Théorème de l'énergie cinétique

Chapitre 2 : application du TEC

F. BLASCHECK

UNE VISION D'AVENIR DE LA SCIENCE ET DE LA TECHNOLOGIE
Lycée Eiffel DIJON

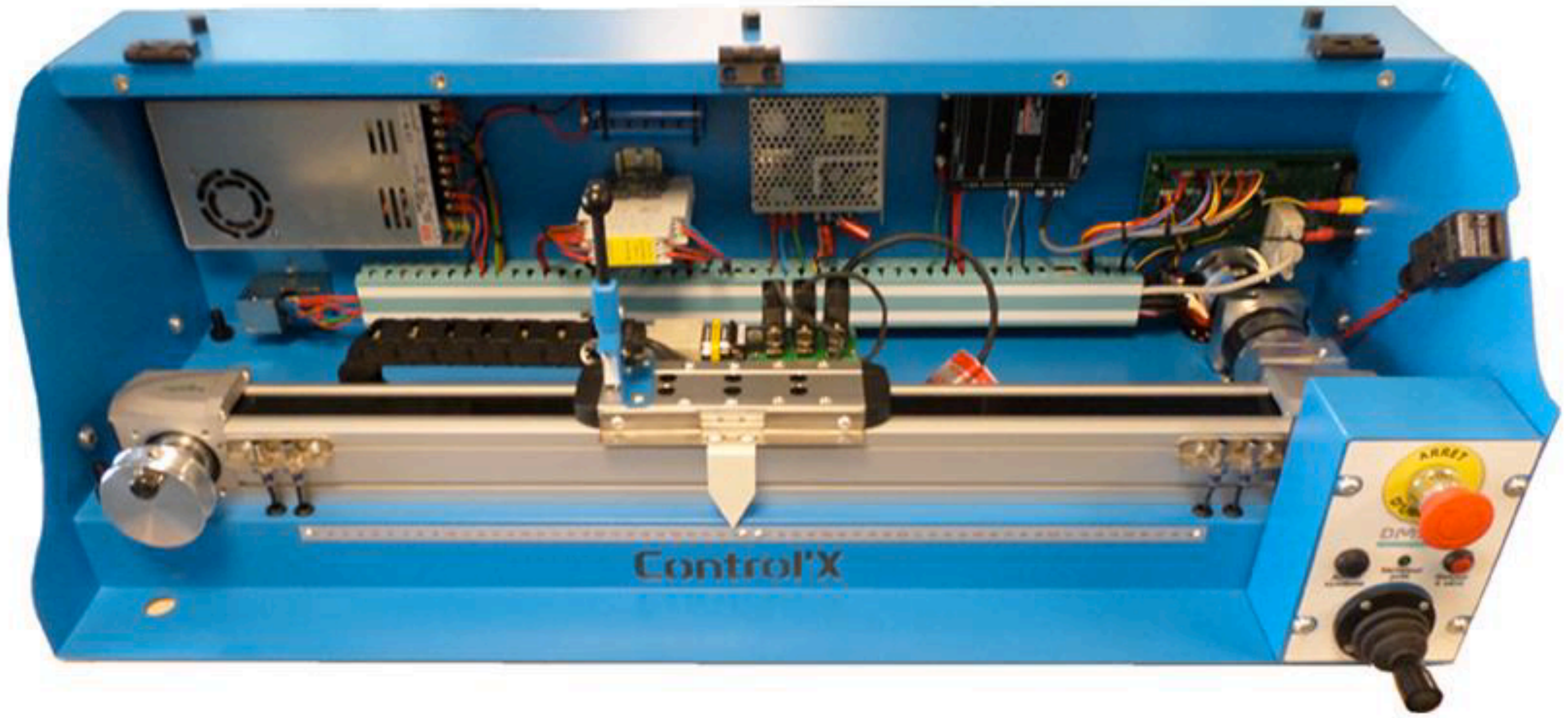
Chapitre 2 : application du TEC

1. Objectif
2. Enoncé du TEC pour un ensemble de solides
3. Puissance d’un effort extérieur
4. Exercice 1
5. Puissance d’un effort intérieur
6. Exercice 2
7. Démarche de résolution
8. Exercice 3
9. Formules à retenir

