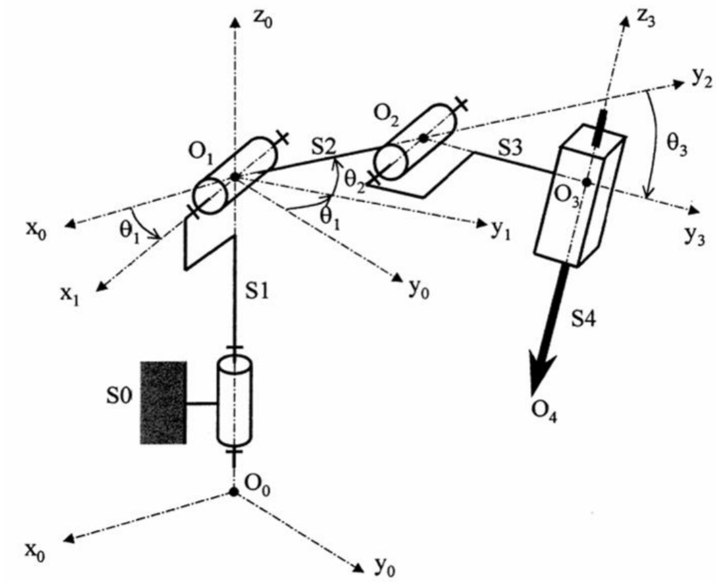
CORRIGE ROBOT DE SOUDURE

Contexte

On s'intéresse à un robot soudeur « 4 axes » dont une représentation sous forme de schéma cinématique est proposée sur la figure. Le robot est supposé constitué de quatre solides articulés entre eux, le premier solide étant articulé sur un solide fixe S_0. Chaque « axe » possède son propre actionneur, le mouvement qui lui est associé peut donc être réalisé indépendamment des autres.



- Le solide S_0, appelé base, est fixé au sol. On note le repère associé $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$.
- Le solide S_1, appelé fût, est en liaison pivot d'axe $(O_0,\vec{z}_0)$ avec la base S_0. Le mouvement de rotation est assuré par un moteur M_1 non représenté. On note R_1 le repère associé $(O_1,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0)$, lié au fût tel que $\overrightarrow{O_0O_1}=L_0.\vec{z}_0$ et $\theta_1=(\vec{x}_0,\vec{x}_1)$.
- Le solide S_2, appelé bras, est en liaison pivot d'axe $(O_1,\vec{x}_1)$ avec le fût S_1. Le mouvement de rotation est assuré par un moteur M_2 non représenté. On note R_2 le repère associé $(O_2,\vec{x}_1,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$, lié au bras tel que $\overrightarrow{O_1O_2}=L_1.\vec{y}_2$ et $\theta_2=(\vec{y}_1,\vec{y}_2)$.
- Le solide S_3, appelé avant-bras, est en liaison pivot d'axe $(O_2,\vec{x}_1)$ avec le bras S_2. Le mouvement de rotation est assuré par un moteur M_3 non représenté. On note R_3 le repère associé $(O_3,\vec{x}_1,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$, lié à l'avant-bras tel que $\overrightarrow{O_2O_3}=L_2.\vec{y}_3$ et $\theta_3=(\vec{y}_2,\vec{y}_3)$.
- Le solide S_4, appelé porte-électrode, est en liaison glissière de direction $\vec{z}_3$ avec l'avant-bras S_3. Le mouvement de translation est assuré par un vérin linéaire V_4 non représenté. On note R_4 le repère associé $(O_4,\vec{x}_1,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$, lié au porte-électrode tel que $\overrightarrow{O_3O_4}=\lambda.\vec{z}_3$.

Problématique :
déterminer la commande des « axes » lors de la réalisation d'un cordon de soudure linéaire de direction $\vec{y}_0$.

