MCC COMPORTEMENT TEMPOREL ORDRE 1

équation différentielle

La machine à courant continu est constituée de deux accumulateurs d'énergie :

- une inductance L qui stocke l'énergie sous forme électromagnétique $W_{em} = \frac{1}{2}.L.I^2$
- une inertie équivalente J qui stocke de l'énergie mécanique $W_m = \frac{1}{2}.J.\Omega^2$

La présence de deux accumulateurs d'énergie dans ce système donne un comportement temporel décrit par une équation différentielle d'ordre 2. Suivant les valeurs relatives de W_{em} et W_m, on pourra simplifier le modèle et négliger L, l'ordre de l'équation différentielle sera alors de 1.

exemple de calcul de $\Omega_{(t)}$ sur un échelon de tension d'alimentation U_0

hypothèses du modèle :

- Inductance négligeable
- Pertes mécaniques négligeables
- machine à vide

Condition d'alimentation :

- Source de tension constante U_0

à partir des 4 équations de la mcc,

$$\boldsymbol{U_{(t)} = E + L.\frac{di}{dt} + R.i_{(t)} \qquad E = k.\Omega}$$

$$\boldsymbol{J.\frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r \qquad C_{em} = k.I}$$

on obtient

$$\boldsymbol{U_{(t)} = E + R.i_{(t)} \qquad E = k.\Omega}$$

$$\boldsymbol{J.\frac{d\Omega}{dt} = C_{em} \qquad C_{em} = k.I}$$

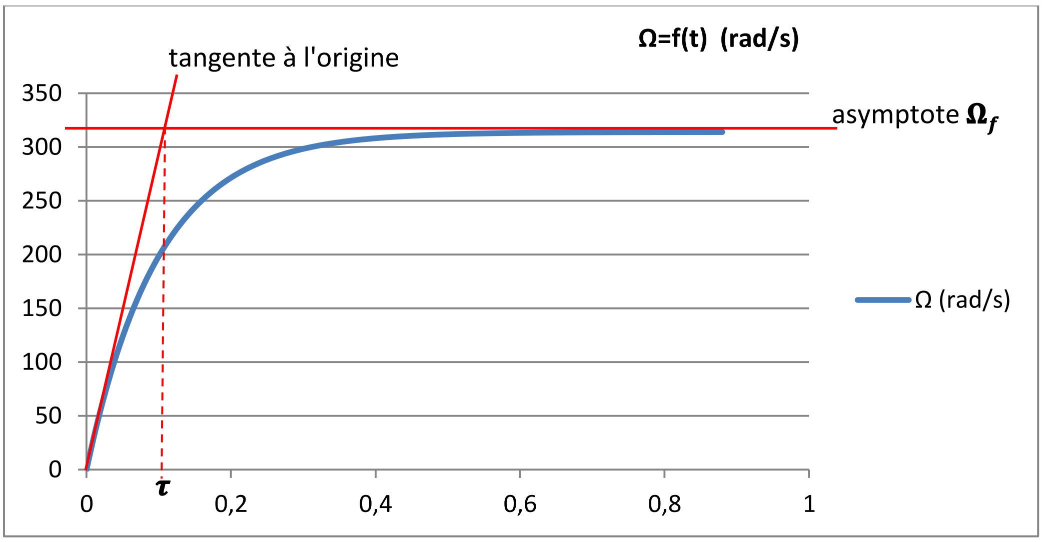
Calcul :

$$\boldsymbol{J.\frac{d\Omega}{dt} = C_{em} = k.I = k.\left(\frac{U-E}{R}\right) = k.\frac{U}{R} - k.\frac{E}{R} = k.\frac{U}{R} - k.\frac{k.\Omega}{R}}$$

$$\boldsymbol{J.\frac{d\Omega}{dt} + \frac{k^2}{R}.\Omega_{(t)} = \frac{k}{R}.U_{(t)}}$$

équation différentielle d'ordre 1 $\boldsymbol{\left(\frac{R.J}{k^2}\right).\frac{d\Omega}{dt} + \Omega_{(t)} = \left(\frac{1}{k}\right).U_{(t)}}$

La résolution donne pour $\boldsymbol{U_{(t)} = U_0}$ $\boldsymbol{\Omega_{(t)} = \frac{U_0}{k}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \Omega_f.\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$ avec $\boldsymbol{\tau = \frac{R.J}{k^2}}$



La tangente à l'origine coupe l'asymptote pour $t = \tau$

à $t = 3.\tau$ $\Omega_{(3.\tau)} = 0{,}95.\Omega_f$

à $t = 5.\tau$ $\Omega_{(5.\tau)} = 0{,}99.\Omega_f$

le temps de réponse de la mcc (dans le cadre des hypothèses) est de $t_{r5\%} = 3.\tau = 0{,}3$s