

Traitement numérique des informations

Traitement numérique du son

Reconnaissance de formes

REPLIEMENT de spectre (ALLIASING) : Pourquoi les roues de chariots tournent elles à l'envers ?

Table des matières

- 1 INTRODUCTION..... 2**
 - 1.1 FONCTIONS REALISEES EN TRAITEMENT NUMERIQUE DU SIGNAL..... 2
 - 1.2 NOTIONS D'INTELLIGENCE ARTIFICIELLE (IA) 2
 - 1.3 EXIGENCES DU TRAITEMENT NUMERIQUE DE L'INFORMATION..... 3
- 2 NUMERISATION D'UN SIGNAL ANALOGIQUE, ECHANTILONNEUR - BLOQUEUR 3**
 - 2.1 SIGNAL TEMPOREL NUMERISE (SUITE DE NOMBRES) 3
 - 2.2 REPLIEMENT DE SPECTRE, THEOREME DE SCHANNON, FILTRE ANTI REPLIEMENT 4
- 3 FILTRAGE NUMERIQUE..... 6**
 - 3.1 PRINCIPE ET LIMITES D'UN FILTRE NUMERIQUE 6
 - 3.2 ENVIRONNEMENT D'UN FILTRE NUMERIQUE 6
 - 3.3 SYNTHESE D'UN FILTRE NUMERIQUE A PARTIR D'UN FILTRE ANALOGIQUE 6
- 4 EXERCICES DE TRAITEMENT NUMERIQUE DE L'INFORMATION ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.**
 - 4.1 SUJET CENTRALE SUPELEC 2014 : CELLULE ROBOTISEE D'USINAGE (CAN ET FILTRE NUMERIQUE) ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.
 - 4.2 SUJET CENTRALE SUPELEC 2016 : CREATION DE MOTIFS (SHANNON ET PRECISION DE CODAGE) ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.

1 INTRODUCTION

1.1 Fonctions réalisées en traitement numérique du signal

Le traitement numérique du signal correspond essentiellement aux fonctions de :

- **Filtrage** (traitement du son et de l'image, correcteur d'asservissement...),
- **Compression** et stockage (son MP3, images JPEG, fichiers numériques...), [wiki Compression de donnée](#)
- **Analyse et interprétation** (reconnaissance vocale et de formes, identification de véhicule, de personnes...).
- **Codage et cryptage** (liaison et transmission sécurisées...).

FILTRAGE et CORRECTION	COMPRESSION	ANALYSE et INTERPRETATION
SON <ul style="list-style-type: none"> • Correction de timbre et tonalité (vocodeur, auto tune) • Son typé (rock, jazz, classique...) • Spatialisation du son imitant un lieu particulier (cave, cathédrale, couloir, extérieur...) IMAGE et VIDEO <ul style="list-style-type: none"> • Floutage • Correction de contraste, de luminosité • Effet (N et B, sépia...) ASSERVISSEMENT Boucle de régulation numérique... <ul style="list-style-type: none"> • Chaudière à gaz • Injection d'un moteur thermique • ABS et ESP en automobile 	SON <ul style="list-style-type: none"> • Passage son WAVE en MP3 (pertes) ou FLAC (sans pertes)... IMAGES ET VIDEO <ul style="list-style-type: none"> • Passage d'images RAW ou BMP en JPEG ou PNG... • Passage AVI en MPEG ou DivX... DONNEES QUELCONQUES <ul style="list-style-type: none"> • .docx ou pdf en ZIP ou RAR... 	RECONNAISSANCE VOCALE <ul style="list-style-type: none"> • téléphone, GPS, • traitement de texte en dictée auto • Interface homme machine à distance, • SHAZAM RECONNAISSANCE DE FORME <ul style="list-style-type: none"> • OCR = reconnaissance de texte • Aiguillage du Courier • QR code • Présence d'éléments identifiables (vérification de produits industriels) • Plaque minéralogique de véhicules (accès, verbalisation...), • Reconnaissance d'empreinte, faciale, d'iris...

