



Impédance complexe

Impédance équivalente d'un circuit électrique exprimé en complexe

$$\underline{z} = a + j.b$$

avec j le nombre complexe unité tel que $j^2 = -1$.

avec $|\underline{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$ **module de \underline{z}**

et $\varphi_{(j\omega)} = \text{Arctg} \frac{b}{a}$ **phase de \underline{z}**

$$\underline{z} = a + j.b = |\underline{z}| \cdot e^{j\varphi}$$

	plan temporel	plan complexe
	$u_{(t)} = R.i_{(t)}$	$\underline{U} = R.\underline{I}$
	$u_{(t)} = L \cdot \frac{di}{dt}$	$\underline{U} = jL\omega.\underline{I}$
	$i_{(t)} = C \frac{du}{dt}$	$\underline{U} = \frac{1}{j.C.\omega}.\underline{I}$

Technique de calcul

Les lois de l'électrocinétique s'appliquant en complexe, on privilégiera la loi de courant.

(pour les condensateurs, calculer avec \underline{Z}_c et remplacer au bon moment par $\frac{1}{j.C.\omega}$)

Exemple

Adi en régime linéaire (réaction <0)

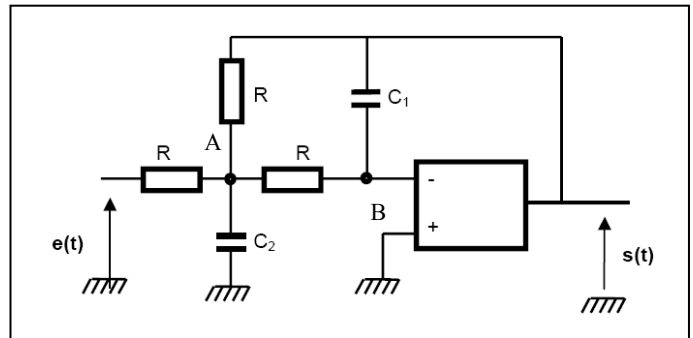
$$\underline{V}^+ = \underline{V}^-$$

Loi de courant en A

$$\frac{\underline{E} - \underline{V}_A}{R} + \frac{\underline{V}^- - \underline{V}_A}{R} + \frac{\underline{S} - \underline{V}_A}{R} + \frac{0 - \underline{V}_A}{\underline{Z}_{c2}} = 0 \quad (1)$$

Loi de courant en B

$$\frac{\underline{V}_A - \underline{V}^-}{R} + \frac{\underline{S} - \underline{V}^-}{\underline{Z}_{c1}} = 0 \quad \text{et} \quad \underline{V}^+ = 0 \quad \text{alors} \quad \underline{V}_A = -\frac{R}{\underline{Z}_{c1}}.\underline{S} \quad (2)$$



en remplaçant (2) dans (1) (après avoir regroupé les termes en \underline{V}_A)

$$\frac{\underline{E}}{R} + \frac{\underline{S}}{R} - \underline{V}_A \cdot \left(\frac{3}{R} + \frac{1}{\underline{Z}_{c2}} \right) = 0$$

Il est judicieux de garder les termes en $\frac{1}{\underline{Z}_c}$ ou $\frac{R}{\underline{Z}_c}$ et de ne pas réduire au même dénominateur

$$\frac{\underline{E}}{R} + \frac{\underline{S}}{R} + \frac{R}{\underline{Z}_{c1}}.\underline{S} \cdot \left(\frac{3}{R} + \frac{1}{\underline{Z}_{c2}} \right) = 0$$

$$\underline{S} \cdot \left[\frac{1}{R} + \frac{R}{\underline{Z}_{c1}} \cdot \left(\frac{3}{R} + \frac{1}{\underline{Z}_{c2}} \right) \right] = -\frac{\underline{E}}{R}$$

$$\underline{F}_{(j\omega)} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{-1}{R \cdot \left[\frac{1}{R} + \frac{3}{\underline{Z}_{c1}} + \frac{R}{\underline{Z}_{c1} \cdot \underline{Z}_{c2}} \right]} \quad \text{finalement}$$

$$\underline{F}_{(j\omega)} = \frac{1}{1 + 3.R.C_1 \cdot j.\omega + R^2.C_1.C_2.(j.\omega)^2}$$

Forme canonique
$$\underline{F}_{(j\omega)} = \frac{1}{1 + 2.m \frac{j\omega}{\omega_o} + \left(\frac{j\omega}{\omega_o} \right)^2}$$

avec $\omega_o = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$ et $m = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$