

Théorème de l'énergie cinétique

Chapitre 1 : inertie équivalente

F. BLASCHECK

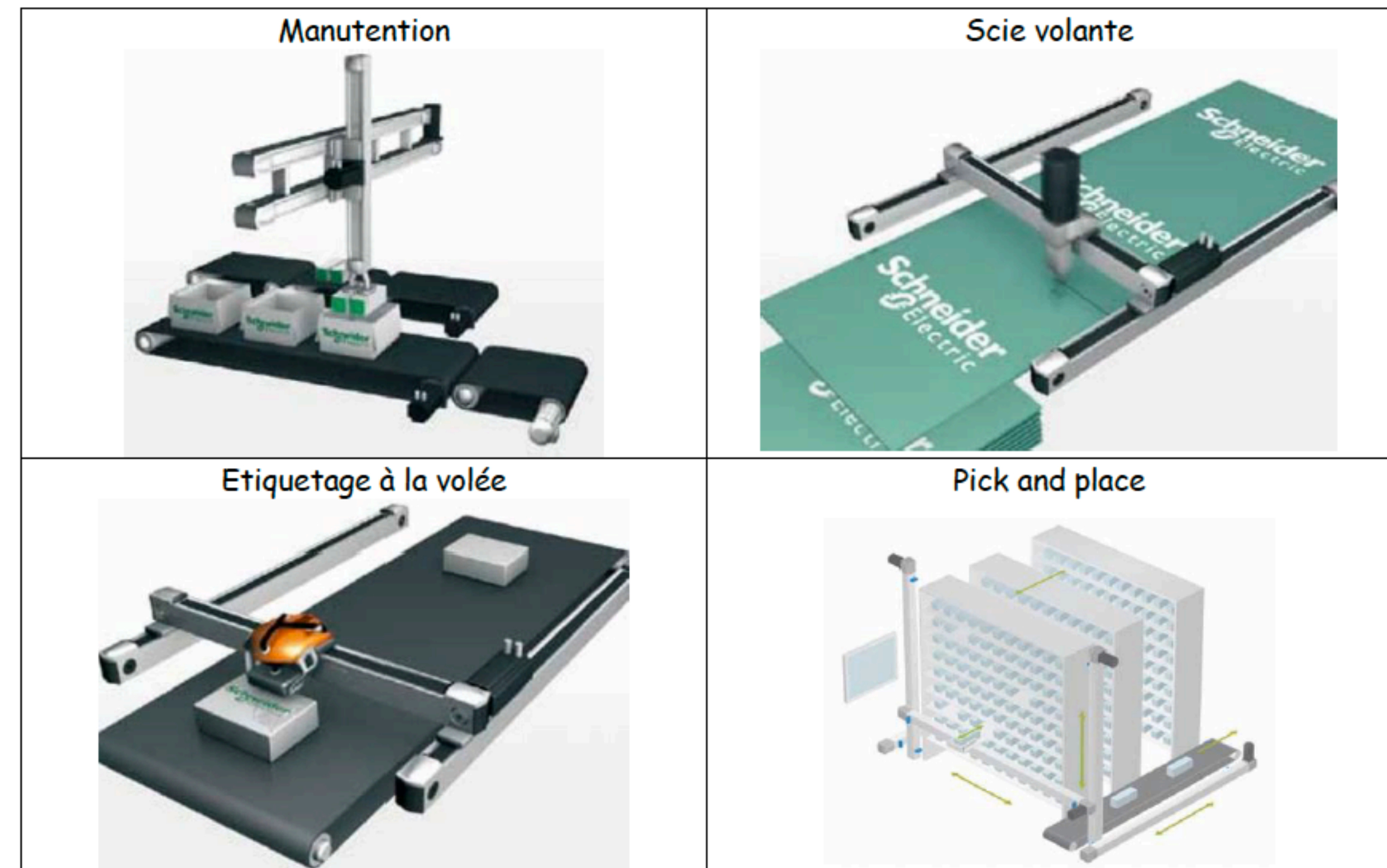
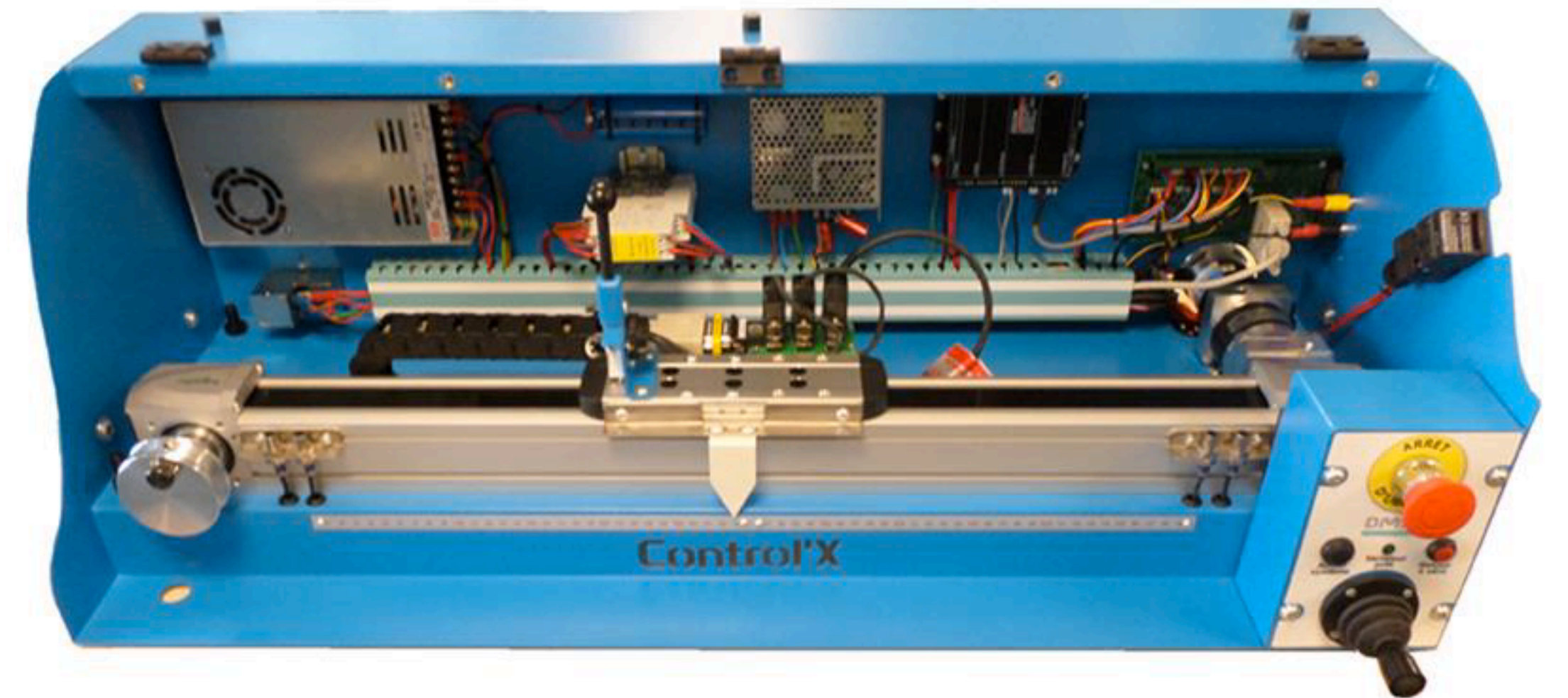
Chapitre 1 : inertie équivalente