1.2 Notions d'intelligence artificielle (IA)

Depuis le début des années 2000 la capacité de calcul des processeurs a dépassé celles de l'être humain (environ 10^{13} opérations logiques par seconde). https://fr.wikipedia.org/wiki/Intelligence_artificielle

1.2.1 Intelligence artificielle par reconstitution de la logique humaine :

Grace à ces capacités de calcul et traitement, on a vu apparaître des programmes (jeu d'échec, jeu de Go), capables de dépasser l'homme par ses capacités et rapidité de résultat dans un temps donné.

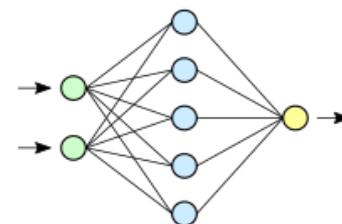
Ces programmes s'appuient alors sur des algorithmes conçus par l'homme à partir de règles logiques connues. Il s'agit alors d'intelligence humaine reconstituée dans la machine, sans autonomie de cette machine.

1.2.2 Intelligence artificielle par algorithmes apprenants, réseaux de neurones :

Les difficultés proviennent de la réalisation de programmes qui dépassent les capacités de raisonnement de l'homme... à réaliser ces programmes, c'est-à-dire à formaliser la logique et le traitement qui débouche sur le résultat attendu !

L'IA s'appuie alors sur un auto-apprentissage de la machine à partir d'un nombre très élevé de situations dont la réponse attendue est connue. **Le programme s'auto-construit sous forme d'un réseau de neurones.**

Les réseaux de neurones, en tant que systèmes capables d'apprendre, mettent en œuvre le principe de l'induction, c'est-à-dire l'apprentissage par l'expérience. D'un point de vue artificiel, ils s'apparentent à la famille des applications statistiques.



Vue simplifiée d'un réseau artificiel de neurones

Des exemples de défis à relever dans ce domaine de l'IA sont alors :

- la perception et reconnaissance visuelle,
- la compréhension du langage naturel écrit ou parlé,
- l'analyse automatique du langage,
- la prise de décision autonome.

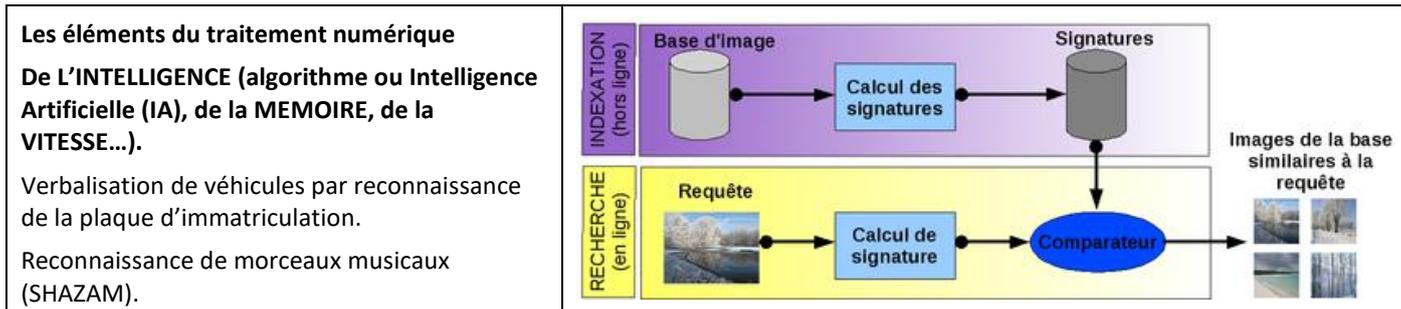
Exemple de prise de décision dans le domaine bancaire :

Pour les clients qui ont effectué un emprunt, une banque peut créer un jeu de données constitué : de leur revenu, de leur âge, du nombre d'enfants à charge... et s'il s'agit d'un bon client. Si ce jeu de données est suffisamment grand, il peut être utilisé pour l'entraînement d'un réseau de neurones. La banque pourra alors présenter les caractéristiques d'un potentiel nouveau client, et le réseau répondra s'il sera bon client ou non, en généralisant à partir des cas qu'il connaît.

La réponse du réseau de neurones se traduit une probabilité de certitude. Par exemple : 1 pour « sûr qu'il sera un bon client », -1 pour « sûr qu'il sera mauvais client », 0 pour « aucune idée », 0,9 pour « presque sûr qu'il sera bon client ».

