## Impédance Complexe



## Impédance équivalente d'un circuit électrique

$$\underline{z} = a + j.b$$

avec 
$$|\underline{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$
 module de  $\underline{z}$ 

et 
$$\varphi_{(j\omega)} = Arctg \frac{b}{a}$$
 phase de  $\underline{z}$ 

soit 
$$\underline{z} = a + j.b = |\underline{z}|.e^{j\varphi}$$

	plan temporel	plan complexe
i <sub>(t)</sub> R	$u_{(t)} = R.i_{(t)}$	$\underline{U} = R.\underline{I}$
i <sub>(t)</sub> L	$u_{(t)} = L.\frac{di}{dt}$	$\underline{U} = jL\omega\underline{I}$
	$i_{(t)} = C \frac{du}{dt}$	$\underline{U} = \frac{1}{j.C.\omega}.\underline{I}$

On définit **la résistance** R partie réelle de l'impédance complexe

$$R = \Re(\underline{z})$$

On définit **la réactance** X partie imaginaire de l'impédance complexe

$$X = \Im(\underline{z})$$
 soit  $\underline{z} = R + j.X$ 

## Association série

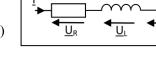
Le courant I est identique dans tous les éléments, et les tensions U<sub>R</sub>, U<sub>L</sub>, U<sub>C</sub> différentes en module et en phase.

On peut écrire la loi des mailles complexe : 
$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = \underline{I}.(R + j.L.\omega + \frac{1}{i.C.\omega})$$

L'impédance équivalente du dipôle est

$$\underline{Z} = R + j.L.\omega + \frac{1}{j.C.\omega} = R + j.(L.\omega - \frac{1}{C.\omega})$$

$$\underline{Z} = R + j.(L.\omega - \frac{1}{C.\omega})$$



$$\underline{Z} = R + j.(L.\omega - \frac{1}{C.\omega})$$

Sa partie imaginaire s'annule pour  $\omega=\omega_{O}=\frac{1}{\sqrt{L.C}}$  pulsation de résonance propre

Pour 
$$\omega = \omega_O$$

le courant I est maximum et réel, il vaut  $I_{M\!A\!X} = \frac{U}{R}$  La tension aux bornes de C est :  $U_C = \frac{I_{M\!A\!X}}{C.\omega_O} = \frac{U}{R.C.\omega_O} = \frac{U}{R}.\sqrt{\frac{L}{C}}$ 

Le coefficient de surtension ou facteur de qualité Q est le rapport  $Q = \frac{U_C}{U} = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{L.\omega_O}{R}$ 

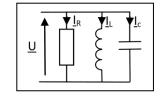
$$Q = \frac{U_C}{U} = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{L.\omega_O}{R}$$

## Association parallèle

La tension U est identique pour tous les éléments, et les courants I<sub>R</sub>, I<sub>L</sub>, I<sub>C</sub> différents en module et en phase.

On peut écrire la loi de courant complexe :  $\underline{I} = \underline{I_R} + \underline{I_L} + \underline{I_C} = (\frac{U}{R} + \frac{U}{i I.\omega} + j.C.\omega.U)$ 

L'admittance équivalente  $\underline{Y}$  du dipôle est  $\underline{Y} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j.L.\omega} + j.C.\omega = \frac{1}{R} + j.(C.\omega - \frac{1}{L.\omega})$ 



$$\underline{\underline{Y} = \frac{1}{R} + j.(C.\omega - \frac{1}{L.\omega})}$$

Sa partie imaginaire s'annule pour  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{IC}}$  pulsation de résonance propre



L'admittance étant alors minimale, l'impédance  $\underline{Z} = \frac{1}{V}$  est maximale.

Le courant I passe par un minimum  $I=I_R=I_{MIN}=\frac{U}{R}$  Le facteur de qualité est le rapport  $Q=\frac{I_L}{I_{MIN}}=\frac{R}{L.\omega_O}=\frac{I_C}{I_{MIN}}=R.C.\omega_O$