F. BLASCHECK

1. Objectif

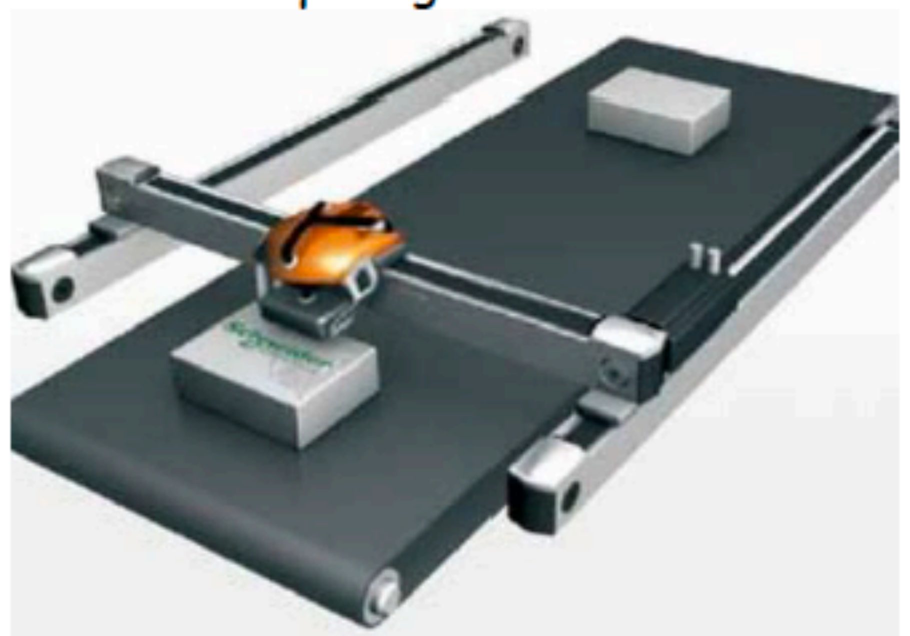
Nous considérons dans ce chapitre un **système complexe** pluri-technologique étudié dans sa **chaîne de puissance**.



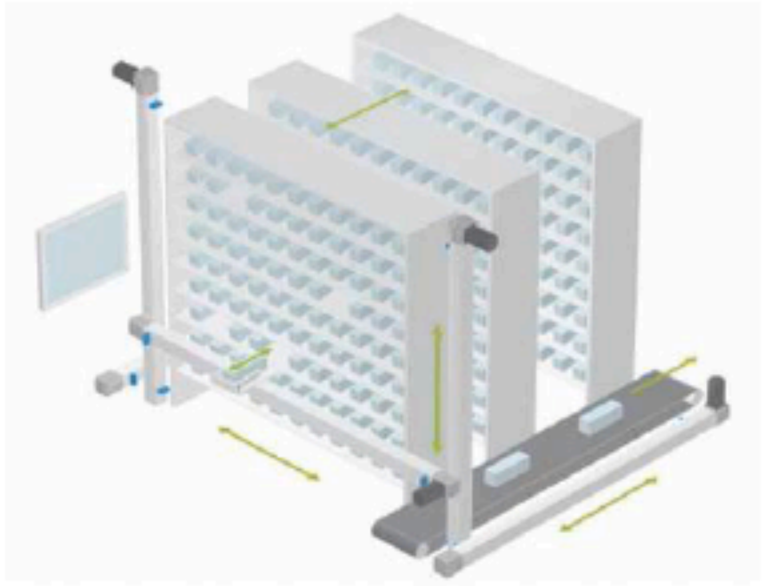
Manutention

Scie volante

Etiquetage à la volée



Pick and place



L'énergie mécanique est générée par l'actionneur puis est transmise jusqu'à la pièce à déplacer par l'**ensemble des transmetteurs**.

