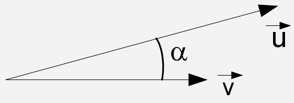
PRODUIT SCALAIRE

Considérons les 2 vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que

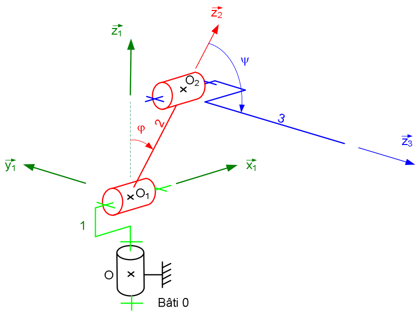


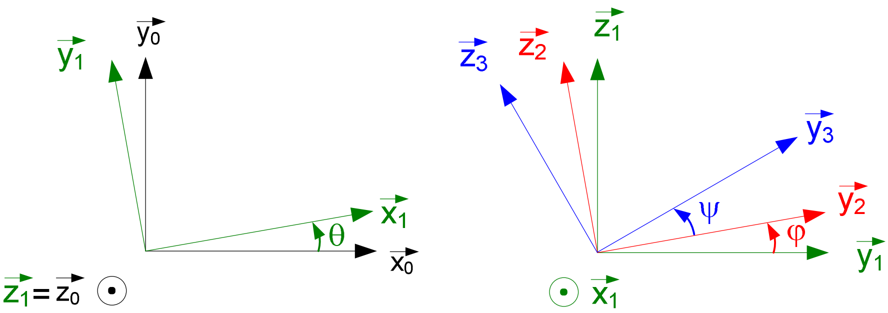
Par définition, $$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\alpha)}$$

Remarques : $\vec{u}.\vec{v}$ *se dit « u scalaire v »*
le résultat d'un produit scalaire entre 2 vecteurs est un ***scalaire***

☞ TECHNIQUE : Comment calculer $\overrightarrow{y_3}.\overrightarrow{y_1}$?

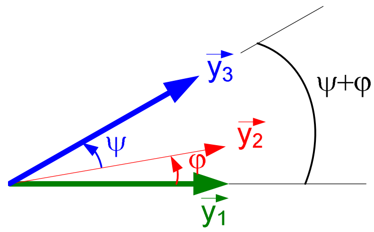
ETAPE 1 Construire les figures planes de changement de base (si elles ne sont pas données).





Figures planes de changement de base associées

ETAPE 2 Rechercher sur quelle figure plane se trouvent les deux vecteurs.



ETAPE 3 Calcul
On mesure l'angle entre les vecteurs puis il vient :

$$\overrightarrow{y_3}.\overrightarrow{y_1} = \|\overrightarrow{y_3}\| \times \|\overrightarrow{y_1}\| \times \cos(\varphi+\psi) = 1 \times 1 \times \cos(\varphi+\psi) = \cos(\varphi+\psi)$$

Exemples

$$\overrightarrow{x_1}.\overrightarrow{y_1} = \overrightarrow{z_1}.\overrightarrow{y_1} = \overrightarrow{z_1}.\overrightarrow{x_1} = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\overrightarrow{z_0}.\overrightarrow{y_1} = 0$$

$$\overrightarrow{y_2}.\overrightarrow{x_1} = 0$$

$$\overrightarrow{x_0}.\overrightarrow{y_1} = \cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = -\sin(\theta)$$

$$\overrightarrow{x_0}.\overrightarrow{y_2} = (\cos(\theta).\overrightarrow{x_1} - \sin(\theta).\overrightarrow{y_1}).\overrightarrow{y_2} = \cos(\theta).\underbrace{\overrightarrow{x_1}.\overrightarrow{y_2}}_{=0} - \sin(\theta).\underbrace{\overrightarrow{y_1}.\overrightarrow{y_2}}_{=\cos(\varphi)}$$

$$= -\sin(\theta).\cos(\varphi)$$

Remarque : Dans ce cas, il a fallu exprimer le vecteur $\overrightarrow{x_0}$ *dans la base B_1 car les deux vecteurs* $\overrightarrow{x_0}$ *et* $\overrightarrow{y_2}$ *ne se retrouvent pas sur la même figure plane !*