1. Objectifs
2. Energie cinétique d'un solide
3. Energie cinétique d'un ensemble de solides
4. Moment d'inertie équivalent
5. Masse équivalente
6. Exercice de cours

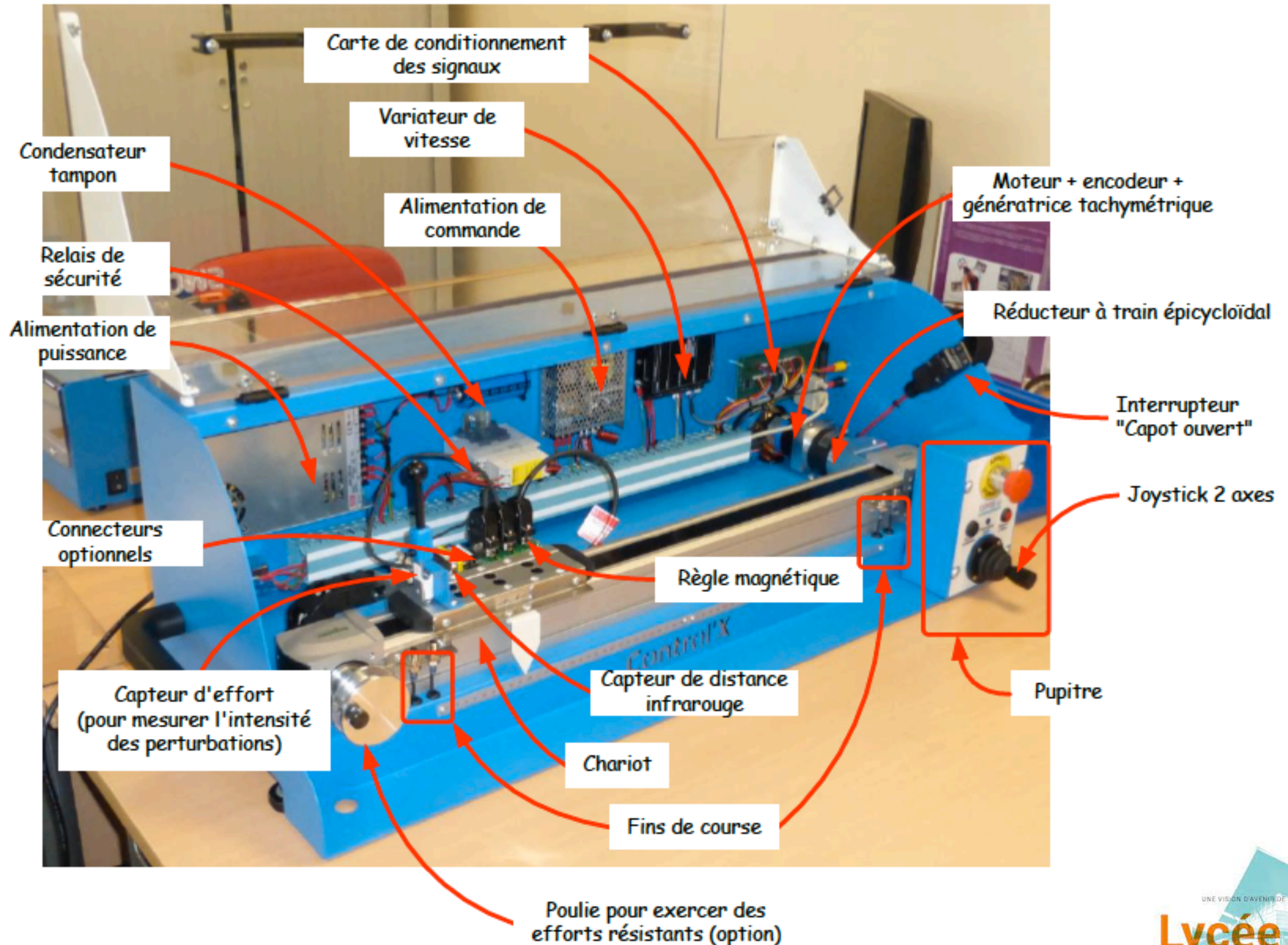
1. Objectifs

Nous considérons dans ce chapitre un **systeme complexe** pluri-technologique étudié dans sa **chaîne de puissance**.