Q1 *Que peut-on dire sur les bases des repères R_3 et R_4 ? En déduire $\overrightarrow{\Omega_{4/3}}$.*

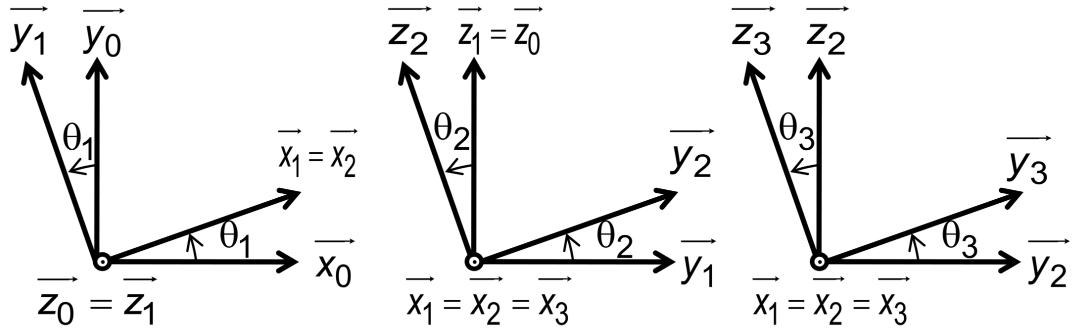
Mouvement de 4/3 : translation rectiligne de direction $\overrightarrow{z_3}$.

Les bases des repères R3 et R4 sont donc égales $\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{\Omega_{4/3}}=\vec{0}}$

Q2 *Dessiner les figures de changement de base correspondant aux différents mouvements entre les solides.*

Quelque soit la méthode utilisée pour déterminer un vecteur vitesse, les figures de changement de base, qui vont servir tout au long des calculs qui vont suivre, doivent être parfaitement réalisées. Elles sont élaborées, à partir de la <u>description littérale du paramétrage</u> du système, de la façon suivante :

- ***placer le vecteur commun aux deux bases (orienté vers nous) ;***
- ***dessiner, sous forme d'un « L », et compléter de manière directe (règle des 3 doigts de la main droite) la base de référence du mouvement considéré (ex : $\theta_1=(\overrightarrow{x_{\boxed{0}}},\overrightarrow{x_1})=(\overrightarrow{y_{\boxed{0}}},\overrightarrow{y_1})$) ;***
- ***dessiner, en la décalant dans le sens trigonométrique d'un angle ($\approx 20°$), et compléter de manière directe la base en mouvement ;***
- ***indiquer le paramètre du mouvement ;***
- ***rajouter des indications sur les vecteurs unitaires qui sont égaux..***



$\boxed{\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\theta}_1 \cdot \overrightarrow{z_0}}$ $\boxed{\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\theta}_2 \cdot \overrightarrow{x_1}}$ $\boxed{\overrightarrow{\Omega_{3/2}} = \dot{\theta}_3 \cdot \overrightarrow{x_2}}$

Q3 *Indiquer, sous chacune de ces figures, l'expression du vecteur rotation correspondant.*

Q4 *En déduire l'expression de $\overrightarrow{\Omega_{4/0}}$.*

$\overrightarrow{\Omega_{4/0}} = \underbrace{\overrightarrow{\Omega_{4/3}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{\Omega_{3/2}} + \overrightarrow{\Omega_{2/1}} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$ (composition des vecteurs rotation)

$\boxed{\overrightarrow{\Omega_{4/0}} = \dot{\theta}_1 \cdot \overrightarrow{z_0} + (\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_2) \cdot \overrightarrow{x_2}}$

Q5 *Déterminer le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{O_4 \in 4/0}}$ en utilisant la relation de composition des vitesses et la relation du champ des vecteurs vitesse d'un solide.*

$\overrightarrow{V_{O_4 \in 4/0}} = \underbrace{\overrightarrow{V_{O_4 \in 4/3}}}_{\boxed{1}} + \underbrace{\overrightarrow{V_{O_4 \in 3/2}}}_{\boxed{2}} + \underbrace{\overrightarrow{V_{O_4 \in 2/1}}}_{\boxed{3}} + \underbrace{\overrightarrow{V_{O_4 \in 1/0}}}_{\boxed{4}}$ (composition des vecteurs vitesse)

$\boxed{1} \Rightarrow \overrightarrow{V_{O_4 \in 4/3}} = \underline{\dot{\lambda} \cdot \overrightarrow{z_3}}$

On peut écrire directement ce résultat sans faire de calcul en utilisant un résultat de cinématique du mouvement particulier de translation rectiligne.

