



EQUATION DIFFERENTIELLE LINEAIRE ORDRE 1

Forme normalisée

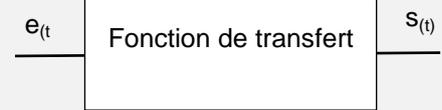
$$\tau \cdot \frac{ds}{dt} + s_{(t)} = \lambda \cdot e_{(t)}$$

Paramètres

τ constante de temps

λ coefficient statique ou gain

Système



Les équations différentielles linéaires (à coefficients constants) sont utilisées pour décrire des systèmes physiques dont on cherche à exprimer la sortie $s_{(t)}$ en fonction de l'entrée $e_{(t)}$.

Solution

La solution d'une équation différentielle linéaire (à coefficients constants) est la somme :

<ul style="list-style-type: none"> d'une solution générale sans second membre dite homogène $\tau \cdot \frac{ds}{dt} + s_{(t)} = 0$, qui disparaît avec le temps si le système est stable (exponentielle décroissante en e^{at} avec $a < 0$). Il s'agit du <u>régime libre</u>. 	$s_{g(t)} = A \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)}$
<ul style="list-style-type: none"> d'une solution particulière de l'équation complète $\tau \cdot \frac{ds}{dt} + s_{(t)} = \lambda \cdot e_{(t)}$ que l'on obtient en remarquant que pour un système linéaire et au bout d'un temps suffisamment long (après le régime transitoire), le signal de sortie $s(t)$ a même allure que celui d'entrée. Il s'agit du <u>régime forcé</u>. 	$s_{p(t)} = \dots$
$s_{(t)} = s_{g(t)} + s_{p(t)}$	

Cas particulier d'une entrée CONSTANTE

Solution particulière $s_{p(t)}$: le signal de sortie $s(t)$ a même allure que celui d'entrée $e_{(t)} = E = cst$ c'est-à-dire que la

sortie sera également une constante. Alors $\frac{ds}{dt} = 0$ et $s_{p(t)} = \lambda \cdot E$ Finalement $s_{(t)} = s_{g(t)} + s_{p(t)} = A \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} + \lambda \cdot E$

Avec la condition initiale sur $s_{(t)}$: $s_{(0)} = S_0$ on calcule A $s_{(0)} = A \cdot e^{\left(\frac{0}{\tau}\right)} + \lambda \cdot E = S_0$ alors $A = S_0 - \lambda \cdot E$

$$\text{et } s_{(t)} = A \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} + \lambda \cdot E = (S_0 - \lambda \cdot E) \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} + \lambda \cdot E$$

$$s_{(t)} = (S_0 - \lambda \cdot E) \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} + \lambda \cdot E$$

