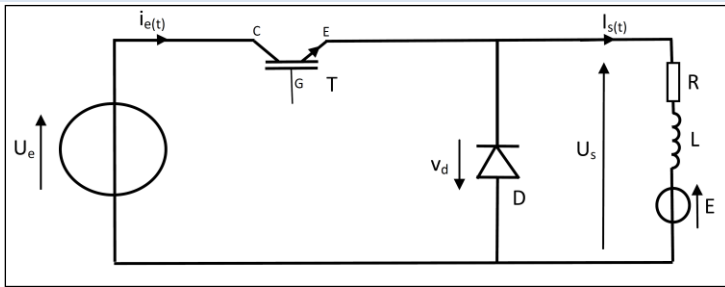




CALCUL DU COURANT



L'équation électrique est obtenue par la loi des mailles :

$$U_{s(t)} - R.i_{s(t)} - L.\frac{di_s}{dt} - E = 0$$

Hypothèses de calcul :

- La fem E de la machine est proportionnelle à sa vitesse et à son excitation selon la relation : $E = k.\Omega$ (à flux constant). A l'échelle d'une période de fonctionnement du hacheur, on suppose E constant ; en effet la constante de temps mécanique est souvent très supérieure à la constante de temps électrique $\tau_{em} \gg \tau_e$. On admet alors que la vitesse Ω donc E ne peuvent pas changer durant une période de commutation de l'interrupteur.
- On néglige $R.i_{(t)}$ devant le terme E .
- On considère le régime de courant continu, ce qui signifie que le courant dans la charge n'est jamais nul au cours d'une période. (vrai si la constante de temps électrique est petite devant la constante de temps mécanique) $\tau_e \ll \tau_{em}$.

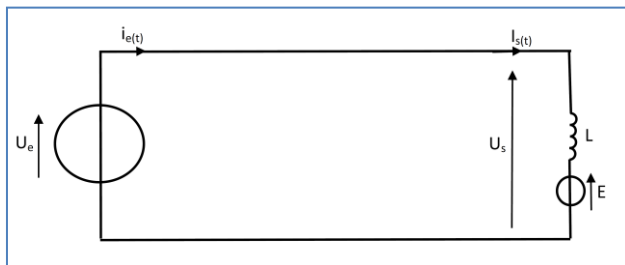
$$\text{Alors } U_{s(t)} - L.\frac{di_s}{dt} - E = 0 \text{ soit } di_s = \frac{U_{s(t)} - E}{L}.dt$$

il faut donc distinguer deux cas :

$0 < t < \alpha.T$ **T passant, D bloquée** $U_{s(t)} = U_e$

alors $di_s = \frac{U_e - E}{L}.dt$

soit $i_{s(t)} = \left(\frac{U_e - E}{L}\right)t + cst$



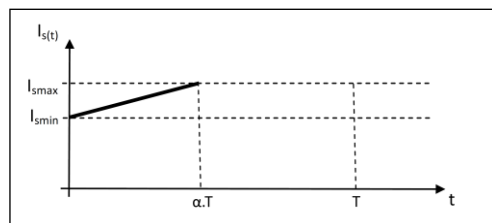
Le régime de conduction est considéré comme continu, alors $i_{s(t)}$ évolue entre deux valeurs que l'on notera $I_{s\min}$ et $I_{s\max}$

soit la condition initiale $i_{s(0)} = I_{s\min}$

Alors $i_{s(0)} = \left(\frac{U_e - E}{L}\right).0 + cst = I_{s\min}$ soit $i_{s(0)} = cst = I_{s\min}$

$$i_{s(t)} = \left(\frac{U_e - E}{L}\right)t + I_{s\min}$$

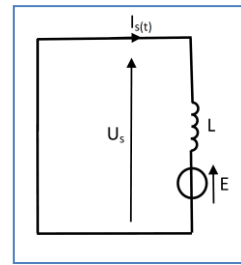
$0 < t < \alpha.T$



$\alpha.T < t < T$ **T bloqué ; D passante** $U_{s(t)} = 0$

alors $di_s = -\frac{E}{L}.dt$

soit $i_{s(t)} = \left(-\frac{E}{L}\right)t + cst$



Condition initiale $i_{s(\alpha T)} = I_{s\max}$

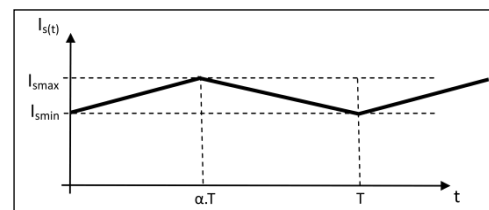
Alors $i_{s(\alpha T)} = \left(-\frac{E}{L}\right).\alpha.T + cst = I_{s\max}$ soit

