

## ETUDE D'UN POSITIONNEMENT D'AXE

Lors des phases d'usinage sur la machine ci-contre, la charge (tête d'usinage) oppose un couple résistant proportionnel à la vitesse de rotation du moteur.

Ce moteur est alimenté par un hacheur quatre quadrants.

La position de la tête d'usinage est asservie à partir d'une consigne fournie sous forme d'une tension continue.



Caractéristiques du moteur à courant continu et de sa charge :

- coefficient de proportionnalité entre la vitesse angulaire et la fem de l'induit  $K_E = 0,5 \text{ Vrd}^{-1} \cdot \text{s}$
- coefficient de proportionnalité entre le courant et le couple  $K_C = 0,5 \text{ NmA}^{-1}$
- vitesse nominale de rotation  $n_N = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$
- résistance de l'induit  $R = 1 \Omega$
- courant nominal d'induit  $I_N = 8 \text{ A}$
- courant maximum admis  $I_{\text{max}} = 16 \text{ A}$
- couple nominal  $C_N = 4 \text{ Nm}$
- moment d'inertie total ramené à l'axe du moteur  $J = 0,01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- couple résistant de type frottement visqueux :  $f \cdot \Omega$   
avec  $f = 12,7 \cdot 10^{-3} \text{ Nmrd}^{-1} \cdot \text{s}$

Partie I - Fonctionnement quatre quadrants du moteur à courant continu.

On négligera les pertes du moteur à courant continu.

**I.A - Identification des quatre quadrants**

Soient  $\Omega$  la vitesse angulaire et  $C$  le moment du couple du moteur à courant continu. Une convention d'orientation sur l'axe est choisie. Suivant les signes de  $\Omega$  et de  $C$ , la figure 1 définit quatre quadrants de fonctionnement.

Le moteur est alimenté par un hacheur quatre quadrants. Le courant et la tension ont été relevés (figure 2) pour plusieurs phases de fonctionnement. Le courant  $i$  et la tension  $u$  de l'induit sont orientés de manière à ce que la figure 2a corresponde à un fonctionnement dans le quadrant I.

**I.A.1)** Montrer que la valeur moyenne  $\bar{u}$  de la tension  $u$  est proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur.

**I.A.2)** Montrer que la valeur moyenne  $\bar{i}$  du courant  $i$  est proportionnelle au couple de la machine à courant continu.

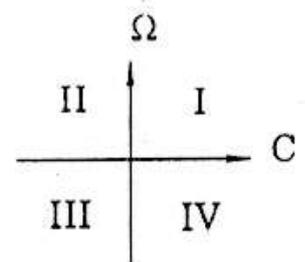


Figure 1

I.A.3) Préciser dans quels quadrants fonctionnait la machine lorsqu'on a relevé les oscillogrammes présentés en figure 2b, 2c et 2d.