$\boxed{2} \Rightarrow \overrightarrow{V_{O_4 \in 3/2}} = \underbrace{\overrightarrow{V_{O_2 \in 3/2}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{O_4O_2} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/2}}$

Le point O_4 est considéré comme étant fixe dans le repère R_3 (comme si la liaison entre 3 et 4 était »soudée »), O_4 et O_2 appartiennent donc au même solide 3. On peut donc écrire la relation du champ des vecteurs vitesse entre ces deux points.

$\overrightarrow{V_{O_2 \in 3/2}} = \vec{0}$ car O_2 est situé sur l'axe de rotation de 3/2

donc : $\overrightarrow{V_{O_4 \in 3/2}} = (-\lambda \cdot \overrightarrow{z_3} - L_2 \cdot \overrightarrow{y_3}) \wedge \dot{\theta}_3 \cdot \overrightarrow{x_2} = \underline{-\lambda \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \overrightarrow{y_3} + L_2 \cdot \dot{\theta}_3 \overrightarrow{z_3}}$

$\boxed{3} \Rightarrow \overrightarrow{V_{O_4 \in 2/1}} = \underbrace{\overrightarrow{V_{O_1 \in 2/1}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{O_4O_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}}$

Le point O_4 est considéré comme étant fixe dans le repère R_2 (comme si les liaisons entre 3 et 4 et entre 3 et 2 étaient »soudées »), O_4 et O_1 appartiennent donc au même solide 2. On peut donc écrire la relation du champ des vecteurs vitesse entre ces deux points.

$\overrightarrow{V_{O_1 \in 2/1}} = \vec{0}$ car O_1 est situé sur l'axe de rotation de 2/1

donc : $\overrightarrow{V_{O_4 \in 2/1}} = (-\lambda \cdot \overrightarrow{z_3} - L_2 \cdot \overrightarrow{y_3} - L_1 \cdot \overrightarrow{y_2}) \wedge \dot{\theta}_2 \cdot \overrightarrow{x_1} = \underline{-\lambda \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \overrightarrow{y_3} + L_2 \cdot \dot{\theta}_2 \overrightarrow{z_3} + L_1 \cdot \dot{\theta}_2 \overrightarrow{z_2}}$

$\boxed{4} \Rightarrow \overrightarrow{V_{O_4 \in 1/0}} = \underbrace{\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{O_4O_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$

Le point O_4 est considéré comme étant fixe dans le repère R_1 (comme si les liaisons entre 3 et 4, entre 3 et 2 et entre 2 et 1 étaient »soudées »), O_4 et O_1 appartiennent donc au même solide 1. On peut donc écrire la relation du champ des vecteurs vitesse entre ces deux points.

$\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} = \vec{0}$ car O_1 est situé sur l'axe de rotation de 1/0

donc :

$\overrightarrow{V_{O_4 \in 1/0}} = (-\lambda \cdot \overrightarrow{z_3} - L_2 \cdot \overrightarrow{y_3} - L_1 \cdot \overrightarrow{y_2}) \wedge \dot{\theta}_1 \cdot \overrightarrow{z_1} = -\lambda \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \underbrace{(\overrightarrow{z_3} \wedge \overrightarrow{z_1})}_{?} - L_2 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \underbrace{(\overrightarrow{y_3} \wedge \overrightarrow{z_1})}_{?} - L_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot (\overrightarrow{y_2} \wedge \overrightarrow{z_1})$

Lorsqu'aucune figure ne nous permet de calculer directement les produits vectoriels de vecteurs unitaires, on est obligé de changer de bases certains d'entre eux.