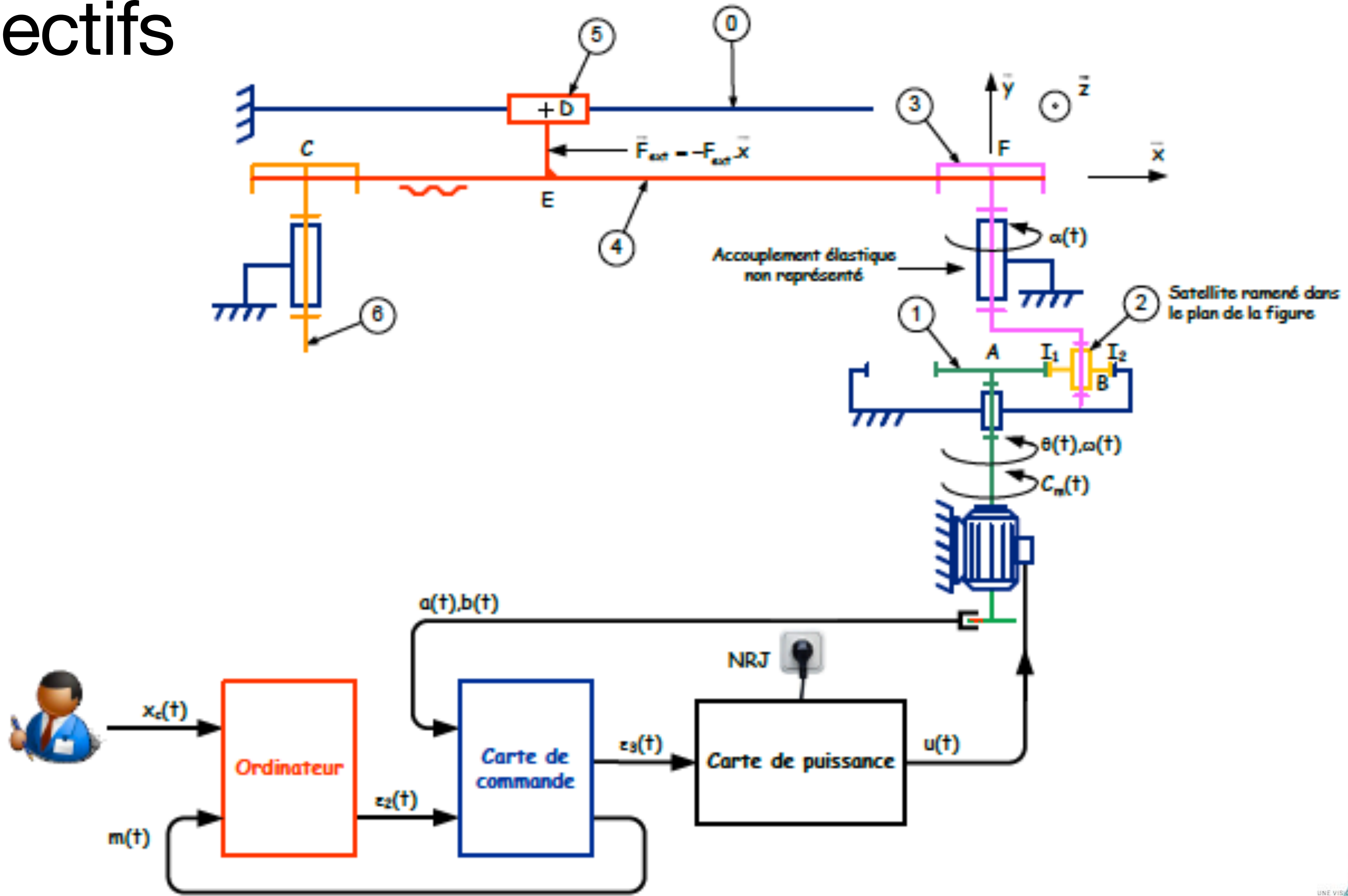
L'énergie mécanique est générée par l'actionneur puis est transmise jusqu'à la pièce à déplacer par **l'ensemble des transmetteurs**.



1. Objectifs

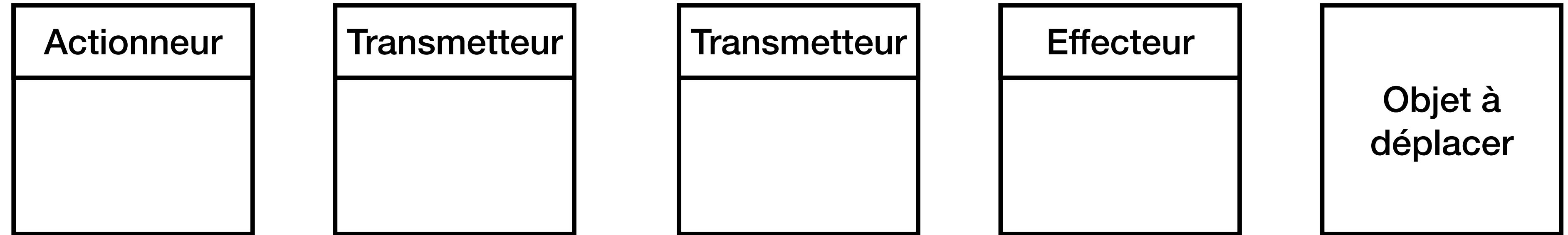


1. Objectifs



Organisation générale

1. Objectifs



Mouvement par rapport au bâti					
Inertie à prendre en compte					
Effort résistant externe					
Frottements internes					

1. Objectifs

- déterminer une inertie équivalente à tous les solides en mouvement dans la chaîne de puissance ;
- déterminer l'effort de l'actionneur en phase d'accélération ;

2. Energie cinétique d'un solide

Cas général : mouvement quelconque, le solide tourne et translate par rapport au bâti

$$T(S/R_0) = \frac{1}{2}M \cdot V^2(G \in S/R_0) + \frac{1}{2}J(G, \vec{u}) \cdot \Omega^2(S/R_0)$$

Energie cinétique de translation

M : masse du solide

$V(G \in S/R_0)$: norme de la vitesse du centre de gravité par rapport au référentiel galiléen

Energie cinétique de rotation

$J(G, \vec{u})$: moment d'inertie autour de l'axe de rotation du solide

$\Omega(S/R_0)$: norme du vecteur rotation du solide par rapport au référentiel galiléen

L'énergie cinétique est une grandeur scalaire en Joules

2. Energie cinétique d'un solide

Cas général : mouvement de translation, le solide translate par rapport au bâti

$$T(S/R_0) = \frac{1}{2} M \cdot V^2$$

Energie cinétique de translation

M : masse du solide (Kg)

V : norme de la vitesse d'un point du solide (m/s)

