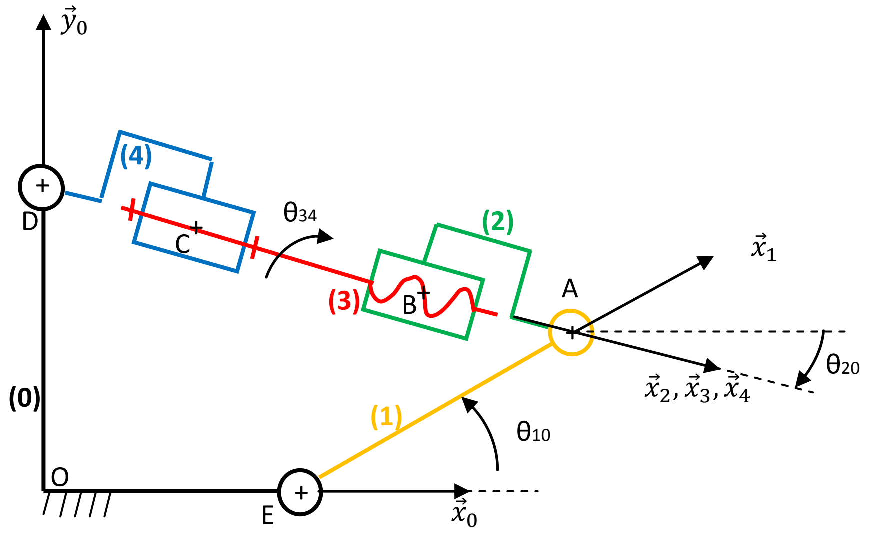
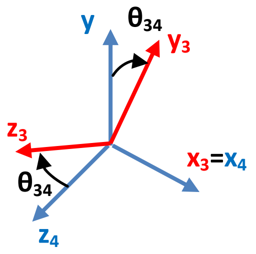
CORRIGE Document A3_DR1_Maxpid

	nom du composant	mouvement	Paramètre (θ_{ij})
entrée	vis	Rotation de la vis / moteur	θ_{34}
sortie	bras	Rotation du bras / bâti	θ_{10}

Schéma cinématique minimal plan $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$	*Echelle 1:2*



pas	$\boldsymbol{p}$	**4 mm**
OD	$\boldsymbol{a}$	**80 mm**
AE	$\boldsymbol{b}$	**80 mm**
OE	$\boldsymbol{c}$	**70 mm**
DA	$\boldsymbol{\lambda_{(t)}}$	
	$\boldsymbol{\lambda_0}$	**170 mm**

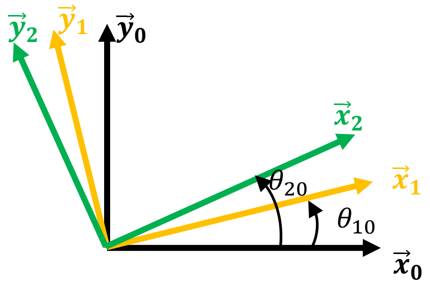


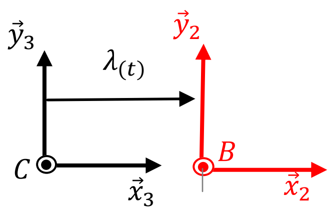
paramétrage

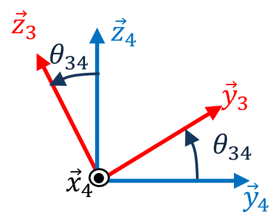
- $R_0\ (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère associé au bâti, repère de référence.
- $R_1\ (E, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère associé au bras.
- $R_2\ (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ le repère associé à l'écrou.
- $R_3\ (C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ le repère associé à la vis.
- $R_4\ (D, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ le repère associé au bloc moteur.

Les paramètres angulaires sont notés θ_{ij} avec i et j étant le repère des pièces concernées.