1.3 Exigences du traitement numérique de l'information

À la différence du traitement des signaux analogiques qui est réalisé par des dispositifs en électronique analogique, le traitement des signaux numériques est réalisé par des machines numériques qui disposent de **capacités de calcul et de stockage d'informations importantes ainsi que d'une vitesse de traitement élevée.**



Un ordinateur avec sa **carte mère** (processeur et mémoire) est capable de ces traitements, mais **une carte spécialisée, carte vidéo, carte son** est capable de performances beaucoup plus élevées dans son domaine de spécialisation.

Les cartes graphiques (Graphics Processing Units) sont suffisamment performantes pour les applications scientifiques...

Au fil des années des algorithmes très puissants dédiés aux différents types d'opérations ont été développés, on citera entre autres la **transformée de fourrier rapide (FFT Fast Fourier Transformer)** comme une brique essentielle de cet édifice pour le traitement numérique du son et de l'image.

2 NUMERISATION D'UN SIGNAL ANALOGIQUE, ECHANTILLONNEUR - BLOQUEUR

<p>Les signaux physiques naturels étant généralement continu ou analogiques, il faut déjà les numériser par un convertisseur analogique-numérique (CAN ou ADC en anglais).</p> <p>La suite d'opérations nécessaires est :</p> <ul style="list-style-type: none"> • ECHANTILLONNAGE • BLOCAGE • NUMERISATION (ou QUANTIFICATION) 	<p>Passage du signal analogique au signal numérique</p>
---	---

2.1 Signal temporel numérisé (suite de nombres)

A partir d'un signal analogique fonction du temps, on construit une suite de nombres représentatifs du signal analogique (quantification ou numérisation). Ces nombres sont obtenus par deux opérations successives :

- L'échantillonnage qui consiste à ne conserver du signal analogique que ses valeurs à des instants répartis régulièrement dans le temps (période d'échantillonnage T_e),
- La quantification ou numérisation qui consiste à mesurer chaque échantillon et fournir un nombre représentatif.

<p>Signal d'origine (tension d'entrée)</p>	<p>ECHANTILLONNAGE</p> <p>La fermeture de l'interrupteur K correspond à la durée de prise d'un échantillon pendant le temps τ. K est commandé par un signal numérique de fréquence $F_e = 1/T_e$. Le temps τ doit être négligeable devant la période d'échantillonnage T_e ($\tau \ll T_e$).</p>
<p>Signal échantillonné</p>	<p>BLOCAGE</p> <p>Le signal échantillonné est bloqué en tant que tension dans le condensateur C le temps de la numérisation du signal et jusqu'à la prise d'échantillon suivante.</p> <p>Le CAN est placé après le suiveur à haute impédance d'entrée afin de ne pas décharger le condensateur entre 2 prises d'échantillons.</p>

Signal échantillonné bloqué

NUMERISATION (CAN)

Le Convertisseur Analogique Numérique doit numériser et coder sur n bits la tension en un temps compatible avec l'application (temps $T_e = 1 / f_e$ respectant le théorème de Shannon).

On observe le blocage de la valeur de l'instant $k.T_e$ jusqu'à l'instant $(k+1)T_e$.

C.A.N.

an
a_{n-1}
a₂
a₁
a₀

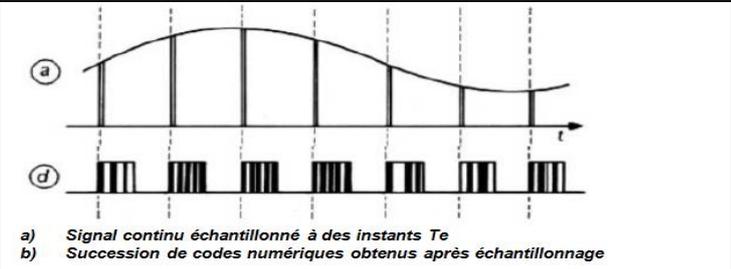
Mot de n bits en parallèle

Nombre $N_{(10)}$ en sortie
 $0 \leq N_{(10)} \leq 2^n - 1$

Après quantification, les codes sont transmis soit :

- en **parallèle** à l'intérieur d'un processeur ou d'une carte mère, donc à courte distance,
- en **série** avec un protocole standardisé quand les constituants sont plus éloignés.