L'énergie cinétique est une grandeur scalaire en Joules

2. Energie cinétique d'un solide

Cas général : mouvement de rotation autour d'un axe fixe

$$T(S/R_0) = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$$

Energie cinétique de rotation

J : moment d'inertie autour de l'axe de rotation (kg.m²)

ω : vitesse angulaire (rad/s)

L'énergie cinétique est une grandeur scalaire en Joules

3. Energie cinétique d'un ensemble de solides

On utilise le principe de superposition

$$T(E/R_0) = \sum T(S_i/R_0)$$

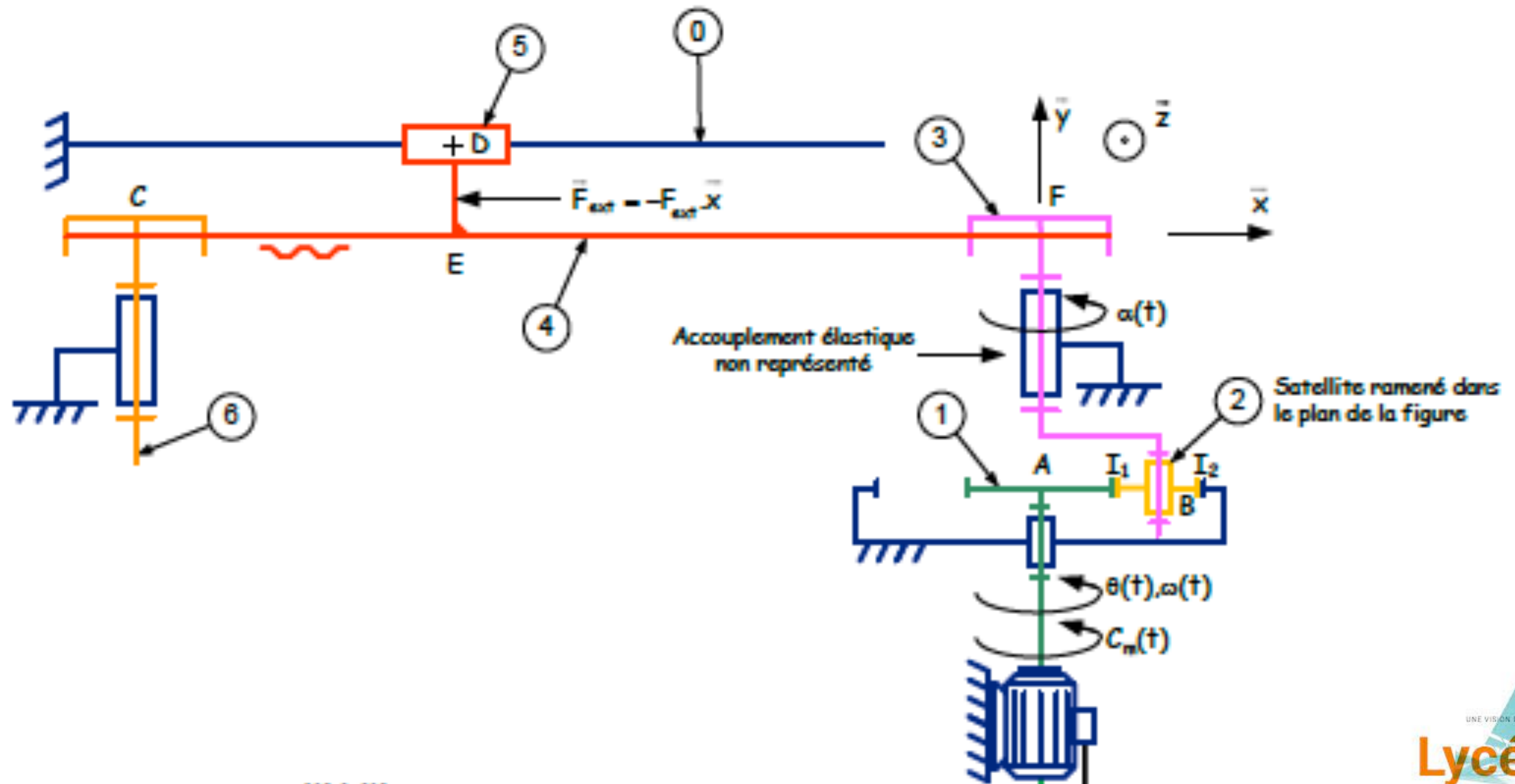
L'énergie cinétique d'un ensemble de solide est **la somme des énergies cinétiques** de chaque solides.

Méthode :

- on calcule l'énergie cinétique de chaque solide comme cela nous arrange en analysant leurs mouvements ;
- on fait la somme sans se soucier de points ou de base car l'énergie cinétique est une grandeur scalaire.

