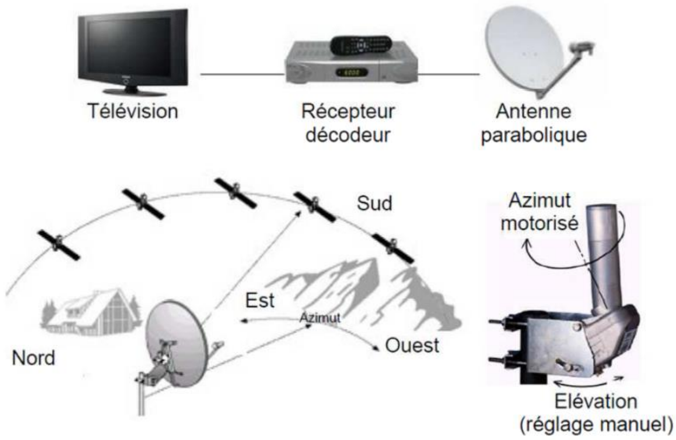
ANTENNE PARABOLIQUE

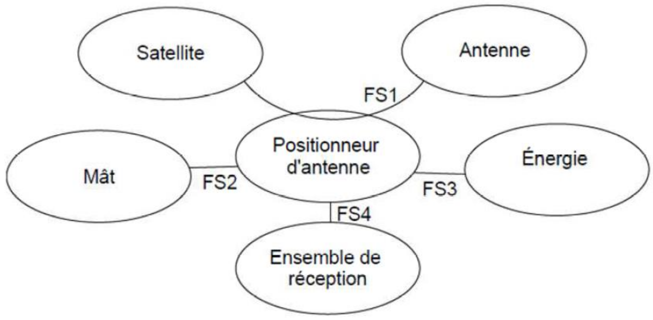
Problématique : Les exigences du cahier des charges sont-elles vérifiées ?

Contexte

La réception des chaînes de télévision par satellite nécessite un récepteur/décodeur et une antenne parabolique. Pour augmenter le nombre de chaînes reçues, l'antenne doit pouvoir s'orienter vers plusieurs satellites différents. Le satellite choisi dépend de la chaîne demandée. Tous les satellites de radiodiffusion sont situés sur l'orbite géostationnaire à 36000 km au-dessus de l'équateur. Le réglage de l'orientation de l'antenne ne nécessite donc qu'une seule rotation autour d'un axe appelé axe d'azimut



Le cahier des charges partiel à satisfaire est fourni sur le diagramme pieuvre suivant :

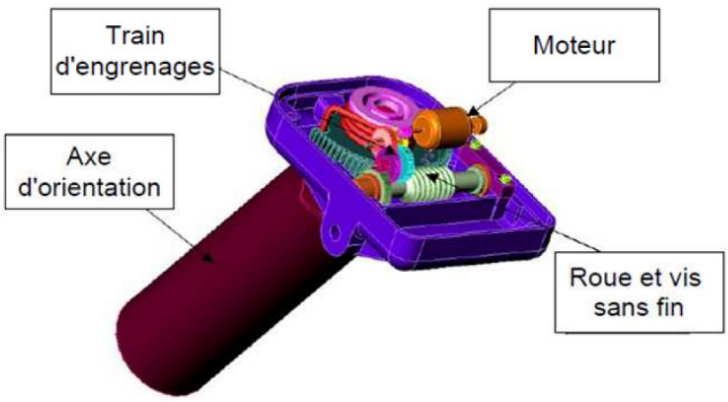


FS1 : orienter l'antenne vers un satellite présélectionné
FS2 : se fixer sur le mât
FS3 : s'adapter à l'énergie disponible
FS4 : s'adapter aux normes de transmissions de l'ensemble de réception

Fonction	Critère	Niveau
FS1	Angle de rotation	[-62° ; 62°]
	Vitesse de rotation	1,8°/s
	Ecart de positionnement	+/- 0,1°
	Temps de réponse	Le plus faible
	Masse	< 12 kg
	Diamètre	< 100 cm

L'axe d'azimut utilise un dispositif de réduction de vitesse (engrenages et roue et vis sans fin). Si on note $\omega_a(t)$ la vitesse de rotation de l'axe d'orientation et $\omega_m(t)$ la vitesse de rotation du moteur, on a la relation suivante :

$$\frac{\omega_a(t)}{\omega_m(t)} = \frac{1}{N} = \frac{1}{23328}$$



Les équations du moteur à courant continu, qui est utilisé dans la motorisation, sont les suivantes :

(1)	$u_m(t) = e_m(t) + R_m i_m(t) + L_m \frac{di_m(t)}{dt}$
(2)	$e_m(t) = K_e \omega_m(t)$
(3)	$c_m(t) = K_c i_m(t)$
(4)	$c_m(t) = J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt}$

