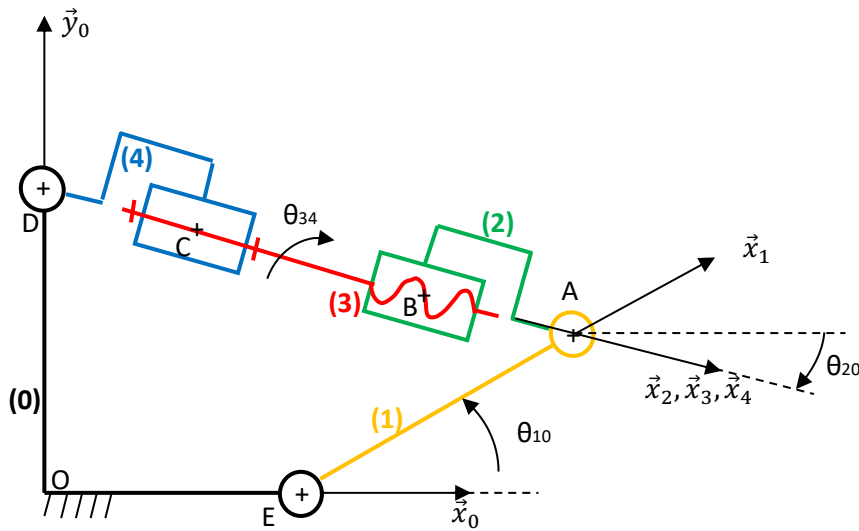


## CORRIGE Document A3\_DR1\_Maxpid

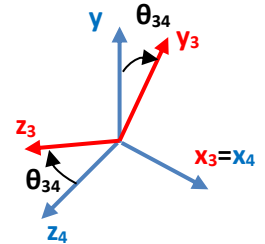
	nom du composant	mouvement	Paramètre ( $\theta_{ij}$ )
entrée	vis	Rotation de la vis / moteur	$\theta_{34}$
sortie	bras	Rotation du bras / bâti	$\theta_{10}$

Schéma cinématique minimal plan ( $\vec{x}_0, \vec{y}_0$ )

Echelle 1:2



pas	$p$	4 mm
OD	$a$	80 mm
AE	$b$	80 mm
OE	$c$	70 mm
DA	$\lambda_{(t)}$	
	$\lambda_0$	170 mm

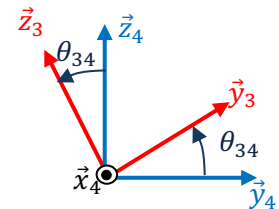
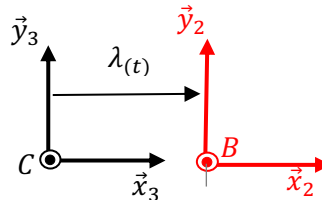
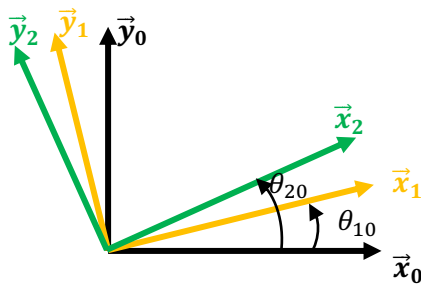


### paramétrage

- $R_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  le repère associé au bâti, repère de référence.
- $R_1 (E, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  le repère associé au bras.
- $R_2 (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  le repère associé à l'écrou.
- $R_3 (C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  le repère associé à la vis.
- $R_4 (D, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$  le repère associé au bloc moteur.

Les paramètres angulaires sont notés  $\theta_{ij}$  avec  $i$  et  $j$  étant le repère des pièces concernées.