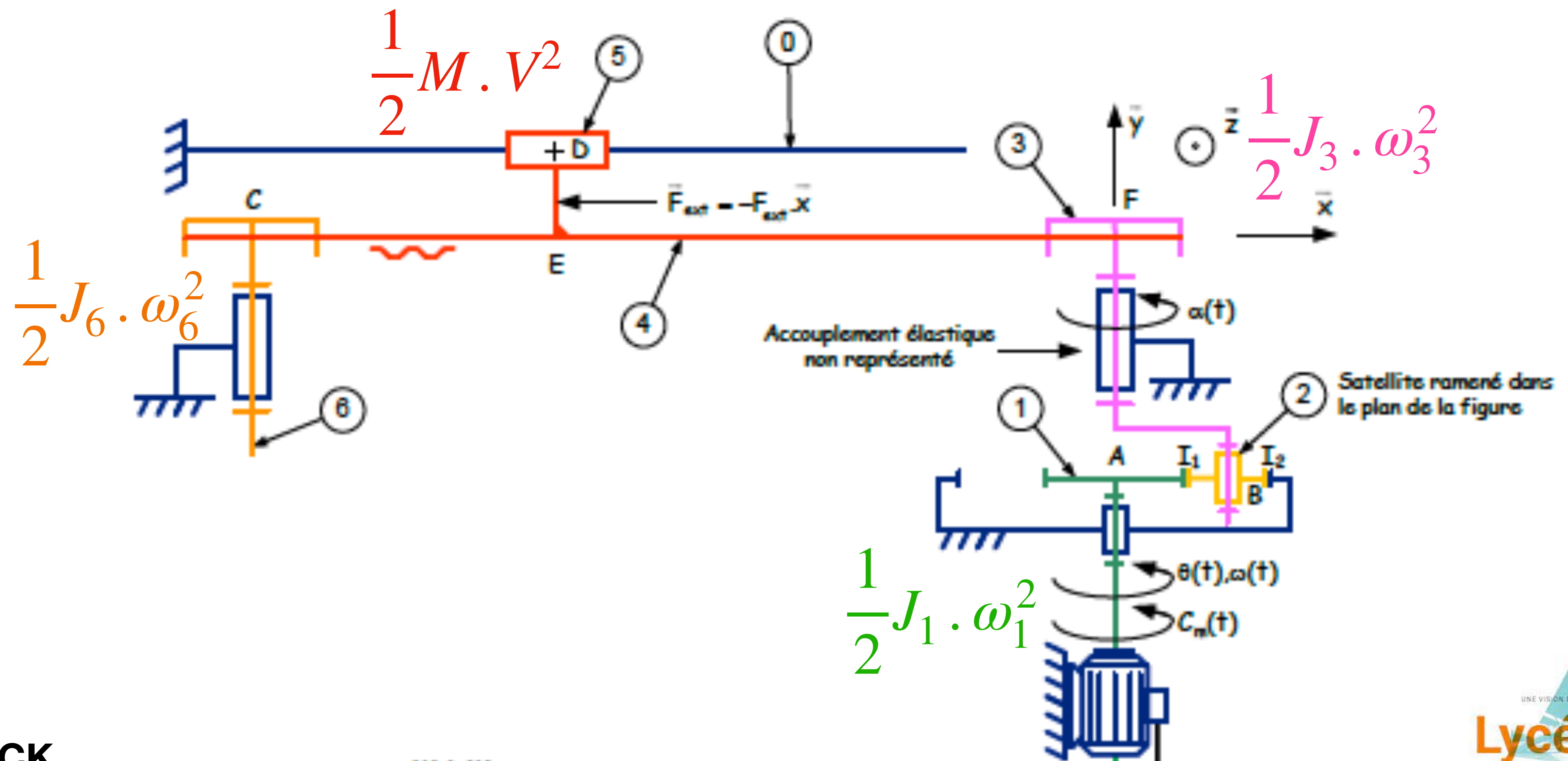
4. Moment d'inertie équivalent

Dans un système complexe comme le CONTROL'X, **toutes les vitesses dépendent de la mobilité utile qui est le mouvement moteur.**



4. Moment d'inertie équivalent

Dans un système complexe comme le CONTROL'X, **toutes les vitesses dépendent de la mobilité utile qui est le mouvement moteur.**



4. Moment d'inertie équivalent

On peut mettre **en facteur dans les énergies cinétiques le carré de la vitesse de l'actionneur** :

$$T(E/R_0) = \frac{1}{2} \underbrace{[\dots + \dots + \dots + \dots]}_{J_{eq}} \cdot \omega_{moteur}^2$$

J_{eq} est appelé le moment d'inertie équivalent ramené sur l'axe moteur (c'est la vitesse du moteur qui en facteur)

4. Moment d'inertie équivalent

L'énergie cinétique d'un ensemble de solides peut se mettre sous la forme :

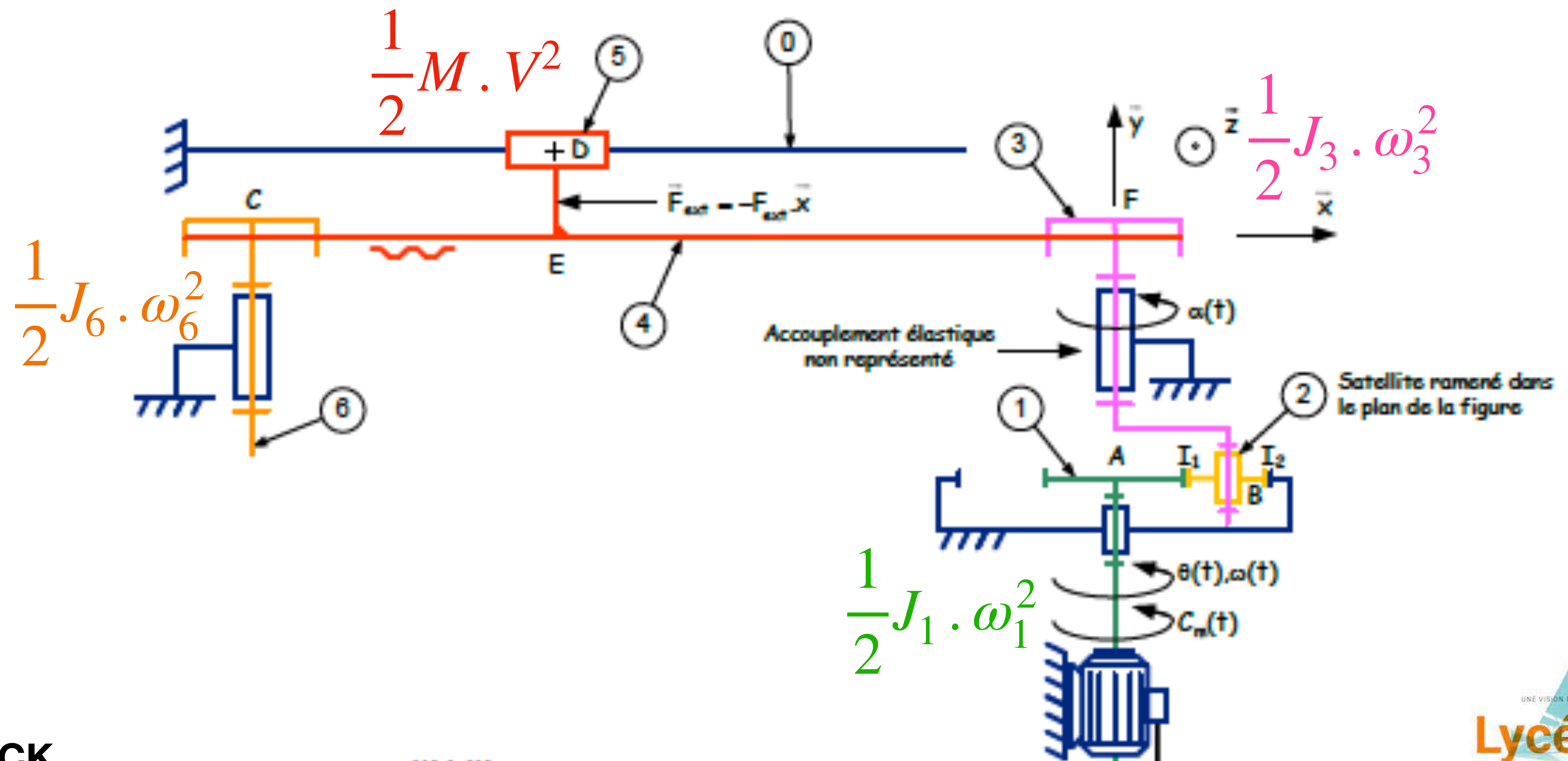
$$T(E/R_0) = \frac{1}{2} J_{eq} \cdot \omega_{moteur}^2$$