La succession de codes peut-être utilisée en **temps réel** ou stockée dans une mémoire pour **utilisation ultérieure**.



2.2 Repliement de spectre, théorème de Shannon, filtre anti repliement

Si un signal est échantillonné à une fréquence d'échantillonnage inférieure à *deux fois la fréquence de Shannon / Nyquist*, une composante fréquentielle plus basse erronée apparaît dans les données échantillonnées.

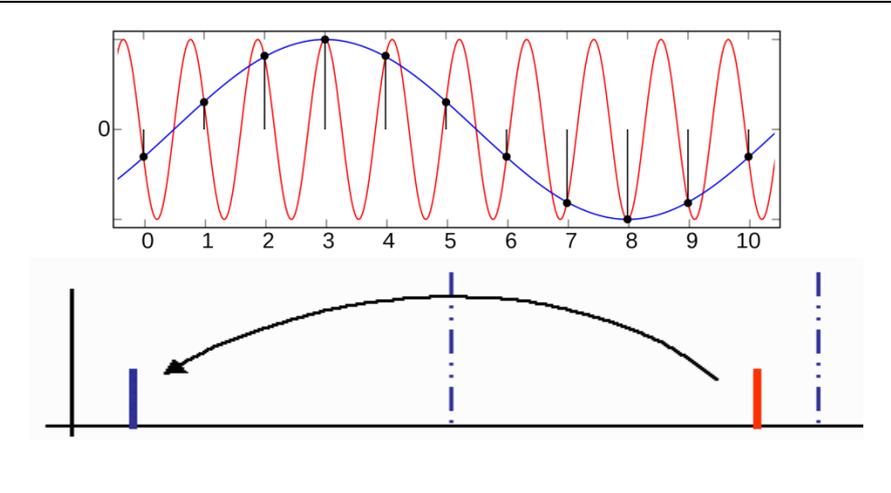
Ce phénomène s'appelle le repliement de spectre (aliasing), il apparaît alors une fréquence inférieure à celle contenue dans le spectre d'origine du signal (illustration ci-dessous)

Illustration d'un signal sinusoïdal de fréquence $f_s = 0,9 \text{ Hz}$ (en rouge), échantillonné à une fréquence $f_e = 1 \text{ Hz}$ ($T_e = 1 \text{ s}$).

Le résultat obtenu (en bleu) est un signal extrapolé entre 2 points successifs de fréquence $f_r = 0,1 \text{ Hz}$.

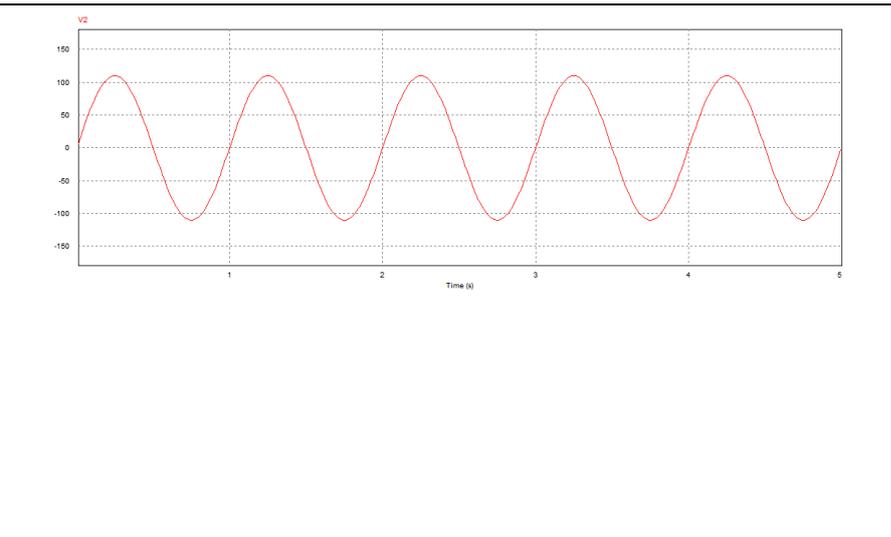
On dit qu'il y a repliement de son spectre.

