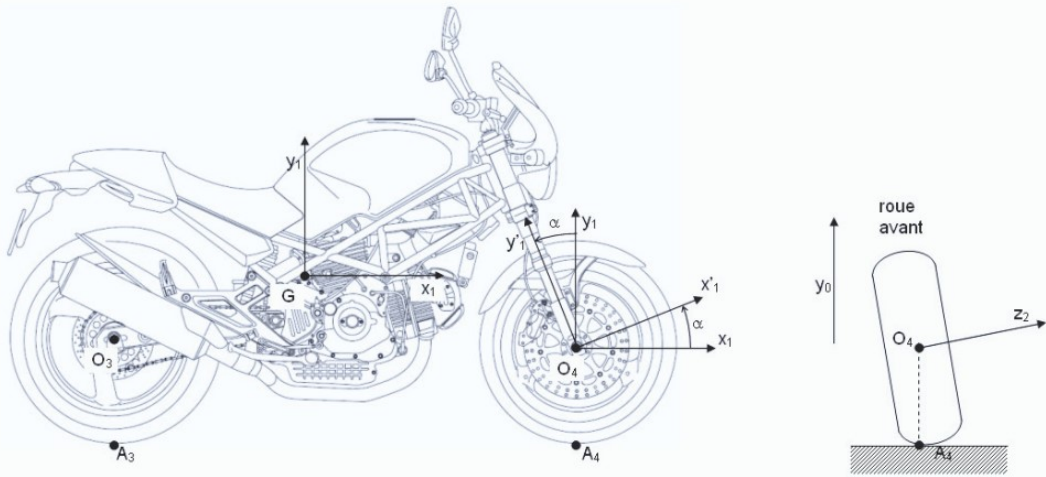


Ex1 : ENS PSI 2007 DUCATI MONSTER 620



Les données mécaniques de chaque composant de la moto sont les suivantes :

Cadre de la moto + pilote	
Centre de gravité G. Masse m_1 . $m_1 = 280 \text{ kg}$.	$I_G(1) = \begin{pmatrix} A_1 & -F_1 & 0 \\ -F_1 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{b_1}$
Ensemble de direction	
Masse et inertie négligées devant celles du cadre.	
Roue arrière	
Centre de gravité O_3 , avec $\vec{O_3G} = a_3 \vec{x}_1 + h \vec{y}_1$. Masse m_3 . $a_3 = 60 \text{ cm}$, $h = 20 \text{ cm}$. $m_3 = 7,5 \text{ kg}$.	$I_{O_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & A_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{b_1}$
Roue avant	
Centre de gravité O_4 , avec $\vec{O_4G} = -a_4 \vec{x}_1 + h \vec{y}_1$. Masse m_4 . $a_4 = 84 \text{ cm}$, $h = 20 \text{ cm}$. $m_4 = 7,5 \text{ kg}$.	$I_{O_4}(4) = \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & A_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{b_2}$

Q1. Justifier précisément la forme des trois matrices d'inerties.

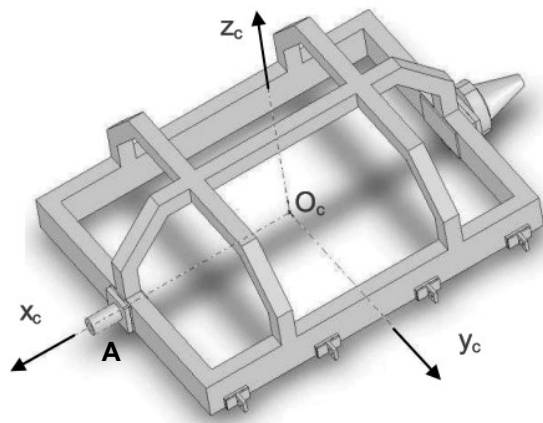
Q2. Déterminer la matrice d'inertie de la roue avant en G.

Ex2 : E3A ARCHIMEDE PSI 2008 (Fabrication de cadres moulés)

La matrice d'inertie du cadre au point O_c , milieu du cadre se trouvant sur l'axe de rotation $O_c \vec{x}_c$ de celui-ci avec le plateau, dans la base $b_c = (\vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c)$ est la suivante :

$$I(O_c, \text{cadre}) = \begin{bmatrix} A_c & -F_c & -E_c \\ -F_c & B_c & -D_c \\ -E_c & -D_c & C_c \end{bmatrix}_{b_c}$$

Q1. Indiquer les termes nuls de cette matrice d'inertie. Justifier précisément.