Le moment d'inertie équivalent contient :

- **les masses** des solides en translation ;
- **les moments d'inertie** des solides en rotation ;
- **les rapports de transmission** (réducteurs etc...).

5. Masse équivalente

Dans un système complexe comme le CONTROL'X, **on peut aussi exprimer toutes les vitesses en fonction de celle de sortie !**



5. Masse équivalente

On peut mettre **en facteur dans les énergies cinétiques le carré de la vitesse de sortie** :

$$T(E/R_0) = \frac{1}{2} \underbrace{[\dots + \dots + \dots + \dots]}_{M_{eq}} \cdot V_{sortie}^2$$

M_{eq} est appelé la masse équivalente ramenée sur l'axe de sortie (c'est la vitesse de sortie qui en facteur)

5. Masse équivalente

L'énergie cinétique d'un ensemble de solides peut se mettre sous la forme :

$$T(E/R_0) = \frac{1}{2} M_{eq} \cdot V_{sortie}^2$$

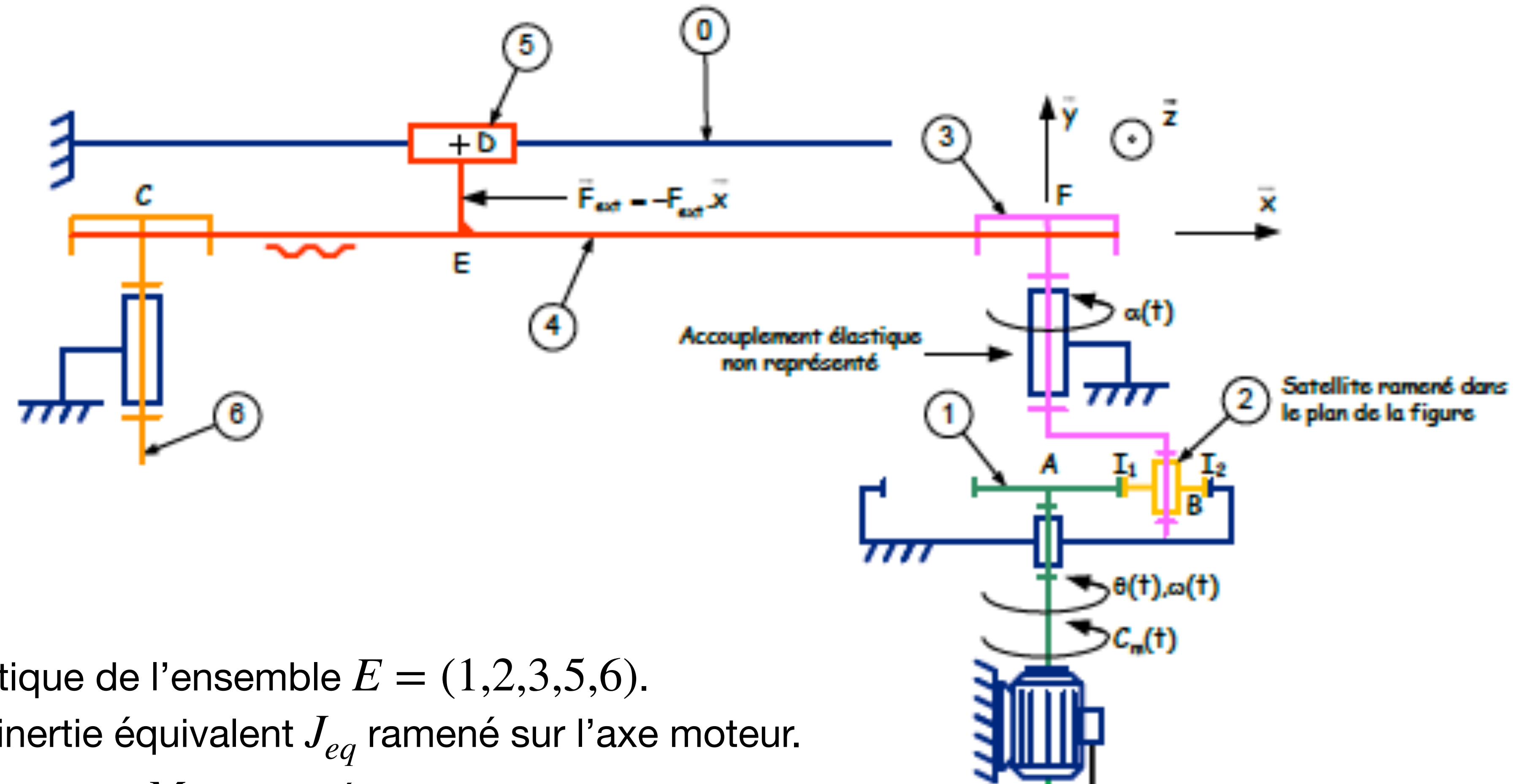
La masse équivalente contient :

- les masses des solides en translation ;
- les moments d'inertie des solides en rotation ;
- les rapports de transmission (réducteurs etc...).

$$V_{sortie} = K_{transmission} \cdot \omega_{moteur}$$

$$J_{eq} = M_{eq} \cdot (K_{transmission})^2$$

6. Exercice de cours



1. Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble $E = (1,2,3,5,6)$.
2. Déterminer le moment d'inertie équivalent J_{eq} ramené sur l'axe moteur.
3. Déterminer la masse équivalente M_{eq} ramené sur l'axe de sortie.