Figures de changement de base







Fermeture géométrique

$\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EO} = \vec{0}$

$a.\vec{y}_0 + \lambda_{(t)}.\vec{x}_2 - b.\vec{x}_1 - c.\vec{x}_0 = \vec{0}$

avec $\lambda_{(t)} = \lambda_0 + p.\frac{\theta_{34}}{2.\pi}$

Projections

$a.\vec{y}_0 + \lambda_{(t)}.\vec{x}_2 - b.\vec{x}_1 - c.\vec{x}_0 = \vec{0}$

projection sur $\vec{x}_0$ $\quad 0 + \lambda_{(t)}.\cos\theta_{20} - b.\cos\theta_{10} - c = 0$

projection sur $\vec{y}_0$ $\quad a + \lambda_{(t)}.\sin\theta_{20} - b.\sin\theta_{10} - 0 = 0$

Résolution

on recherche une relation entre θ_{10} et θ_{34} avec $\lambda_{(t)} = \lambda_0 + p.\frac{\theta_{34}}{2.\pi}$

il faut éliminer θ_{20} en utilisant la *formule de trigo* $(\cos^2\theta_{20} + \sin^2\theta_{20} = 1)$

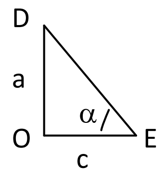
soit $\left(\frac{b.\cos\theta_{10}+c}{\lambda_{(t)}}\right)^2 + \left(\frac{b.\sin\theta_{10}-a}{\lambda_{(t)}}\right)^2 = 1$

$(b.\cos\theta_{10} + c)^2 + (b.\sin\theta_{10} - a)^2 = \lambda_{(t)}^2$

$b^2.\cos^2\theta_{10} + c^2 + 2.b.c.\cos\theta_{10} + b^2.\sin^2\theta_{10} + a^2 - 2.a.b.\sin\theta_{10} = \lambda_{(t)}^2$

$a^2 + b^2 + c^2 + 2.b.(c.\cos\theta_{10} - a.\sin\theta_{10}) = \lambda_{(t)}^2$

On pose $(c.\cos\theta_{10} - a.\sin\theta_{10}) = \sqrt{a^2+c^2}.\left(\frac{c}{\sqrt{a^2+c^2}}.\cos\theta_{10} - \frac{a}{\sqrt{a^2+c^2}}.\sin\theta_{10}\right)$



La relation s'écrit désormais :

$$a^2+b^2+c^2+2.b.\sqrt{a^2+c^2}\left(\frac{c}{\sqrt{a^2+c^2}}.\cos\theta_{10} - \frac{a}{\sqrt{a^2+c^2}}.\sin\theta_{10}\right) = \lambda_{(t)}^2$$

Si on pose que $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{a}{c}\right)$ alors $\frac{c}{\sqrt{a^2+c^2}}$ = cos α et $\frac{a}{\sqrt{a^2+c^2}}$ = sin α

Et donc $(c.\cos\theta_{10} - a.\sin\theta_{10}) = \sqrt{a^2+c^2}.(\cos\alpha.\cos\theta_{10} - \sin\alpha.\sin\theta_{10}) = \sqrt{a^2+c^2}.\cos(\theta_{10}+\alpha)$

Désormais il est établi que : $a^2+b^2+c^2+2.b.\sqrt{a^2+c^2}.\cos(\theta_{10}+\alpha) = \lambda_{(t)}^2$

$2.b.\sqrt{a^2+c^2}.\cos(\theta_{10}+\alpha) = \lambda_{(t)}^2 - a^2 - b^2 - c^2$

$$\cos(\theta_{10}+\alpha) = \frac{\lambda_{(t)}^2 - a^2 - b^2 - c^2}{2.b.\sqrt{a^2+c^2}}$$

Finalement la loi entrée/sortie peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\theta_{10_{(t)}} = \cos^{-1}\left[\left(\frac{\lambda_{(t)}^2-(a^2+b^2+c^2)}{2.b.\sqrt{a^2+c^2}}\right)\right] - \tan^{-1}\left(\frac{a}{c}\right)}$$

avec $\boldsymbol{\lambda_{(t)} = \lambda_0 + p.\frac{\theta_{34_{(t)}}}{2.\pi}}$