Avec :

- $u_m(t)$: Tension d'entrée aux bornes du moteur (V)
- $e_m(t)$: Force contre électromotrice (V)
- $i_m(t)$: Intensité (A)
- $\omega_m(t)$: Vitesse de rotation du moteur ($rad.s^{-1}$)
- $c_m(t)$: Couple moteur ($N.m$)

ANTENNE PARABOLIQUE

- J_m : Inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur ($Kg.m^2$)
- R_m : Résistance électrique du moteur ($9{,}1\ \Omega$)
- L_m : Inductance du moteur (H)
- k_e : Constante de force contre-électromotrice ($0{,}022\ V.rad^{-1}.s$)
- k_c : Constante de couple ($0{,}022\ N.m.A^{-1}$)

Questions

Q1 *Réaliser le schéma bloc du moteur.*

Q2 *Déterminer la fonction de transfert $\boldsymbol{H(p)} = \frac{\boldsymbol{\Omega_m(p)}}{\boldsymbol{U_m(p)}}$. Montrer que $\boldsymbol{H(p)}$ peut se mettre sous la forme canonique d'un second ordre et déterminer les valeurs littérales de ses coefficients en fonction des constantes fournies.*

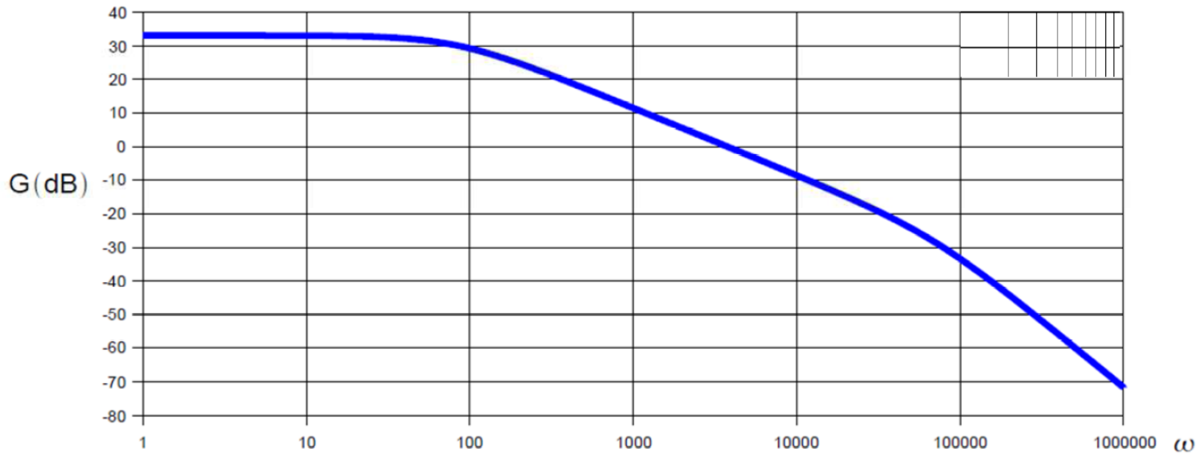
On note $\tau_e = \frac{L_m}{R_m}$ la constante de temps électrique du moteur, et $\tau_m = \frac{R_m J_m}{k_e k_c}$. On suppose que le temps d'établissement du courant est bien inférieur au temps de mise en mouvement de toute la mécanique, ce qui revient à dire que $\tau_e \ll \tau_m$.

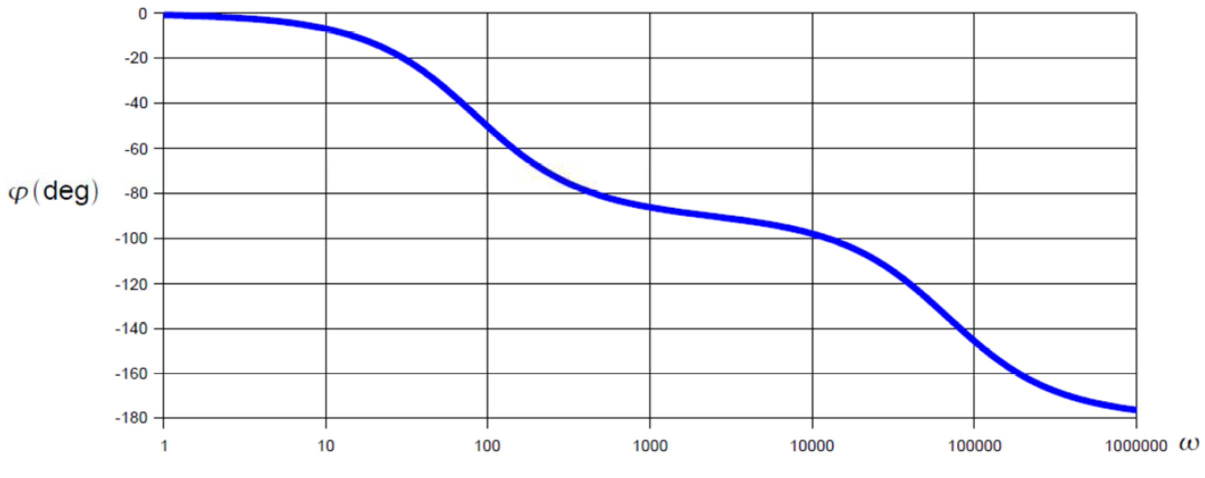
Q3 *Exprimer le coefficient d'amortissement z du système en fonction de $\boldsymbol{\tau_e}$ et $\boldsymbol{\tau_m}$.*

