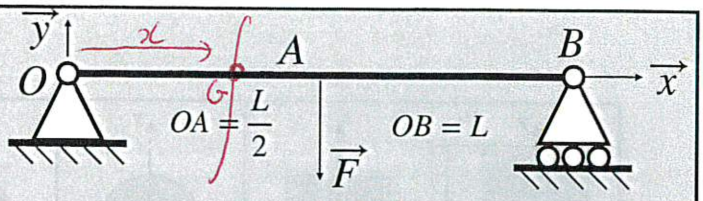
9. Exercice de cours

1. Déterminer la flèche $y(x)$ sur le tronçon $[OA]$.



- $EIy''(x) = \frac{F}{2}.x = Mf_z(x)$
- $EIy'(x) = \frac{F}{4}x^2 + C_1$
- $\boxed{EI.y(x) = \frac{F}{12}x^3 + C_1.x + C_2}$

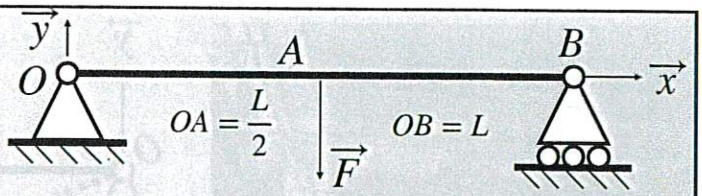
C_1 et C_2 sont deux constantes d'intégration à obtenir avec les conditions de limites et de continuité.

F. BLASCHECK

Lycée Eiffel

9. Exercice de cours

2. Déterminer la flèche $y(x)$ sur le tronçon $[AB]$.



- $EIy''(x) = \frac{F}{2}(L-x)$
- $EIy'(x) = -\frac{F}{4}(L-x)^2 + C_3$
- $\boxed{EIy(x) = +\frac{F}{12}(L-x)^3 + C_3.x + C_4}$

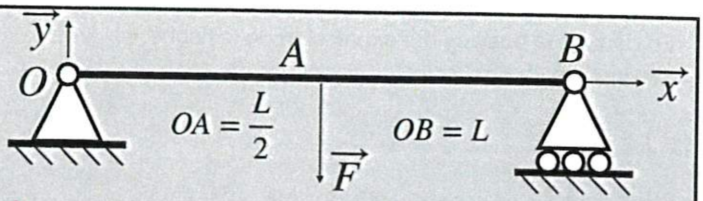
- C_3 et C_4 sont à déterminer avec les conditions de limites et de continuité.

F. BLASCHECK

Lycée Eiffel

9. Exercice de cours

3. Déterminer les 2 conditions aux limites et les 2 conditions de continuité.



· Conditions aux limites :

↳ flèche nulle aux appuis.

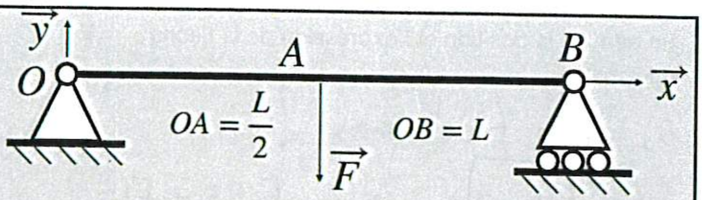
$\boxed{y(x=0)=0}$ (1) et $\boxed{y(L)=0}$ (2)

· Conditions de continuité : → égalité des flèches et des tangentes en A

$\boxed{y_{[OA]}\left(\frac{L}{2}\right) = y_{[AB]}\left(\frac{L}{2}\right)}$ (3) et $\boxed{y'_{[OA]}\left(\frac{L}{2}\right) = y'_{[AB]}\left(\frac{L}{2}\right)}$ (4)

9. Exercice de cours

4. En déduire la position et l'expression de la flèche maximale y_{max}.



· Il faut d'abord déterminer C_1, C_2, C_3 et C_4.

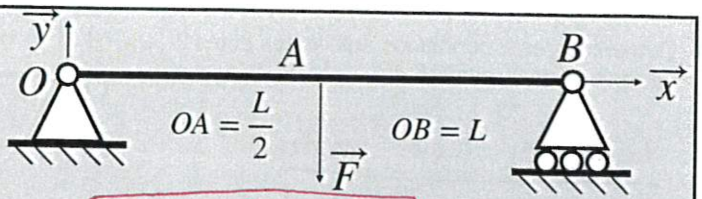
· (1) donne : $\boxed{C_2 = 0}$ (1)' · (2) donne : $\boxed{C_3 L + C_4 = 0}$ (2)'

· (3) donne : $\cancel{\frac{F}{12}\left(\frac{L}{2}\right)^3} + C_1 \frac{L}{2} = \cancel{\frac{F}{12}\left(\frac{L}{2}\right)^3} + C_3 \frac{L}{2} + C_4$

$\boxed{C_1 \frac{L}{2} = C_3 \frac{L}{2} + C_4}$ (3)'

9. Exercice de cours

4. En déduire la position et l'expression de la flèche maximale y_{max}.



- (4) donne :

$$\frac{F}{4}\left(\frac{L}{2}\right)^2 + C_1 = -\frac{F}{4}\left(\frac{L}{2}\right)^2 + C_3 .$$

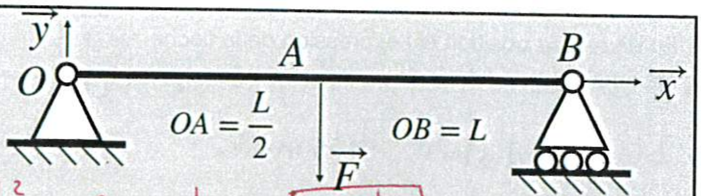
$$\boxed{C_1 = -\frac{FL^2}{8} + C_3} \quad (4)'$$

(2)' et (3)' donc $C_1 = -C_3$.

(4)' donne $\boxed{C_1 = -\frac{FL^2}{16}}$; $\boxed{C_3 = \frac{FL^2}{16}}$ (2)' : $\boxed{C_4 = -\frac{FL^3}{16}}$; $C_2 = 0$

9. Exercice de cours

4. En déduire la position et l'expression de la flèche maximale y_{max}.



. Où est la flèche maxi ?

$$\boxed{y'(x) = 0} \Rightarrow \frac{F}{4}x^2 - \frac{FL^2}{16} = 0_{[OA]} \quad \text{donc} \quad \boxed{x = \frac{L}{2}} .$$

- Que vaut la flèche maxi ?

$$\boxed{y_{max} = y_{[OA]}\left(x = \frac{L}{2}\right)} \Rightarrow \boxed{y_{max} = -\frac{FL^3}{48.EI_{Gz}}}$$