Ex3 : ATS 2011 Panneau déroulant

Calcul de l'inertie du rouleau et du bandeau d'affiches

Hypothèses :

- le rouleau supérieur vide est un cylindre creux en aluminium de longueur L , de diamètre intérieur d_1 et de diamètre extérieur d_2 ;
- une fois entièrement enroulé autour du rouleau supérieur, le bandeau d'affiches est un cylindre creux de longueur L , de diamètre intérieur d_2 et de diamètre extérieur d_3 .

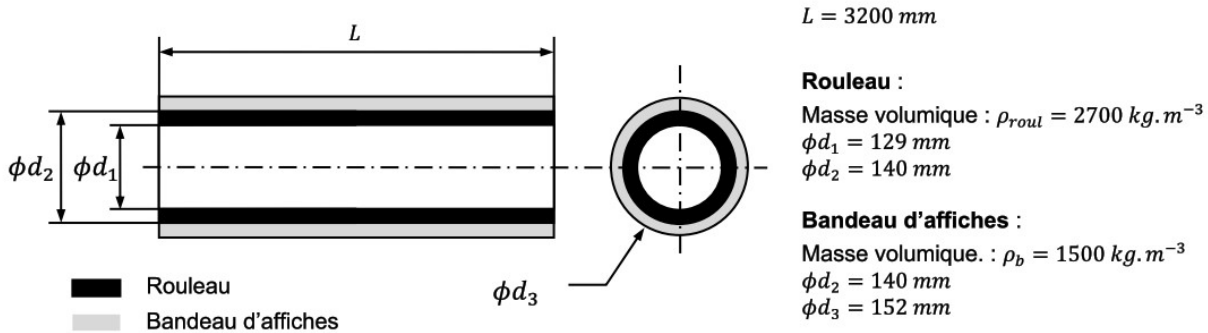


Figure 1 : Modèle pour le calcul des inerties

On note :

- J_{roul} : moment d'inertie du rouleau supérieur vide par rapport à son axe ;
- J_b : moment d'inertie du bandeau d'affiches enroulées par rapport à l'axe du rouleau sur lequel il est enroulé.

Q1. Donner l'expression de J_{roul} en fonction de ρ_{roul} , L , d_1 et d_2 .

Q2. Calculer J_{roul} .

On donne ci-dessous le modèle volumique du rouleau supérieur vide accompagné de ses propriétés de masse.

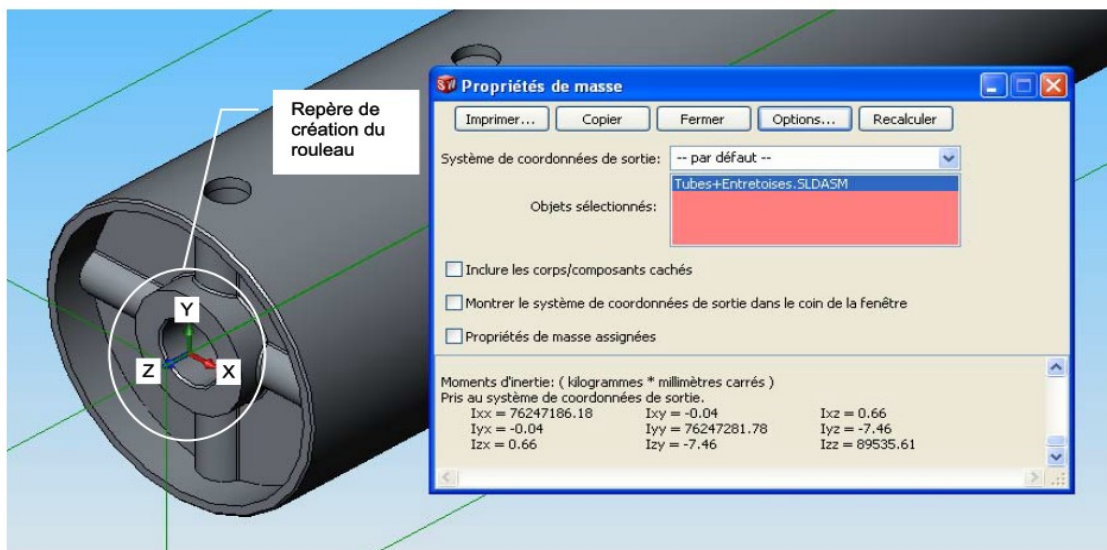


Figure 2 : Propriétés de masse d'un rouleau vide

Q3. En utilisant le tableau des propriétés de masse du modèle volumique, donner la valeur de $J_{roul \text{ modèle}}$ (moment d'inertie du modèle du rouleau vide par rapport à son axe).

Q4. Donner l'expression de J_b en fonction de ρ_b , L , d_2 et d_3 .

Q5. Calculer J_b .

Q6. Quel est le domaine de variation de l'inertie du rouleau par rapport à son axe depuis le rouleau vide jusqu'au rouleau chargé du bandeau d'affiches ?