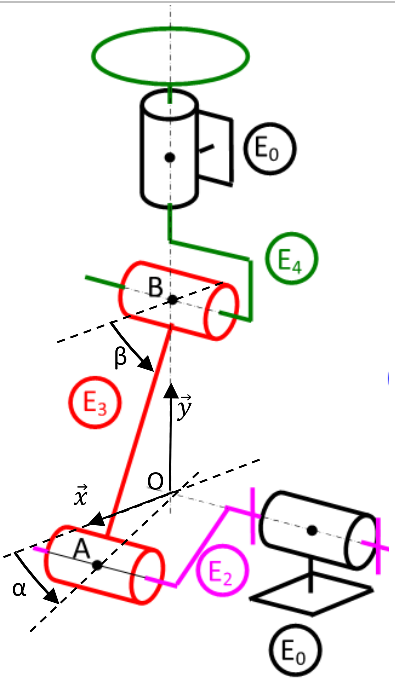
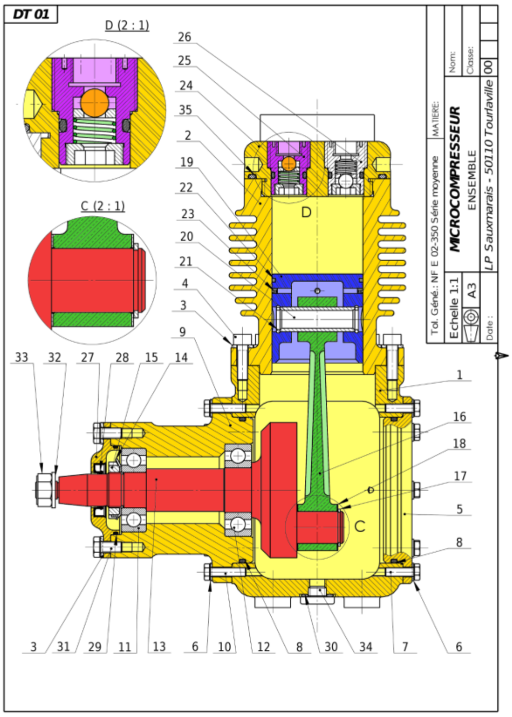
CORRIGE COMPRESSEUR 12V

Problématique **Quelle est la vitesse linéaire maximum du piston par rapport au carter ?**

Mise en situation

Ce compresseur est utilisé pour gonfler une roue de voiture, une roue de vélo, un ballon, un matelas… Il est vendu dans les réseaux de grande distribution de types supermarchés. Son prix est inférieur à 15€. Son fonctionnement utilise le principe de transformation de mouvement de rotation continu (de la manivelle par rapport au bâti) en un mouvement de translation alternatif (du piston par rapport au bâti). On limite l'étude au système bielle manivelle, c'est-à-dire : E_3, E_2, E_3 et E_4.





Caractéristiques : Bielle $\overrightarrow{BA} = L.\vec{x}_3 = 0{,}06.\vec{x}_3$ Manivelle $\overrightarrow{OA} = e.\vec{x}_2 = 0{,}02.\vec{x}_2$ vitesse de la manivelle : 2000tr/mn

Paramétrage : $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_2)$ $\beta = (\vec{x}, \vec{x}_3)$ La position du piston est repérée par le point B $(0,\ y_{B(t)}, 0)$

Questionnement

Q1 Dessiner le schéma cinématique 2D dans le plan $(\vec{x}, \vec{y})$

Q2 Positionner sur ce schéma cinématique

un repère $R_2 = (0, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ pour la manivelle E_2

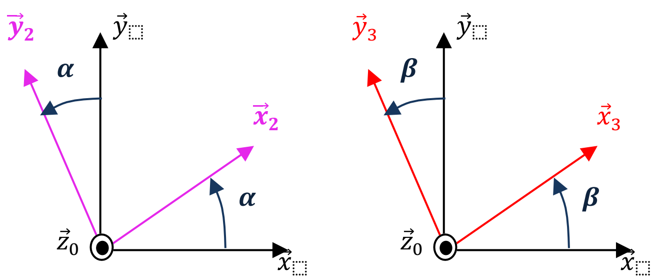
un repère $R_3 = (B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ pour la bielle E_3.

Q3 Donner le paramètre d'entrée et le paramètre de sortie du système.

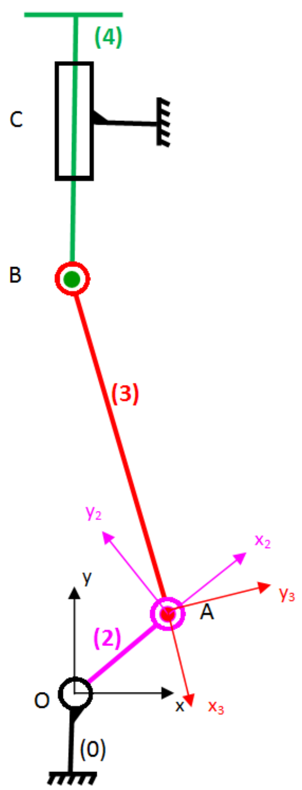
Paramètre d'entrée : $\alpha_{(t)}$

Paramètre de sortie : $y_{B(t)}$

Q4 Etablir les figures de changement de base



Q1



Q5 Exprimer le vecteur position du point B dans le repère $\mathrm{R}_0 = (\mathrm{O}, \vec{\mathrm{x}}, \vec{\mathrm{y}}, \vec{\mathrm{z}})$

$$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{AB}} = e.\vec{x}_2 - L.\vec{x}_3 = e.\cos\alpha.\vec{x} + e.\sin\alpha.\vec{y} - L.\cos\beta.\vec{x} - L.\sin\beta.\vec{y}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = (e.\cos\alpha - L.\cos\beta).\vec{x} + (e.\sin\alpha - L.\sin\beta).\vec{y}$$