Situer les fréquences f_s , f_e et f_r sur le spectre ci-dessous.



Pour le signal ci-contre de fréquence $f_s = 1 \text{ Hz}$, réaliser un échantillonnage à $f_e = 4 \text{ Hz}$.

- Déduire le résultat de la numérisation extrapolée,
- Déduire la fréquence f_r du signal numérisé,
- Représenter le spectre en localisant les 3 fréquences f_s , f_e et f_r .



THEOREME DE SHANNON (OU DE L'ÉCHANTILLONNAGE)

La représentation discrète d'un signal analogique exige des échantillons régulièrement espacés à une fréquence d'échantillonnage supérieure au double de la fréquence maximale présente dans ce signal.

Condition stricte de Shannon : $f_e > 2 \cdot f_{max}$ du signal source

En pratique on retiendra un échantillonnage respectant une condition plus élevée, rapport 5 à 10 environ.

Condition pratique : $f_e > 5 \cdot f_{max}$ du signal source

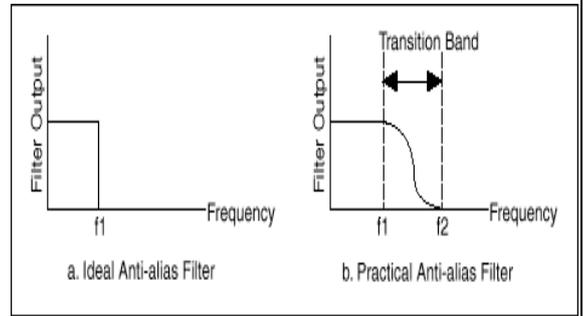
FILTRE ANTI REPLIEMENT OU ANTI ALIASING

Pour éviter un phénomène de repliement, sur un signal bruité par exemple, on place un filtre passe bas qui permet de respecter le théorème de Shannon.

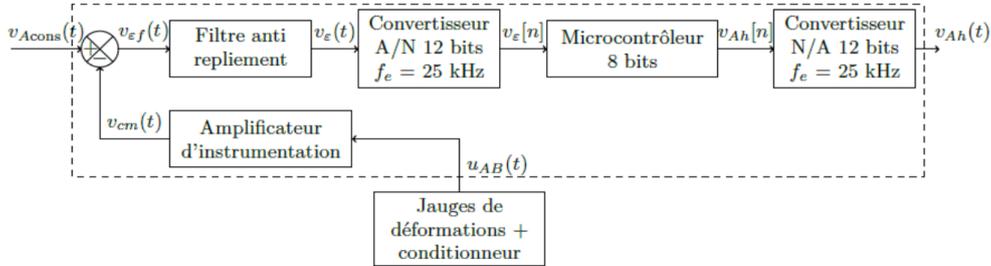
Ce filtre doit éliminer toutes les fréquences supérieures à $f_e / 2$.

Mais cette condition nécessiterait un **filtre passe bas idéal d'ordre élevé pour obtenir une coupure très brutale.**

Un compromis est alors trouvé entre le choix de la fréquence d'échantillonnage nettement plus élevée que la fréquence max utiledu signal à numériser et l'élimination du bruit par le filtre.



Exemple du sujet Centrale Supélec 2012 (Cardiolock)



- 1) Déterminer pour cette structure la fréquence maxi théorique du signal utile numérisable F_{umax} .
- 2) Si on retient cette valeur pour F_{umax} , représenter le gabarit idéal du filtre antirepliement en donnant sa fréquence de coupure F_{ci} .
- 3) Le filtre réalisable étant d'ordre 3, représenter son gabarit pour avoir un atténuation de -60dB de la fréquence F_{umax} .
- 4) Déduire alors la nouvelle fréquence de coupure F_{c3} de ce filtre d'ordre 3.
- 5) Déduire alors la fréquence maxi du signal utile qui sera transmis par ce filtre d'ordre 3 sans atténuation.

3 FILTRAGE NUMERIQUE

3.1 Principe et limites d'un filtre numérique

Un **filtre numérique** effectue un filtrage par une succession d'opérations mathématiques sur un signal discret ou numérisé.

