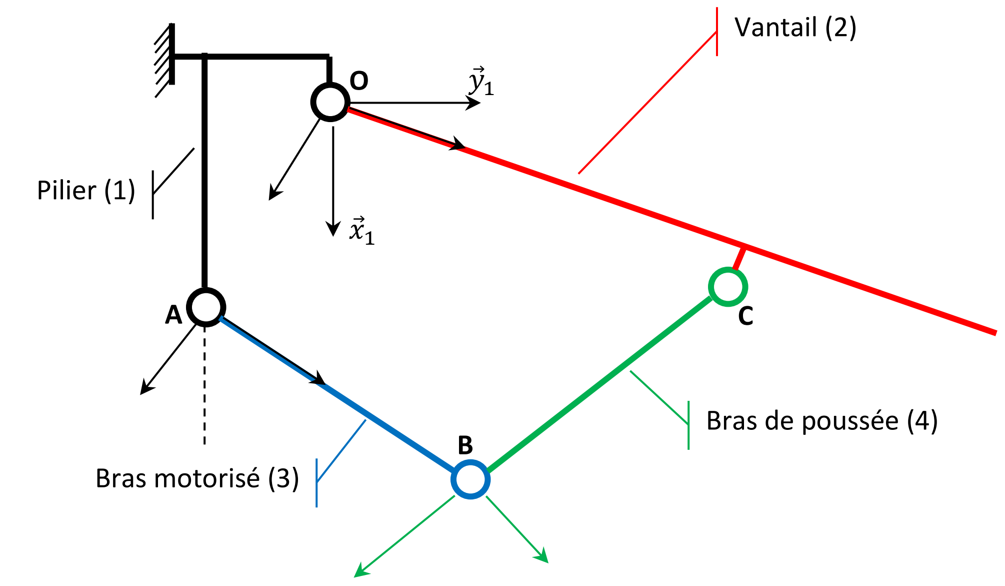
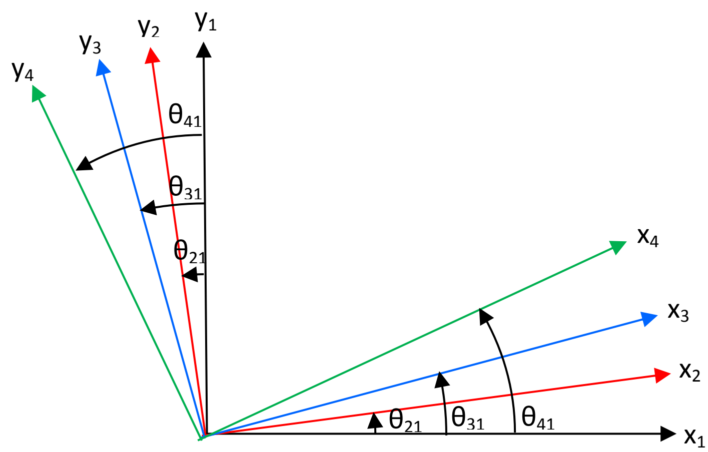
CORRIGE Document A3_DR1_Portail

Schéma cinématique minimal plan ($\vec{x}_1, \vec{y}_1$)



Figures de changement de base



$\overrightarrow{OA} = b.\vec{x}_1 - a.\vec{y}_1$
$\overrightarrow{CB} = l.\vec{x}_4$
$\overrightarrow{OC} = c.\vec{x}_2 - d.\vec{y}_2$
$\overrightarrow{AB} = l.\vec{y}_3$

$a = 100\ mm$
$b = 260\ mm$
$c = 324\ mm$
$l = 280\ mm$
$d = 20\ mm$

Fermetures géométriques

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CO} = \vec{0}$$
$$b.\vec{x}_1 - a.\vec{y}_1 + l.\vec{y}_3 - l.\vec{x}_4 - c.\vec{x}_2 + d.\vec{y}_2 = \vec{0}$$

Projections

projection sur $\vec{x}_1$ $\quad b - 0 - l.\sin\theta_{31} - l.\cos\theta_{41} - c.\cos\theta_{21} - d.\sin\theta_{21} = 0$
projection sur $\vec{y}_1$ $\quad 0 - a + l.\cos\theta_{31} - l.\sin\theta_{41} - c.\sin\theta_{21} + d.\cos\theta_{21} = 0$

Résolution : loi d'entrée-sortie

ça pique….
en éliminant θ_{41} par $\cos^2\theta_{41} + \sin^2\theta_{41} = 1$

$\dfrac{b - l.\sin\theta_{31} - c.\cos\theta_{21} - d.\sin\theta_{21}}{l} = \cos\theta_{41}$	$\dfrac{-a + l.\cos\theta_{31} - c.\sin\theta_{21} + d.\cos\theta_{21}}{l} = \sin\theta_{41}$

$$(-a + l.\cos\theta_{31} - c.\sin\theta_{21} + d.\cos\theta_{21})^2 + (b - l.\sin\theta_{31} - c.\cos\theta_{21} - d.\sin\theta_{21})^2 = l^2$$

et en développant on obtient la relation $\quad A(\theta_{31}).\cos\theta_{21} + B(\theta_{31}).\sin\theta_{21} + C(\theta_{31}) = 0$

avec :
$A(\theta_{31}) = 2.(-b.c - a.d - c.l.\cos\theta_{31} + d.l.\sin\theta_{31})$
$B(\theta_{31}) = 2.(-b.d + a.c - c.l.\sin\theta_{31} - d.l.\cos\theta_{31})$
$C(\theta_{31}) = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2.l.(-a.\sin\theta_{31} + b.\cos\theta_{31})$

$$A.\cos\theta_{21} + B.\sin\theta_{21} = -C$$

$$(A.\cos\theta_{21} + B.\sin\theta_{21}) = \sqrt{A^2+B^2}.\left(\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}.\cos\theta_{21} + \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}.\sin\theta_{21}\right)$$

$$(A.\cos\theta_{21} + B.\sin\theta_{21}) = \sqrt{A^2+B^2}.(\cos\alpha.\cos\theta_{21} + \sin\alpha.\sin\theta_{21}) = \sqrt{A^2+B^2}.\cos(\theta_{21}-\alpha)$$

avec $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$

$$\sqrt{A^2+B^2}.\cos\left(\theta_{21} - \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)\right) = -C$$

$$\theta_{21} = \cos^{-1}\left(-\frac{C}{\sqrt{A^2+B^2}}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$$

avec :

$A(\theta_{31}) = 2.(-b.c - a.d - c.l.\cos\theta_{31} + d.l.\sin\theta_{31})$

$B(\theta_{31}) = 2.(-b.d + a.c - c.l.\sin\theta_{31} - d.l.\cos\theta_{31})$

$C(\theta_{31}) = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2.l.(-a.\sin\theta_{31} + b.\cos\theta_{31})$