Q4 *Conclure sachant que $\boldsymbol{\tau_e} \ll \mathbf{1}$.*

Q5 *Montrer alors que la fonction de transfert du moteur peut s'écrire $\boldsymbol{H(p)} \approx \frac{\boldsymbol{K}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau_e p})(\mathbf{1}+\boldsymbol{\tau_m p})}$.*

Q6 *Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode du moteur sur le tracé ci-dessous. Les courbes correspondent au diagramme de Bode obtenu expérimentalement. Préciser sur les diagrammes l'ensemble des caractéristiques connues à ce stade (pulsations, pentes, valeurs).*





ANTENNE PARABOLIQUE

Q7 *Justifier à postériori que $\boldsymbol{\tau_e} \ll \boldsymbol{\tau_m}$ et en déduire $\boldsymbol{J_m}$ et $\boldsymbol{L_m}$.*

On soumet le moteur à un échelon de tension U_0 : $u_m(t) = U_0\, u(t)$.

Q8 *Justifier le fait que la fonction $\boldsymbol{\omega_m(t)}$ aura une pente à l'origine horizontale.*

Grâce à la propriété $\tau_e \ll \tau_m$, on approxime, dans toute la suite, la fonction $H(p)$ par $\frac{K}{1+\tau_m p}$.

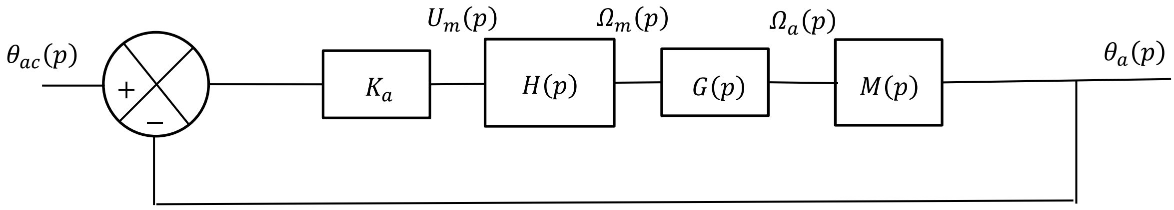
Q9 *Justifier le fait que le moteur puisse être assimilé à un système du premier ordre.*

Q10 *Déterminer l'expression analytique de $\boldsymbol{\omega_m(t)}$ en fonction de $\boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{\tau_m}$ et $\boldsymbol{U_0}$.*

Indépendamment des résultats précédents, on prend pour la suite $\tau_m = 0{,}012\, s$ et $K = 45\, rad.s^{-1}.V^{-1}$. La tension nominale d'utilisation est $U_0 = 18\, V$.

Q11 *Montrer que le moteur n'excède pas sa valeur limite de rotation de $\mathbf{8000}\ \boldsymbol{tr.min^{-1}}$.*

La chaîne d'asservissement complète est donnée sur le schéma bloc suivant (θ_{ac} est l'angle de consigne que l'on souhaite faire prendre à l'antenne, θ_a est l'angle réellement pris par l'antenne, défini par $\omega_a = \frac{d\theta_a}{dt}$, K_a est un gain constant).



Q12 *Déterminer l'expression de $\boldsymbol{G(p)}$ et $M(\boldsymbol{p})$.*

Q13 *Déterminer la fonction de transfert $\frac{\boldsymbol{\theta_a(p)}}{\boldsymbol{\theta_{ac}(p)}}$, montrer que c'est une fonction du second ordre, et déterminer l'expression littérale de son gain $\boldsymbol{K_T}$, de son coefficient d'amortissement $\boldsymbol{z_T}$ et de sa pulsation propre $\boldsymbol{\omega_{0_T}}$.*

Q14 *Montrer que le système vérifie le critère d'écart de positionnement du cahier des charges.*

Q15 *Déterminer $\boldsymbol{K_a}$ pour que le système puisse satisfaire le critère de temps de réponse du cahier des charges.*