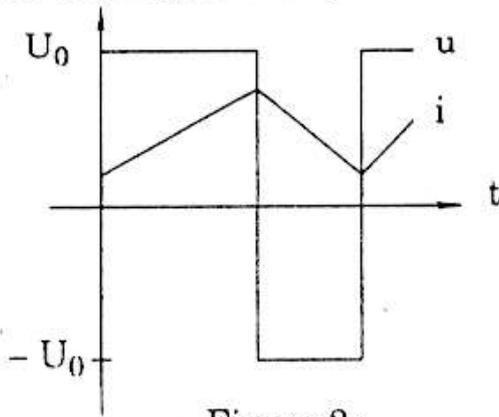


Figure 2a

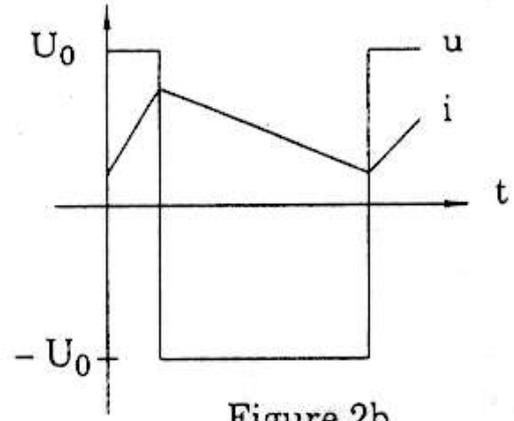


Figure 2b

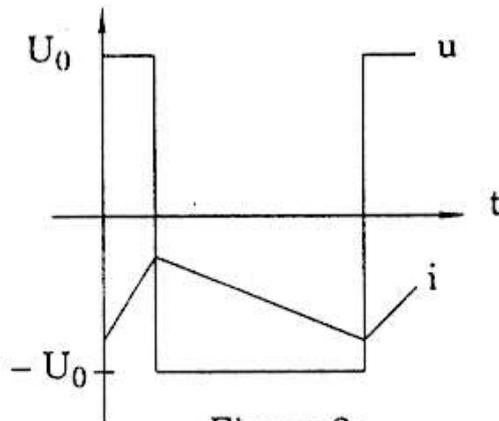


Figure 2c

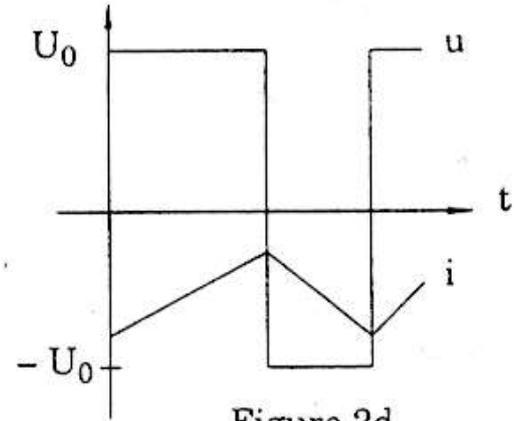


Figure 2d

### I.B - Étude d'un cycle de fonctionnement

Le moteur étant initialement au repos, on envisage un fonctionnement périodique défini comme suit :

- a Mise en rotation sens positif à couple maximum ( $C_a = +8 \text{ Nm}$ ) jusqu'à atteindre la vitesse nominale.
- b Fonctionnement à vitesse nominale pendant 0,5 seconde.
- c Freinage à couple maximum jusqu'à l'arrêt ( $C_c = -8 \text{ Nm}$ ).
- d Temps d'arrêt de 1 seconde.
- a' Mise en rotation sens négatif à couple maximum ( $C_{a'} = -8 \text{ Nm}$ ) jusqu'à atteindre la vitesse nominale.
- b' Fonctionnement à vitesse nominale pendant 0,5 seconde.
- c' Freinage à couple maximum jusqu'à l'arrêt ( $C_{c'} = +8 \text{ Nm}$ ).
- d' Temps d'arrêt de 1 seconde.

I.B.0 Représenter approximativement le chronogramme du cycle de fonctionnement en couple et vitesse du moteur.

I.B.1) Déterminer le couple pour les phases de fonctionnement b, d, b' et d'.

I.B.2) Représenter dans le repère d'ordonnée  $\Omega$  et d'abscisse C, défini figure 1, le déplacement du point de fonctionnement du moteur lors du cycle. On distinguera les déplacements instantanés et les déplacements ayant une durée non nulle du point de fonctionnement (par exemple en traçant les premiers en traits pointillés et les seconds en traits pleins).

I.B.3) En résolvant l'équation différentielle régissant le mouvement, déterminer les durées  $t_a$  des phases a et a' et  $t_c$  des phases c et c'.

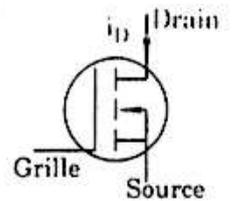
I.B.4) On rappelle que le couple quadratique moyen est défini par

$$C_{\text{quad}} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^n C_i^2 t_i}$$

où T est la période du cycle de fonctionnement,  $C_i$  et  $t_i$  le couple et la durée de la phase i de fonctionnement. Calculer le couple quadratique moyen. Comparer le résultat obtenu au couple nominal, conclure.

### Partie II - Étude du variateur

Le montage utilisé est un hacheur en pont à transistors MOSFET représenté figure 4. Les transistors (voir ci-contre) sont assimilés à des interrupteurs commandés, unidirectionnels (sens de passage du courant : du drain vers la source). La tension drain-source en conduction est nulle, le courant drain lorsque le transistor est bloqué est nul. Les diodes sont supposées idéales. L'ensemble moteur



et bobine de lissage est assimilé dans cette partie à une charge E, L. Soit T la période et a le rapport cyclique de hachage.

De 0 à aT, les transistors 1 et 4 sont commandés.

De aT à T, les transistors 2 et 3 sont commandés.