Contrairement aux filtres analogiques, réalisés par l'association de composants physiques (résistance, condensateur, inductance, transistor, AOp etc.), les filtres numériques sont réalisés soit par des circuits intégrés dédiés ou des processeurs programmables (FPGA, microprocesseur, DSP, microcontrôleur, etc.), ou par le logiciel d'un ordinateur.

Les filtres numériques sont donc décrits à l'aide de **langages de programmation**.

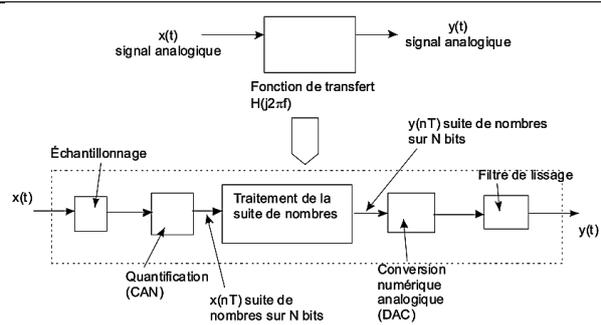
Les filtres numériques peuvent, en théorie, réaliser la totalité des effets de filtrage pouvant être définis par des fonctions mathématiques ou des algorithmes. Les principales limitations des filtres numériques sont la vitesse et la précision.

La bande passante d'un filtre numérique est limitée par la vitesse du processeur, car réaliser un filtre revient à exécuter une suite d'instructions qui nécessitent globalement un nombre de cycles d'horloge du processeur plus ou moins élevé.

3.2 Environnement d'un filtre numérique

Le filtre numérique équivalent à un filtre analogique peut être défini et situé dans une chaîne de traitement de l'information comme le montre la figure ci-contre.

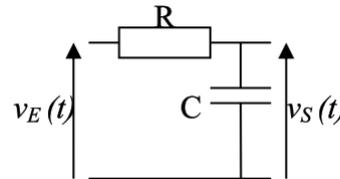
Le filtre numérique correspond plutôt à l'algorithme de traitement appliqué à la suite de nombre $x(nT_e)$ qu'à l'ensemble du dispositif représenté sur la figure qui fait passer de $x(t)$ à $y(t)$.



3.3 Synthèse d'un filtre numérique à partir d'un filtre analogique

Un filtre analogique s'appuie sur une équation différentielle dans le domaine temporel (exemple RC passe bas ordre1)

$$v_S(t) + \tau \cdot \frac{dv_S}{dt} = v_E(t)$$



La synthèse d'un filtre numérique à partir d'un filtre analogique correspond à une équation aux différences exploitant les échantillons obtenus par la numérisation du signal analogique.

Les trois opérations de base à réaliser seront donc :

- La multiplication par une constante,
- La dérivation numérique,
- L'intégration numérique.

3.3.1 Dérivation numérique

En analogique :

- dans le domaine temporel continu la dérivation fait correspondre à un signal $x(t)$ sa dérivée $y(t) = dx(t)/dt$,
- dans le domaine de Laplace sa fonction de transfert est $H(p) = p = Y(p)/X(p)$ avec conditions initiales nulles.

Pour un signal numérisé à la période T_e , la dérivée est obtenue de la façon suivante :

On pose $y(n \cdot T_e)$ la dérivée à l'instant $n \cdot T_e$ noté simplement $y(n)$

$y(n) =$

Illustration sur le signal échantillonné

3.3.2 Intégration numérique

En analogique :

- dans le domaine temporel continu l'intégration fait correspondre à un signal $x(t)$ son intégrale entre 0 et T_1

$$y(t) = \int_0^{T_1} x(t). dt$$

- dans le domaine de Laplace sa fonction de transfert est $H(p) = 1/p = Y(p) / X(p)$.

Pour un signal numérisé à la période Te , l'intégration est obtenue de la façon suivante :

On pose $y(n.Te)$ l'intégrale à l'instant $n.Te$ noté simplement $y(n)$

Méthode des rectangles :

A droite : $y(n) =$

A gauche : $y(n) =$

Méthode des trapèzes : $y(n) =$

Illustration sur le signal échantillonné