Dans notre cas, il faut exprimer $\vec{z_1}$ dans la base du repère R2 : $\vec{z_1}=\cos\theta_2\cdot\vec{z_2}+\sin\theta_2\cdot\vec{y_2}$

Ce qui nous donne :

$$\overrightarrow{V_{O_4\in 1/0}}=-\lambda\cdot\dot{\theta}_1\cdot(\cos\theta_2\cdot\underbrace{\vec{z_3}\wedge\vec{z_2}}_{-\sin\theta_3\cdot\vec{x_2}}+\sin\theta_2\cdot\underbrace{\vec{z_3}\wedge\vec{y_2}}_{-\sin(\frac{\pi}{2}+\theta_3)\cdot\vec{x_2}})$$

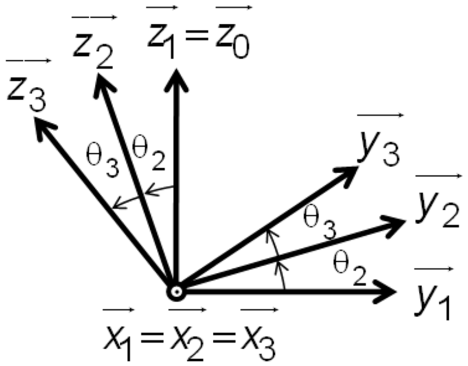
$$-L_2\cdot\dot{\theta}_1\cdot(\cos\theta_2\cdot\underbrace{\vec{y_3}\wedge\vec{z_2}}_{\sin(\frac{\pi}{2}-\theta_3)\cdot\vec{x_2}}+\sin\theta_2\cdot\underbrace{\vec{y_3}\wedge\vec{y_2}}_{-\sin\theta_3\cdot\vec{x_2}})-L_1\cdot\dot{\theta}_1\cdot(\underbrace{\vec{y_2}\wedge\vec{z_1}}_{\sin(\frac{\pi}{2}-\theta_2)\cdot\vec{x_2}})$$

Rappel : $\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cos\alpha$ ***et*** $\begin{cases}\cos(a+b)=\cos a\cdot\cos b-\sin a\cdot\sin b\\ \sin(a+b)=\cos a\cdot\sin b+\sin a\cdot\cos b\end{cases}$

Donc :

$$\overrightarrow{V_{O_4\in 1/0}}=\boxed{\left(\lambda\cdot\dot{\theta}_1\cdot\sin(\theta_2+\theta_3)-L_2\cdot\dot{\theta}_1\cdot\cos(\theta_2+\theta_3)-L_1\cdot\dot{\theta}_1\cdot\cos\theta_2\right)\cdot\vec{x_2}}$$

Remarque : dans notre cas, puisque cela est possible, il est intéressant de « superposer » les figures de changement base qui possèdent le même axe de rotation (ici $\vec{x_1}=\vec{x_2}=\vec{x_3}$). Cela évite la projection de $\vec{z_1}$ dans la base du repère R2 et facilite grandement les calculs.



En utilisant cette figure :

$$\overrightarrow{V_{O_4\in 1/0}}=-\lambda\cdot\dot{\theta}_1\cdot(\underbrace{\vec{z_3}\wedge\vec{z_1}}_{-\sin(\theta_2+\theta_3)\cdot\vec{x_2}})-L_2\cdot\dot{\theta}_1\cdot(\underbrace{\vec{y_3}\wedge\vec{z_1}}_{\cos(\theta_2+\theta_3)\cdot\vec{x_2}})-L_1\cdot\dot{\theta}_1\cdot(\underbrace{\vec{y_2}\wedge\vec{z_1}}_{\cos\theta_2\cdot\vec{x_2}})$$

$$=\boxed{\left(\lambda\cdot\dot{\theta}_1\cdot\sin(\theta_2+\theta_3)-L_2\cdot\dot{\theta}_1\cdot\cos(\theta_2+\theta_3)-L_1\cdot\dot{\theta}_1\cdot\cos\theta_2\right)\cdot\vec{x_2}}$$

d'où :

$$\boxed{\begin{aligned}\overrightarrow{V_{O_4\in 4/0}}&=\dot{\theta}_1\cdot(\lambda\cdot\sin(\theta_2+\theta_3)-L_2\cdot\cos(\theta_2+\theta_3)-L_1\cdot\cos\theta_2)\cdot\vec{x_2}\\&+L_1\cdot\dot{\theta}_2\cdot\vec{z_2}-\lambda(\dot{\theta}_3+\dot{\theta}_2)\cdot\vec{y_3}+\left(L_2\cdot(\dot{\theta}_3+\dot{\theta}_2)+\dot{\lambda}\right)\cdot\vec{z_3}\end{aligned}}$$

