

Exercice 1 :

Un vilebrequin est formé de 3 cylindres de hauteurs h_1, h_2, h_3 , de rayons R_1, R_2, R_3 et de masse m_1, m_2, m_3 . Le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est lié au vilebrequin. O est le centre de gravité du cylindre 1.

$\vec{OA} \cdot \vec{x} = e$ est appelée excentrique.

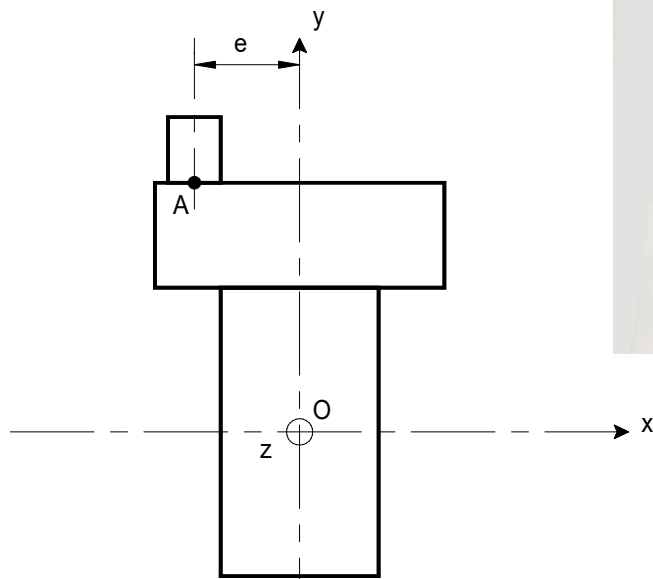


Figure 1

1. Déterminer la position dans $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ du centre de gravité G du vilebrequin.
2. Déterminer le moment d'inertie du vilebrequin par rapport à l'axe (O, \vec{y}) .

Exercice 2 :

Une éolienne bipale est représentée figure 3. Elle est constituée d'un bâti 0, de l'arbre de la génératrice 1 en liaison pivot d'axe (A, \vec{z}_0) avec le bâti, d'une hélice bipale 2 en liaison pivot d'axe (O, \vec{x}_1) avec l'arbre 1.

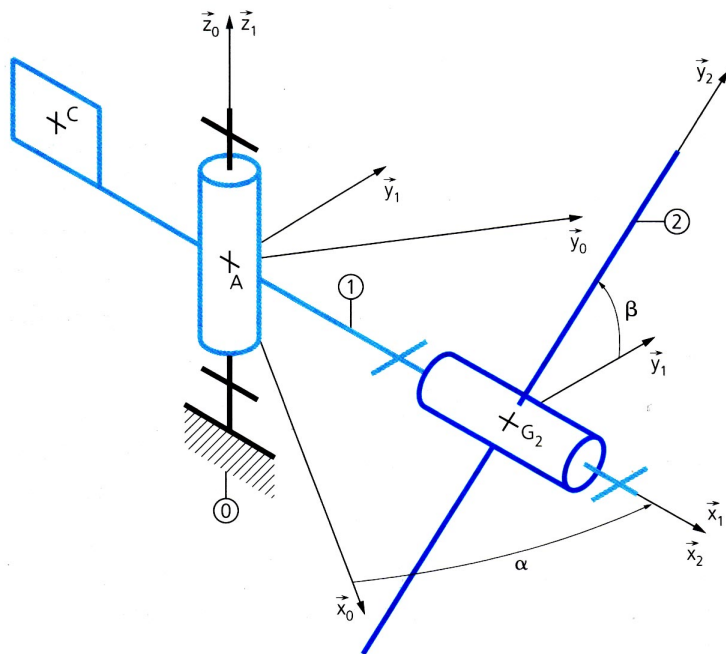


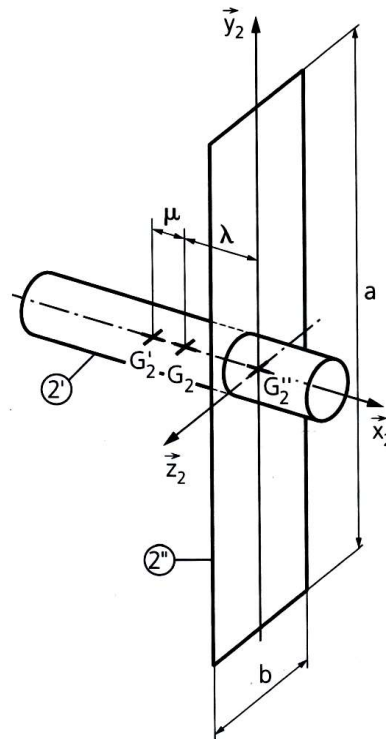
Figure 2

Solide 1 : de masse m , de centre de gravité A ,

Solide 2 (hélice) : de masse m_2 , de centre d'inertie G_2 .

L'hélice 2 est constituée :

- d'un cylindre plein (rotor) 2' d'axe (A, \vec{x}_2) de masse m'_2 , de centre de gravité G'_2 tel que $\vec{G'_2 G_2} = \mu \cdot \vec{x}_2$, de hauteur H et de rayon R .
- d'une plaque rectangulaire (pales) 2'' de masse m''_2 , de centre de gravité G''_2 tel que $\vec{G_2 G''_2} = \lambda \cdot \vec{x}_2$, de largeur b , de hauteur a et d'épaisseur négligeable.



Solide 2

Figure 3

1. Donner la forme de la matrice d'inertie en A du solide 1 dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.
2. G_2 étant le centre d'inertie de la pale 2, déterminer une relation entre λ et μ .
3. Déterminer la matrice d'inertie en G'_2 du rotor 2' dans la base $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ en fonction de m'_2 , H et R .
4. Déterminer la matrice d'inertie en G''_2 des pales 2'' dans la base $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ en fonction de m''_2 , a et b .
5. Déterminer la matrice d'inertie en G_2 de l'hélice 2 dans la base $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$.

Exercice 3 :

Donner la forme de la matrice d'inertie en C dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ des solides suivants :