### Figures de changement de base



### Fermeture géométrique

$$\vec{OD} + \vec{DA} + \vec{AE} + \vec{EO} = \vec{0}$$

$$a \cdot \vec{y}_0 + \lambda_{(t)} \cdot \vec{x}_2 - b \cdot \vec{x}_1 - c \cdot \vec{x}_0 = \vec{0}$$

avec  $\lambda_{(t)} = \lambda_0 + p \cdot \frac{\theta_{34}}{2\pi}$

### Projections

$$a \cdot \vec{y}_0 + \lambda_{(t)} \cdot \vec{x}_2 - b \cdot \vec{x}_1 - c \cdot \vec{x}_0 = \vec{0}$$

projection sur  $\vec{x}_0$      $0 + \lambda_{(t)} \cdot \cos \theta_{20} - b \cdot \cos \theta_{10} - c = 0$

projection sur  $\vec{y}_0$      $a + \lambda_{(t)} \cdot \sin \theta_{20} - b \cdot \sin \theta_{10} - 0 = 0$

### Résolution

on recherche une relation entre  $\theta_{10}$  et  $\theta_{34}$  avec  $\lambda_{(t)} = \lambda_0 + p \cdot \frac{\theta_{34}}{2\pi}$

il faut éliminer  $\theta_{20}$  en utilisant la *formule de trigo* ( $\cos^2 \theta_{20} + \sin^2 \theta_{20} = 1$ )

soit  $\left(\frac{b \cdot \cos \theta_{10} + c}{\lambda_{(t)}}\right)^2 + \left(\frac{b \cdot \sin \theta_{10} - a}{\lambda_{(t)}}\right)^2 = 1$

$$(b \cdot \cos \theta_{10} + c)^2 + (b \cdot \sin \theta_{10} - a)^2 = \lambda_{(t)}^2$$

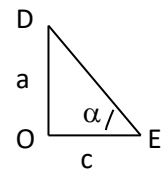
$$b^2 \cdot \cos^2 \theta_{10} + c^2 + 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \theta_{10} + b^2 \cdot \sin^2 \theta_{10} + a^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \sin \theta_{10} = \lambda_{(t)}^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot b \cdot (c \cdot \cos \theta_{10} - a \cdot \sin \theta_{10}) = \lambda_{(t)}^2$$

On pose  $(c \cdot \cos \theta_{10} - a \cdot \sin \theta_{10}) = \sqrt{a^2 + c^2} \cdot \left( \frac{c}{\sqrt{a^2 + c^2}} \cdot \cos \theta_{10} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + c^2}} \cdot \sin \theta_{10} \right)$

La relation s'écrit désormais :

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot b \cdot \sqrt{a^2 + c^2} \left( \frac{c}{\sqrt{a^2 + c^2}} \cdot \cos \theta_{10} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + c^2}} \cdot \sin \theta_{10} \right) = \lambda_{(t)}^2$$



Si on pose que  $\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{a}{c} \right)$  alors  $\frac{c}{\sqrt{a^2 + c^2}} = \cos \alpha$  et  $\frac{a}{\sqrt{a^2 + c^2}} = \sin \alpha$

Et donc  $(c \cdot \cos \theta_{10} - a \cdot \sin \theta_{10}) = \sqrt{a^2 + c^2} \cdot (\cos \alpha \cdot \cos \theta_{10} - \sin \alpha \cdot \sin \theta_{10}) = \sqrt{a^2 + c^2} \cdot \cos(\theta_{10} + \alpha)$

Désormais il est établi que :  $a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot b \cdot \sqrt{a^2 + c^2} \cdot \cos(\theta_{10} + \alpha) = \lambda_{(t)}^2$

$$2 \cdot b \cdot \sqrt{a^2 + c^2} \cdot \cos(\theta_{10} + \alpha) = \lambda_{(t)}^2 - a^2 - b^2 - c^2$$

$$\cos(\theta_{10} + \alpha) = \frac{\lambda_{(t)}^2 - a^2 - b^2 - c^2}{2 \cdot b \cdot \sqrt{a^2 + c^2}}$$

Finalement la loi entrée/sortie peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\theta_{10(t)} = \cos^{-1} \left[ \left( \frac{\lambda_{(t)}^2 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2 \cdot b \cdot \sqrt{a^2 + c^2}} \right) \right] - \tan^{-1} \left( \frac{a}{c} \right)$$

avec  $\lambda_{(t)} = \lambda_0 + p \cdot \frac{\theta_{34(t)}}{2\pi}$