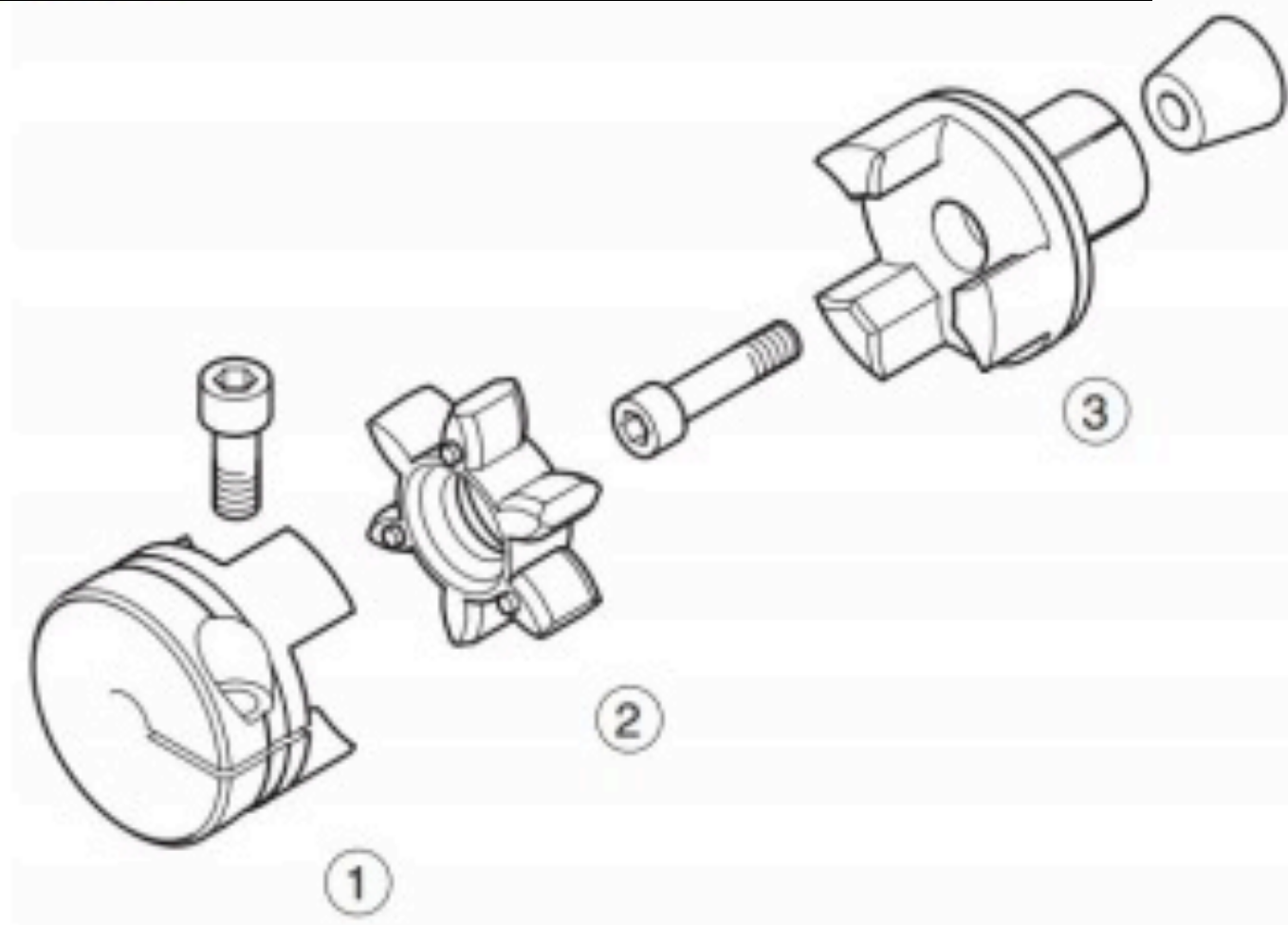
Moteur

Caractéristique	Température	Symbole	Unité	Valeur	Observations
Puissance nominale	**	P_{nom}	W	110	
Tension nominale	**	U_{nom}	V	75	
Couple nominal	**	C_{nom}	N.m	0.34	
Courant nominal	**	I_{nom}	A	2.0	
Vitesse nominale	**	ω_{nom}	tr/min	3000	soit 314 rad/s
Couple maxi en continu	**	C_{cont}	N.m	0.42	
Couple maxi instantané	**	C_{max}	N.m	3.4	
Courant maxi en continu	**	I_{cont}	A	2.2	
Courant maxi instantané	**	I_{max}	A	18	
Vitesse maximale			tr/min	5000	soit 523 rad/s
Couple de friction	*	$C_{frott-moteur}$	N.m	0.022	
Accélération instantanée	maxi **		rad/s ²	91.9×10^3	
Coefficient de frottement visqueux	*	$f_{\Lambda-moteur}$	N.m/min	0.013×10^{-3}	soit $0.124e-3$ N.m/(rad/s)
Constante de couple	*	k ou k_c	N.m/A	0.21	
Constante de force contre électromotrice	*	k ou k_e	V/min	21.8×10^{-3}	soit 0.2083V/(rad/s)
Moment d'inertie du rotor	*	J_{mot}	kg.m ²	0.037×10^{-3}	
Résistance d'induit	*	r	Ω	5.1	
Inductance d'induit	*	L	mH	3.2	
Constante de temps mécanique	*	$\tau_{méca}$	ms	4.3	
Constante de temps électrique	*	$\tau_{élec}$	ms	0.63	
Constante de temps thermique	**		min	30	
Résistance thermique	**		K/W	2.4	
Température limite	**		°C	105	

