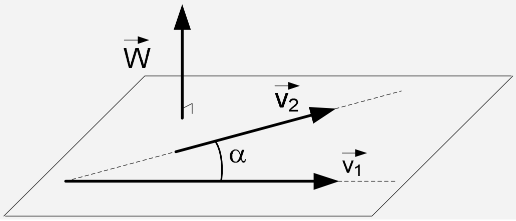
PRODUIT VECTORIEL

Considérons la relation suivante $\vec{W} = \vec{V_1} \wedge \vec{V_2}$ Alors :

DIRECTION : $\vec{W}$ est orthogonal au plan $(\vec{V_1}, \vec{V_2})$

SENS : le trièdre $(\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{W})$ est direct

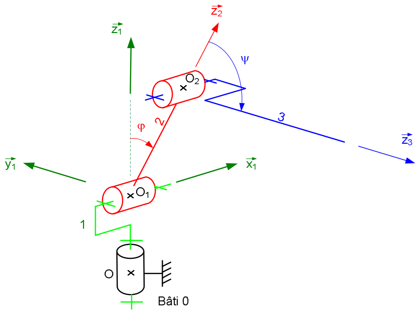
NORME : $\|\vec{W}\| = \|\vec{V_1}\| \times \|\vec{V_2}\| \times |\sin(\alpha)|$

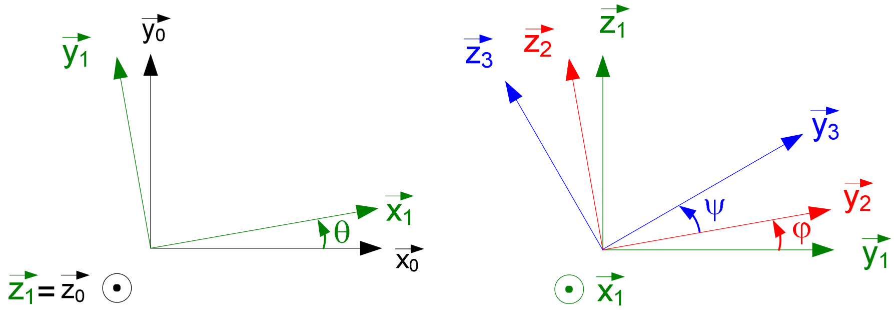


Remarque : $\vec{V_1} \wedge \vec{V_2}$ *se lit « V_1 vectoriel V_2 »*
le résultat du produit vectoriel entre 2 vecteurs est un vecteur !

☞ TECHNIQUE : Comment calculer $\vec{y_3} \wedge \vec{y_1}$?

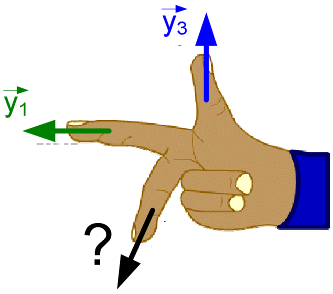
ETAPE 1 Construire les figures planes de changement de base (si elles ne sont pas données).



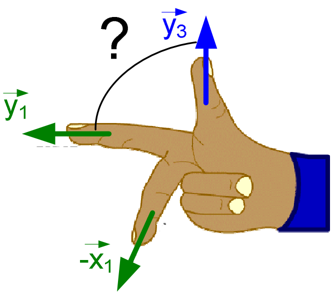


Figures planes de changement de base associées

ETAPE 2 Rechercher sur quelle figure plane se trouvent les deux vecteurs ➔ DIRECTION : orthogonal au plan $(\vec{y_3}, \vec{y_1})$



ETAPE 3
Réaliser un trièdre direct avec les 3 doigts de sa main DROITE
Identifier le sens du produit vectoriel à partir de la figure plane
➔ SENS : $-\vec{x_1}$



ETAPE 4
On mesure la valeur absolue de l'angle entre les vecteurs
Ici $|\varphi + \psi| = \varphi + \psi$ car φ et ψ sont positifs sur la figure plane
➔ NORME : $\|\vec{y_3}\| \times \|\vec{y_1}\| \times \sin(\varphi + \psi) = 1 \times 1 \times \sin(\varphi + \psi)$

Finalement, il vient $\vec{y_3} \wedge \vec{y_1} = -\sin(\varphi + \psi).\vec{x_1}$

Exemples

$\vec{y_3} \wedge \vec{z_1} = +\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi - \psi\right).\vec{x_1} = \cos(\varphi + \psi).\vec{x_1}$ $\qquad \vec{z_3} \wedge \vec{y_1} = -\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi + \psi\right).\vec{x_1} = -\cos(\varphi + \psi).\vec{x_1}$

$\vec{x_1} \wedge \vec{z_1} = -\vec{y_1}$ $\qquad \vec{x_0} \wedge \vec{y_2} = \left(\cos(\theta).\vec{x_1} - \sin(\theta).\vec{y_1}\right) \wedge \vec{y_2} = \cos(\theta).\underbrace{\vec{x_1} \wedge \vec{y_2}}_{=\vec{z_2}} - \sin(\theta).\underbrace{\vec{y_1} \wedge \vec{y_2}}_{=+\sin(\varphi).\vec{x_1}}$