On laisse le résultat exprimé dans des bases différentes
On essaye de simplifier l'écriture du résultat et de l'exprimer dans l'ordre croissant des bases puis dans l'ordre croissant des vecteurs unitaires
On vérifie que le résultat est homogène à une vitesse linéaire (m.s^{-1}) (les radians sont une unité sans dimension)

On souhaite réaliser un cordon de soudure linéaire de direction $\vec{y}_0$ et à vitesse constante tel que $\overrightarrow{V_{O_4\in 4/0}}=V.\vec{y}_0$ avec $V=cste$. Il est nécessaire, pour que le cordon de soudure soit correctement réalisé, que $\theta_1=0$ (Moteur M1 bloqué) et $\alpha=(\vec{z}_0,\vec{z}_3)=cste$.

Q6 *Déterminer les relations que doivent vérifier les paramètres de mouvement* $(\theta_2,\theta_3,\dot{\theta}_2,\dot{\theta}_3,\lambda,V)$.

En tenant compte du fait que : $\dot{\theta}_1=0$ et $\alpha=(\vec{z_0},\vec{z_3})=\theta_2+\theta_3=cte\Rightarrow\dot{\theta}_2+\dot{\theta}_3=0$

$$\overrightarrow{V_{O_4\in 4/0}}=\cancel{\dot{\theta}_1\cdot(\lambda\cdot\sin(\theta_3+\theta_2)-L_1\cdot\cos\theta_2-L_2\cdot\cos(\theta_3+\theta_2))\cdot\vec{x_2}}+L_1\cdot\dot{\theta}_2\cdot\vec{z_2}$$

$$\cancel{-\lambda\cdot(\dot{\theta}_3+\dot{\theta}_2)\cdot\vec{y_3}}+\left(\cancel{L_2\cdot(\dot{\theta}_3+\dot{\theta}_2)}+\dot{\lambda}\right)\cdot\vec{z_3}=L_1\cdot\dot{\theta}_2\cdot\vec{z_2}+\dot{\lambda}\cdot\vec{z_3}$$

Donc : $\overrightarrow{V_{O_4\in 4/0}}=L_1\cdot\dot{\theta}_2\cdot\vec{z_2}+\dot{\lambda}\cdot\vec{z_3}=V\cdot\vec{y_0}$

$$\Rightarrow L_1\cdot\dot{\theta}_2(\cos\theta_2\cdot\vec{z_0}-\sin\theta_2\cdot\vec{y_1})+\dot{\lambda}\cdot\left(\cos(\theta_2+\theta_3)\vec{z_0}-\sin(\theta_2+\theta_3)\vec{y_1}\right)=V\cdot\vec{y_0}$$

$$\Rightarrow L_1\cdot\dot{\theta}_2(\cos\theta_2\cdot\vec{z_0}-\sin\theta_2\cdot\vec{y_0})+\dot{\lambda}\cdot\left(\cos(\theta_2+\theta_3)\vec{z_0}-\sin(\theta_2+\theta_3)\vec{y_0}\right)=V\cdot\vec{y_0}\quad(\vec{y_0}=\vec{y_1}\text{ car }\theta_1=0)$$

$$\boxed{\Rightarrow\begin{cases}-L_1\cdot\dot{\theta}_2\cdot\sin\theta_2-\dot{\lambda}\cdot\sin(\theta_2+\theta_3)=V\\ L_1\cdot\dot{\theta}_2\cdot\cos\theta_2+\dot{\lambda}\cdot\cos(\theta_2+\theta_3)=0\end{cases}}$$

Problématique :
déterminer la commande des « axes » lors de la phase de dégagement du robot.

Après la fin de l'opération de soudage, le robot effectue un dégagement rapide du solide 4 afin de permettre l'enlèvement de la pièce soudée et l'arrivée d'une nouvelle pièce à souder (Moteurs M_1 et vérin V_4 à vitesse et accélération maximale). Lors de cette phase, les moteurs M_2 et M_3 sont bloqués afin de maintenir le solide S_2 en positon verticale et le solide S_3 en position horizontale : $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ et $\theta_3 = -\frac{\pi}{2}$.