B appartient au solide 4 en mouvement de translation par rapport au bâti.
alors la composante selon $\vec{x}$ est nulle. Soit $e.\cos\alpha - L.\cos\beta = 0$ *ou encore* $\cos\beta = \frac{e}{L}.\cos\alpha$

$$\sin\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{e}{L}.\cos\alpha\right)^2} = \frac{1}{L}\sqrt{L^2 - e^2.\cos^2\alpha}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = (e.\sin\alpha - L.\sin\beta).\vec{y} \qquad \overrightarrow{\mathrm{OB}} = y_{B(t)}.\vec{y} = \left(e.\sin\alpha_{(t)} - \sqrt{L^2 - e^2.\cos^2\alpha_{(t)}}\right).\vec{y}$$

Q6 Exprimer le vecteur vitesse $\overrightarrow{\mathrm{V}_{\mathrm{B}\in 4/0}}$ *du point B dans le mouvement du piston* par *rapport au carter.*

$$\overrightarrow{\mathrm{V}_{\mathrm{B}\in 4/0}} = \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right]_{/\mathrm{R}_0} = \left(e.\dot{\alpha}.\cos\alpha + \frac{e^2.2.\sin\alpha.\cos\alpha}{2\sqrt{L^2 - e^2.\cos^2\alpha}}\right).\vec{y}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{V}_{\mathrm{B}\in 4/0}} = e.\dot{\alpha}.\cos\alpha.\left(1 + \frac{e.\sin\alpha}{\sqrt{L^2 - e^2.\cos^2\alpha}}\right).\vec{y}$$

Q7 En déduire la valeur maximum atteinte par le piston (/carter)

$\left\|\overrightarrow{\mathrm{V}_{\mathrm{B}\in 4/0}}\right\|$ *est maximum pour* $\alpha \approx 0$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\alpha}\left(e.\dot{\alpha}.\cos\alpha.\left(1 + \frac{e.\sin\alpha}{\sqrt{L^2 - e^2.\cos^2\alpha}}\right)\right) = 0$$

$$(e.\ddot{\alpha}.\cos\alpha - e.\dot{\alpha}^2.\sin\alpha)\left(1 + \frac{e.\sin\alpha}{\sqrt{L^2 - e^2.\cos^2\alpha}}\right) + e.\dot{\alpha}.\cos\alpha.\left(\frac{e.\dot{\alpha}.\cos\alpha.\sqrt{L^2 - e^2.\cos^2\alpha} + e.\sin\alpha.(2.\dot{\alpha}.e^2.\sin\alpha)^{-1/2}}{L^2 - e^2.\cos^2\alpha}\right) = 0$$

$$\ddot{\alpha} = 0$$

$$\left(-e.\dot{\alpha}^2.\sin\alpha - \frac{e^2.\dot{\alpha}^2.\sin^2\alpha}{\sqrt{L^2 - e^2.\cos^2\alpha}}\right) + \left(\frac{e^2.\dot{\alpha}^2.\cos^2\alpha.\sqrt{L^2 - e^2.\cos^2\alpha} + e^2.\dot{\alpha}.\cos\alpha.\sin\alpha.(2.\dot{\alpha}.e^2.\sin\alpha)^{-1/2}}{L^2 - e^2.\cos^2\alpha}\right) = 0$$

$$-\dot{\alpha}.\sin\alpha.(L^2 - e^2.\cos^2\alpha)\sqrt{2.\dot{\alpha}.e^2.\sin\alpha} + e.\dot{\alpha}.(2.\cos^2\alpha - 1).\sqrt{(L^2 - e^2.\cos^2\alpha).(2.\dot{\alpha}.e^2.\sin\alpha)} + e.\cos\alpha.\sin\alpha = 0$$

??

Q8 Retrouver le vecteur vitesse $\overrightarrow{\mathrm{V}_{\mathrm{B}\in 4/0}}$ *par une fermeture géométrique en exprimant* $\mathrm{y_B} = \mathrm{f}(\alpha)$

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{BO}} = \vec{0}$$

$$e.\vec{x}_2 - L.\vec{x}_3 - y_{B(t)}.\vec{y} = \vec{0}$$

projection sur $\vec{x}$ $\quad e.\cos\alpha - L.\cos\beta - 0 = \vec{0}$

projection sur $\vec{y}$ $\quad e.\sin\alpha - L.\sin\beta - y_{B(t)} = \vec{0}$

$$\cos^2\beta + \sin^2\beta = 1$$

$$\left(\frac{e.\cos\alpha}{L}\right)^2 + \left(\frac{e.\sin\alpha - y_{B(t)}}{L}\right)^2 = 1$$

$$\mathrm{L}^2 = e^2.\cos^2\alpha + \left(e.\sin\alpha - y_{B(t)}\right)^2$$

$$\mathrm{L}^2 - e^2.\cos^2\alpha = \left(e.\sin\alpha - y_{B(t)}\right)^2$$

$$e.\sin\alpha - y_{B(t)} = \sqrt{\mathrm{L}^2 - e^2.\cos^2\alpha}$$

$$y_{B(t)} = e.\sin\alpha - \sqrt{\mathrm{L}^2 - e^2.\cos^2\alpha}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{V}_{\mathrm{B}\in 4/0}} = \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right]_{/\mathrm{R}_0} = \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}y_{B(t)}.\vec{y}\right]_{/\mathrm{R}_0} = \left(e.\dot{\alpha}.\cos\alpha + \frac{e^2.2.\sin\alpha.\cos\alpha}{2\sqrt{L^2 - e^2.\cos^2\alpha}}\right).\vec{y}$$