1. Déterminer le moment cinétique en G_2 de $2/0$: $\vec{\sigma}(G_2,2/0) = \overline{\overline{I}}(G_2,2).\vec{\Omega}(2/0)$

donc $\vec{\sigma}(G_2,2/0) = \begin{bmatrix}A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{bmatrix}_{B_2} . \begin{bmatrix}0\\ 0\\ \dot{\theta}_{21}\end{bmatrix}_{B_2} \Rightarrow \boxed{\vec{\sigma}(G_2,2/0) = C_2\,\dot{\theta}_{21}.\vec{z_0}}$

Données :

$$I(G_2,2) = \begin{bmatrix}A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{bmatrix}_{(x2,y2,z2)}$$

$\overrightarrow{OA} = x(t).\vec{x_0}$

$\overrightarrow{AG_2} = -l_2.\vec{y_2}$

2. Calculer la coordonnée du moment dynamique $\overrightarrow{\delta_d}(G_2,2/0)$ sur $\vec{z}_0$.

. $\vec{\delta}_d(G_2,2/0) = \dfrac{d}{dt}\vec{\sigma}(G_2,2/0)\Big|_{R_0} = \dfrac{d}{dt}\left[C_2\,\dot{\theta}_{21}\,\vec{z_0}\right]\Big|_{R_0} = C_2\,\ddot{\theta}_{21}\,\vec{z_0}$.

. La coordonnée sur $\vec{z_0}$ est : $\boxed{\vec{\delta}_d(G_2,2/0).\vec{z_0} = C_2\,\ddot{\theta}_{21}}$

F. BLASCHECK

Je dois savoir refaire cela !

Lycée Eiffel

3. Calculer la coordonnée du moment dynamique $\overrightarrow{\delta_d}(A,2/0)$ sur $\vec{z}_0$.

Données :

$$I(G_2,2) = \begin{bmatrix}A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{bmatrix}_{(x2,y2,z2)}$$

$\overrightarrow{OA} = x(t).\vec{x_0}$

$\overrightarrow{AG_2} = -l_2.\vec{y_2}$

. $\vec{\delta}_d(A,2/0) = \vec{\delta}_d(G_2,2/0) + \overrightarrow{AG_2}\wedge\vec{R}_d(2/0)$.

donc $\vec{\delta}_d(A,2/0).\vec{z_0} = C_2\,\ddot{\theta}_{21} + \Big[\underbrace{\overrightarrow{AG_2}}_{-l_2\vec{y_2}}\wedge m_2\big(\ddot{x}\,\vec{x_0} + l_2\,\ddot{\theta}_{21}\,\underbrace{\vec{x_2}}_{-\vec{z_2}} - l_2\,\dot{\theta}_{21}^2\,\underbrace{\vec{y_2}}_{\vec{0}}\big)\Big].\vec{z_0}$

$\vec{y_2}\wedge\vec{z_0} = -\cos\theta_{21}\,\vec{z_0}$

donc $\boxed{\vec{\delta}_d(A,2/0).\vec{z_0} = C_2\,\ddot{\theta}_{21} + m_2\,l_2\,\ddot{x}\cos\theta_{21} + m_2\,l_2^2\,\ddot{\theta}_{21}}$

4. Isoler 2 et faire le BAME.

. BAME : déjà fait.
$\begin{Bmatrix}X_{12} & L_{12}\\ Y_{12} & M_{12}\\ Z_{12} & 0\end{Bmatrix}_{A,B_0}$ et $\begin{Bmatrix}0 & 0\\ -m_2 g & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_{G_2,B_0}$

F. BLASCHECK

Je dois savoir refaire cela !

Lycée Eiffel

5. Par application du TMD en A, déterminer l'équation du mouvement de $2/0$ traduisant ses oscillations.

Données :

$$I(G_2,2)=\begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{(x2,y2,z2)}$$

$$\overrightarrow{OA}=x(t).\overrightarrow{x_0}$$

$$\overrightarrow{AG_2}=-l_2.\overrightarrow{y_2}$$

TMD en A : $\vec{\delta}_d(A,2/0)\cdot\vec{z_0} = \underbrace{\sum \vec{M}(A,\bar{2}\to 2)}_{0 \text{ par la pivot} \;+\; \text{moment du poids !}}\cdot\vec{z_0}$.

. Moment en A du poids : $\vec{M}(A, pes \to 2) = \underbrace{\vec{M}(G_2, pes\to 2)}_{\vec{0}} + \underbrace{\overrightarrow{AG_2}}_{-l_2\vec{y_2}} \wedge -m_2 g\vec{y_0}$

$\vec{y_2}\wedge\vec{y_0} = -\sin\theta_{21}\vec{z_0}$.

donc $\vec{M}(A, pes\to 2)\cdot\vec{z_0} = -l_2 m_2 g \sin\theta_{21}$.

. L'équation finale est :

$$C_2\ddot{\theta}_{21} + m_2 l_2 \ddot{x}\cdot\cos\theta_{21} + m_2 l_2^2\ddot{\theta}_{21} + l_2 m_2 g \sin\theta_{21} = 0$$

par $\theta_{21}\approx 0$ $\boxed{(C_2+m_2 l_2^2)\ddot{\theta}_{21} + l_2 m_2 g\cdot\theta_{21} = -m_2 l_2\ddot{x}}$

Je dois savoir refaire cela !