Q7 *Déterminer, dans ces conditions, le vecteur accélération $\overrightarrow{\Gamma_{O_4\in 4/0}}$.*

En tenant compte du fait que : $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ et $\theta_3 = -\frac{\pi}{2}$

$$\overrightarrow{V_{O_4\in 4/0}} = \dot\theta_1 \cdot \left(\cancel{\lambda \cdot \overbrace{\sin(\theta_3+\theta_2)}^{0}} - \cancel{L_1 \cdot \overbrace{\cos\theta_2}^{0}} - L_2 \cdot \overbrace{\cos(\theta_3+\theta_2)}^{1} \right) \cdot \overrightarrow{x_2} + \cancel{L_1 \cdot \dot\theta_2 \cdot \overrightarrow{z_2}}$$
$$- \cancel{\lambda \cdot (\dot\theta_3+\dot\theta_2) \cdot \overrightarrow{y_3}} + \left(\cancel{L_2 \cdot (\dot\theta_3+\dot\theta_2)} + \dot\lambda \right) \cdot \overrightarrow{z_3}$$

Donc :

$$\overrightarrow{\Gamma_{O_4\in 4/0}} = \left[\frac{d\overrightarrow{V_{O_4\in 4/0}}}{dt}\right]_0 = \left[\frac{d\left(-L_2\cdot\dot\theta_1\cdot\overrightarrow{x_2}+\dot\lambda\cdot\overrightarrow{z_3}\right)}{dt}\right]_0 = \left[\frac{d\left(-L_2\cdot\dot\theta_1\cdot\overrightarrow{x_2}\right)}{dt}\right]_0 + \left[\frac{d\left(\dot\lambda\cdot\overrightarrow{z_3}\right)}{dt}\right]_0$$

$$\overrightarrow{\Gamma_{O_4\in 4/0}} = -L_2\cdot\ddot\theta_1\cdot\overrightarrow{x_2} - L_2\cdot\dot\theta_1\cdot\left[\frac{d\overrightarrow{x_2}}{dt}\right]_0 + \ddot\lambda\cdot\overrightarrow{z_3} + \dot\lambda\cdot\left[\frac{d\overrightarrow{z_3}}{dt}\right]_0$$

Il faut toujours calculer les dérivées des vecteurs unitaires en dehors de l'expression globale demandée, cela évite de nombreuses erreurs.
De plus, ces dérivées peuvent avoir été calculées lors des questions précédentes ou être réutilisées dans les questions suivantes…

$$\left[\frac{d\overrightarrow{x_2}}{dt}\right]_0 = \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \wedge \overrightarrow{x_2} = \left(\dot\theta_1\cdot\overrightarrow{z_0} + \cancel{\dot\theta_2\cdot\overrightarrow{x_2}}\right) \wedge \overrightarrow{x_2} = \dot\theta_1\cdot\overrightarrow{z_0}\wedge\overrightarrow{x_2} = \underline{\dot\theta_1\cdot\overrightarrow{y_1}}$$

$$\left[\frac{d\overrightarrow{z_3}}{dt}\right]_0 = \overrightarrow{\Omega_{3/0}} \wedge \overrightarrow{z_3} = \left(\dot\theta_1\cdot\overrightarrow{z_0} + \cancel{(\dot\theta_3+\dot\theta_2)}\cdot\overrightarrow{x_2}\right) \wedge \overrightarrow{z_3} = \dot\theta_1\cdot\overrightarrow{z_0}\wedge\overrightarrow{z_3} = \underline{\dot\theta_1\cdot\overbrace{\sin(\theta_3+\theta_2)}^{0}\cdot\overrightarrow{x_2} = \vec{0}}$$

Donc :

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma_{O_4\in 4/0}} = -L_2\cdot\dot\theta_1^2\cdot\overrightarrow{y_1} - L_2\cdot\ddot\theta_1\cdot\overrightarrow{x_2} + \ddot\lambda\cdot\overrightarrow{z_3}}$$

On laisse le résultat exprimé dans des bases différentes
On essaye de simplifier l'écriture du résultat et de l'exprimer dans l'ordre croissant des bases puis dans l'ordre croissant des vecteurs unitaires
On vérifie que le résultat est homogène à une accélération linéaire ($m.s^{-2}$) (les radians sont une unité sans dimension)