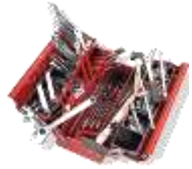

EQUATION DIFFERENTIELLE LINEAIRE ORDRE 1

Forme normalisée

$$\boxed{\tau.\frac{ds}{dt}+s_{(t)}=\lambda.e_{(t)}}$$

Paramètres

τ constante de temps

λ coefficient statique ou gain

Système

$e_{(t}$ → Fonction de transfert → $s_{(t)}$

Les équations différentielles linéaires (à coefficients constants) sont utilisées pour décrire des systèmes physiques comportant des accumulateurs d'énergie (L, C, J) dont on cherche à exprimer la sortie $s_{(t)}$ en fonction de l'entrée $e_{(t)}$.

Solution

La solution d'une équation différentielle linéaire (à coefficients constants) est la somme :

• d'une solution générale sans second membre dite homogène $\tau.\frac{ds}{dt}+s_{(t)}=0$, qui disparaît avec le temps si le système est stable (exponentielle décroissante en e^{at} avec a < 0). Il s'agit du <u>régime libre</u>.	$\boxed{s_{g(t)}=A.e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}}$
• d'une solution particulière de l'équation complète $\tau.\frac{ds}{dt}+s_{(t)}=\lambda.e_{(t)}$ que l'on obtient en remarquant que pour un système linéaire et au bout d'un temps suffisamment long (après le régime transitoire), le signal de sortie s(t) a même allure que celui d'entrée. Il s'agit du <u>régime forcé</u>.	$\boxed{s_{p(t)}=.....}$
$\boxed{s_{(t)}=s_{g(t)}+s_{p(t)}}$	

Cas particulier d'une entrée CONSTANTE

Solution particulière $s_{p(t)}$: le signal de sortie s(t) a même allure que celui d'entrée $e_{(t)}=E=cst$ c'est-à-dire que la sortie sera également une constante. Alors $\frac{ds}{dt}=0$ et $s_{p(t)}=\lambda.E$ Finalement $s_{(t)}=s_{g(t)}+s_{p(t)}=A.e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}+\lambda.E$

Avec la condition initiale sur $s_{(t)}$: $s_{(o)}=S_o$ on calcule A $s_{(0)}=A.e^{\left(-\frac{0}{\tau}\right)}+\lambda.E=S_o$ alors $A=S_o-\lambda.E$

et $s_{(t)}==A.e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}+\lambda.E=(S_o-\lambda.E).e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}+\lambda.E$

$$\boxed{s_{(t)}=(S_o-\lambda.E).e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}+\lambda.E}$$