$cst = I_{s\max} + \left(\frac{E}{L}\right).\alpha.T$

et $i_{s(t)} = \left(-\frac{E}{L}\right)t + I_{s\max} + \left(\frac{E}{L}\right).\alpha.T$

$$i_{s(t)} = \left(-\frac{E}{L}\right)(t - \alpha.T) + I_{s\max}$$

$\alpha.T < t < T$





CALCUL DE L'ONDULATION DE COURANT

Une grandeur importante pour le bon fonctionnement d'une machine à courant continu est l'ondulation de courant définie par

$$\Delta i_s = I_{s \max} - I_{s \min}$$

En effet, comme le couple électromagnétique de la machine est $T_{em} = k \cdot i_{s(t)}$ (à flux constant), la variation de $i_{s(t)}$ entraîne des variations rapides de couple qui provoquent

- un couple pulsatoire sur la machine,
- des phénomènes de résonance vibratoire sur une structure mécanique,
- un risque de passage en régime discontinu avec contrôle difficile de la machine,
- le surdimensionnement des interrupteurs pour $I_s = I_{s \max}$,
- des pertes supplémentaires dues aux harmoniques de l'ondulation de courant.

On s'attachera donc à connaître et maîtriser la valeur de Δi_s .

Calcul de Δi_s

En reprenant l'équation

$$i_{s(t)} = \left(\frac{U_e - E}{L} \right) t + I_{s \min} \text{ pour } 0 < t < \alpha T$$

$$i_{s(\alpha T)} = I_{s \max} = \left(\frac{U_e - E}{L} \right) \alpha T + I_{s \min}$$

$$\text{alors } \Delta i_s = I_{s \max} - I_{s \min} = \left(\frac{U_e - E}{L} \right) \alpha T$$

D'autre part, il est possible d'exprimer E en fonction de U_e :

$$\text{En reprenant la loi des mailles } U_{s(t)} - L \cdot \frac{di_s}{dt} - E = 0$$

et en l'exprimant en valeur moyenne :

$$\left\langle U_{s(t)} - L \cdot \frac{di_s}{dt} - E \right\rangle = 0 = \langle U_{s(t)} \rangle - \langle L \cdot \frac{di_s}{dt} \rangle - \langle E \rangle$$

Le terme $\langle L \cdot \frac{di_s}{dt} \rangle$ est toujours nul dans un régime périodique de courant.

démonstration :

$$\langle L \cdot \frac{di_s}{dt} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T L \cdot \frac{di_s}{dt} dt = \frac{1}{T} \int_0^T L di_s = \frac{L}{T} [i_{s(T)} - i_{s(0)}] = \frac{L}{T} [I_{s \min} - I_{s \min}] = 0$$

$$\text{alors } 0 = \langle U_{s(t)} \rangle - \langle E \rangle = \langle U_{s(t)} \rangle - E \text{ soit } \langle U_{s(t)} \rangle = E$$

$$\text{d'autre part on a calculé } \langle U_s \rangle = \alpha U_e \text{ alors } \boxed{E = \alpha U_e}$$

avec

$$\Delta i_s = I_{s \max} - I_{s \min} = \left(\frac{U_e - E}{L} \right) \alpha T = \left(\frac{U_e - \alpha U_e}{L} \right) \alpha T = U_e \left(\frac{1 - \alpha}{L} \right) \alpha T = \frac{\alpha (1 - \alpha)}{L f} U_e$$

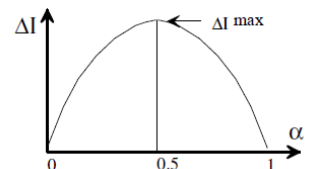
$$T = \frac{1}{f}$$

$$\Delta i_s = \frac{\alpha (1 - \alpha)}{L f} U_e$$

On retiendra que l'ondulation de courant est influencée par la fréquence du hacheur et la valeur de l'inductance de l'induit de la machine. Si cela est nécessaire dans une application, pour respecter le cahier des charges, on ajoutera une inductance de lissage pour minimiser l'ondulation de courant due au hacheur dans la machine.

Le maximum de l'ondulation est atteint pour $\frac{d\Delta i_s}{d\alpha} = 0$,

$$\frac{d\Delta i_s}{d\alpha} = \frac{d \frac{\alpha (1 - \alpha)}{L f} U_e}{d\alpha} = \frac{U_e}{L f} \cdot \frac{d(\alpha (1 - \alpha))}{d\alpha} = \frac{U_e}{L f} \cdot \frac{d(\alpha - \alpha^2)}{d\alpha} = \frac{U_e}{L f} (1 - 2\alpha)$$



$$\frac{d\Delta i_s}{d\alpha} = \frac{U_e}{L f} (1 - 2\alpha) = 0$$

$$\text{L'ondulation } \Delta i_s \text{ est maximum pour } \alpha = \frac{1}{2} \text{ et } \Delta i_{s \max} = \frac{U_e}{4 L f}$$