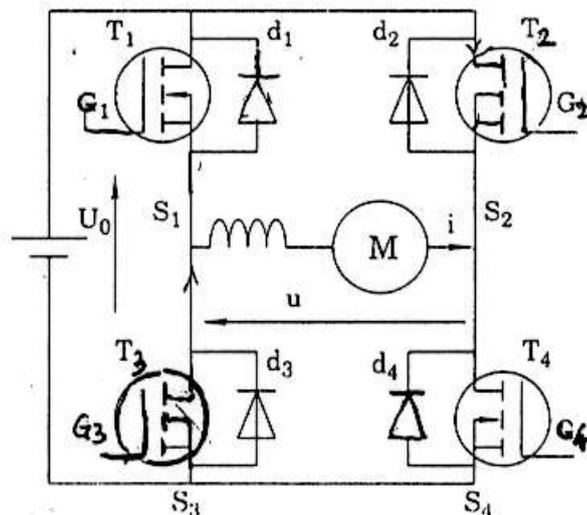


Figure 4

### II.A - Composants en conduction

La figure 3 montre l'allure du courant et de la tension d'induit correspondant à trois types de fonctionnement différents. Reproduire ces trois schémas en précisant sur chacun de ces relevés, à chaque instant, parmi les quatre transistors et les quatre diodes, les composants en conduction.

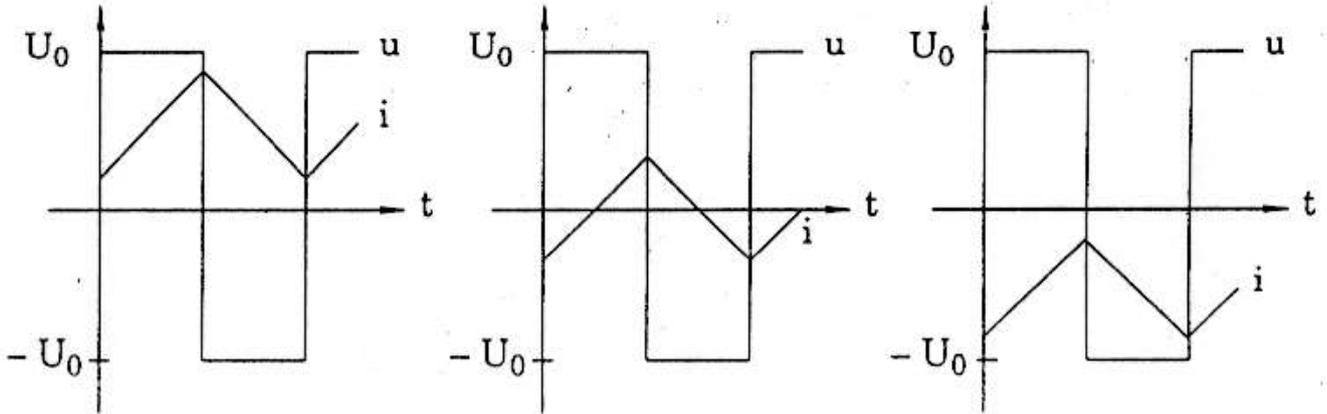


Figure 3

### II.B - Expression de la valeur moyenne de u

Déterminer  $\bar{u}$ , valeur moyenne de  $u(t)$ , en fonction de  $U_0$  et  $a$ . En déduire l'expression de la fem  $E$  en fonction de  $U_0$  et  $a$ .

### II.C - Expression de $i(t)$

On notera  $I_0$  et  $I_1$  les valeurs de  $i$  lorsque  $t = 0$  et  $t = aT$ .

Établir les expressions de  $i(t)$  de  $0$  à  $aT$  et de  $aT$  à  $T$  en fonction de  $U_0$ ,  $L$ ,  $E$ ,  $I_0$  et  $I_1$ .

Exprimer l'ondulation du courant en fonction de  $U_0$ ,  $a$ ,  $T$  et  $L$ .

### II.D - Application

Déduire du relevé de la figure 5, la valeur de  $L$ .

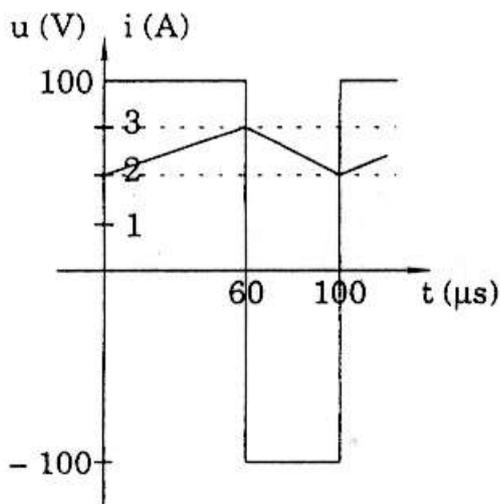


Figure 5