Réducteur

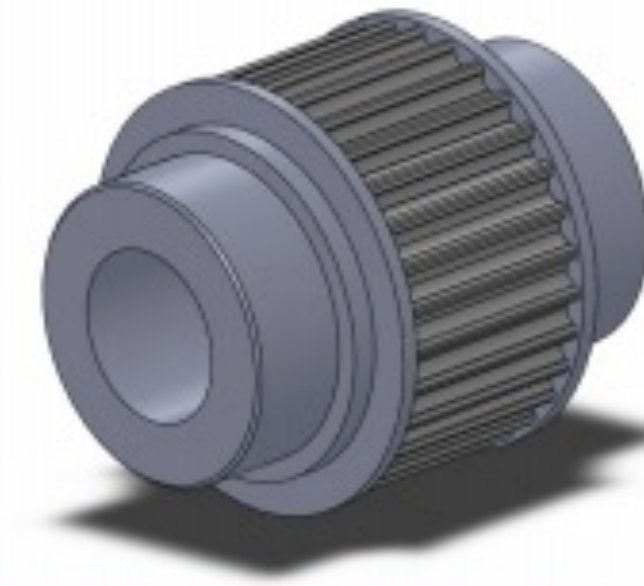
Caractéristique	Symbole	Unité	Valeur	Observations
Nombre d'étage			1	Train épicycloïdal
Rapport de réduction	1/i		1/3	($\omega_{sortie}/\omega_{entrée}$)
Couple de sortie nominal		N.m	28	
Couple de sortie max		N.m	45	
Couple d'urgence		N.m	66	Autorisé 1000 fois
Jeu angulaire		arcmin	< 10	Ramené sur la sortie (à priori)
Vitesse d'entrée max		tr/min	13000	
F_R max pour 300000 h		N	340	
F_A max pour 300000 h		N	450	
F_R max		N	700	
F_A max		N	800	
Rigidité en torsion		N.m/arcmin	2.3	7.907×10^3 N.m/rad
Masse		kg	0.9	
Moment d'inertie	J_r	kg.cm ²	0.135	$0.135 \cdot 10^{-4}$: ramené sur l'entrée
Rendement		%	97	
Durée de vie		h	30000	
Température de fonctionnement	de	°C	-25 à +90	

Joint d'accouplement réducteur-poulie



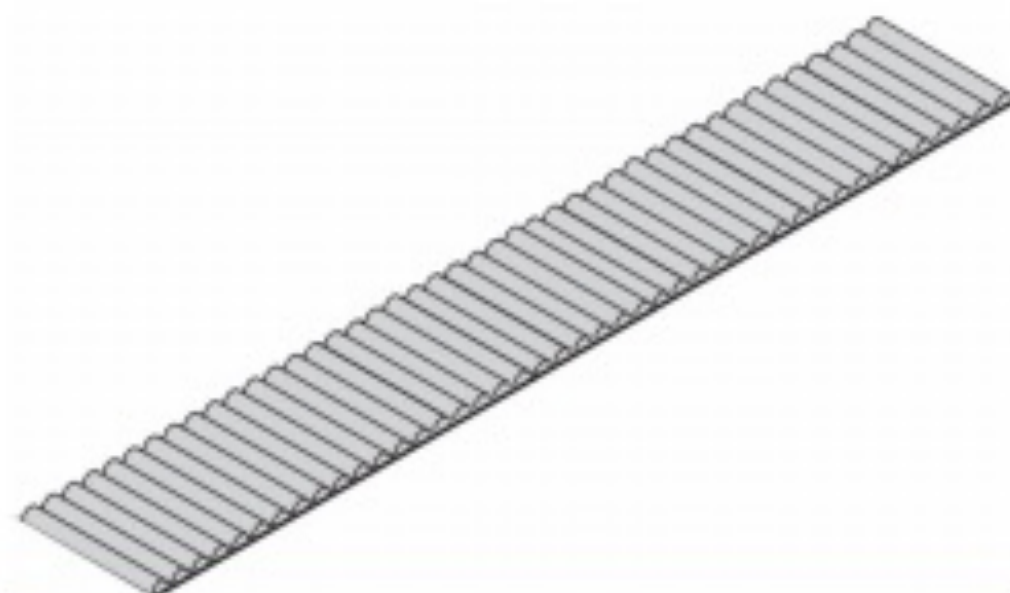
Caractéristique	Symbole	Unité	Valeur	Observations
Type				
Couple maxi transmissible				
Moment d'inertie	J_p	kg.m ²	2.53 10 ⁻⁶	
Raideur en torsion				
Raideur en flexion				
Raideur en cisaillement				
Raideur en traction compression				

Poulie crantée



Caractéristique	Symbole	Unité	Valeur	Observations
Type				25 HTD 5M
Largeur		mm	25	
Pas	p'	mm	5	
Nombre de dents	Z		31	
Rayon primitif	R	mm	24.67	Avance de 155 mm/tour
Avance par tour	a	mm	155	
Moment d'inertie	J_p	kg.m ²	4.2.10 ⁻⁵	Calculé avec SolidWorks (aluminium)

Courroie crantée



Caractéristique	Symbole	Unité	Valeur	Observations
Type				25 HTD 5M
Largeur		mm	25	
Pas	p	mm	5	
Longueur primitive de courroie	l_c	mm	1670	
Masse linéique	λ_c	kg/m	0.096	
Masse	m_c	kg	0.16	
Raideur spécifique	r_s	N	0.572×10^6	*
Tension recommandée		N	[570, 710]	

Chariot

Caractéristique	Symbole	Unité	Valeur	Observations
Type de guidage du chariot				A galets sur roulements*
Masse du chariot	M	kg	0.9	1.74 kg avec tous les accessoires montés **
Charge typique		kg	12	
Vitesse maxi		m/s	8	
Accélération maxi		m/s^2	20	
Couple d'entraînement maxi		N.m	20	
Force d'entraînement maxi		N	800	
Force maxi selon Y		N	660	
Force maxi selon X		N	430	
Couple maxi selon X		N.m	9	
Couple maxi selon Y		N.m	18	
Couple maxi selon Z		N.m	28	
Course utile		mm	450	
Répétabilité		mm	± 0.05	
Section transversale		mm	60x60	
Durée de vie		km	30000	
Masse de l'axe à course nulle		kg	7.5	
Masse par mètre de course		kg	5.6	