1. Objectifs

- déterminer l'effort de l'actionneur en phase d'accélération :
  - en fonction de l'inertie équivalente ;
  - en fonction de la charge ;
  - en fonction des dissipations par frottements.

Lycée Eiffel

F. BLASCHECK

2. Enoncé du TEC pour un ensemble de solides

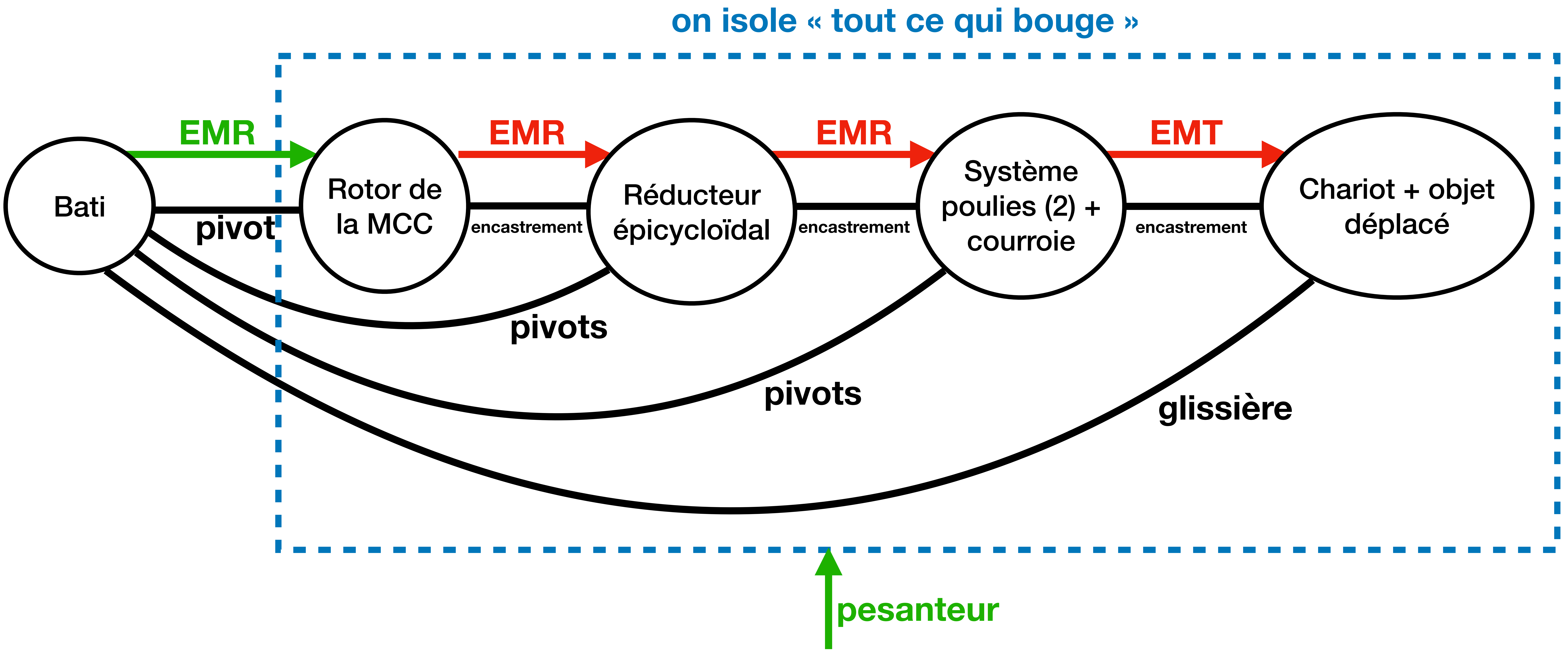
TEC : théorème de l'énergie cinétique

La dérivée par rapport au temps de l'énergie cinétique d'un ensemble de solides E en mouvement est égale à la somme des puissances développées par les efforts extérieurs et intérieurs au système.

$$\boxed{\frac{dT(E/R_0)}{dt} = P_{exterieure} + P_{interieure}}$$

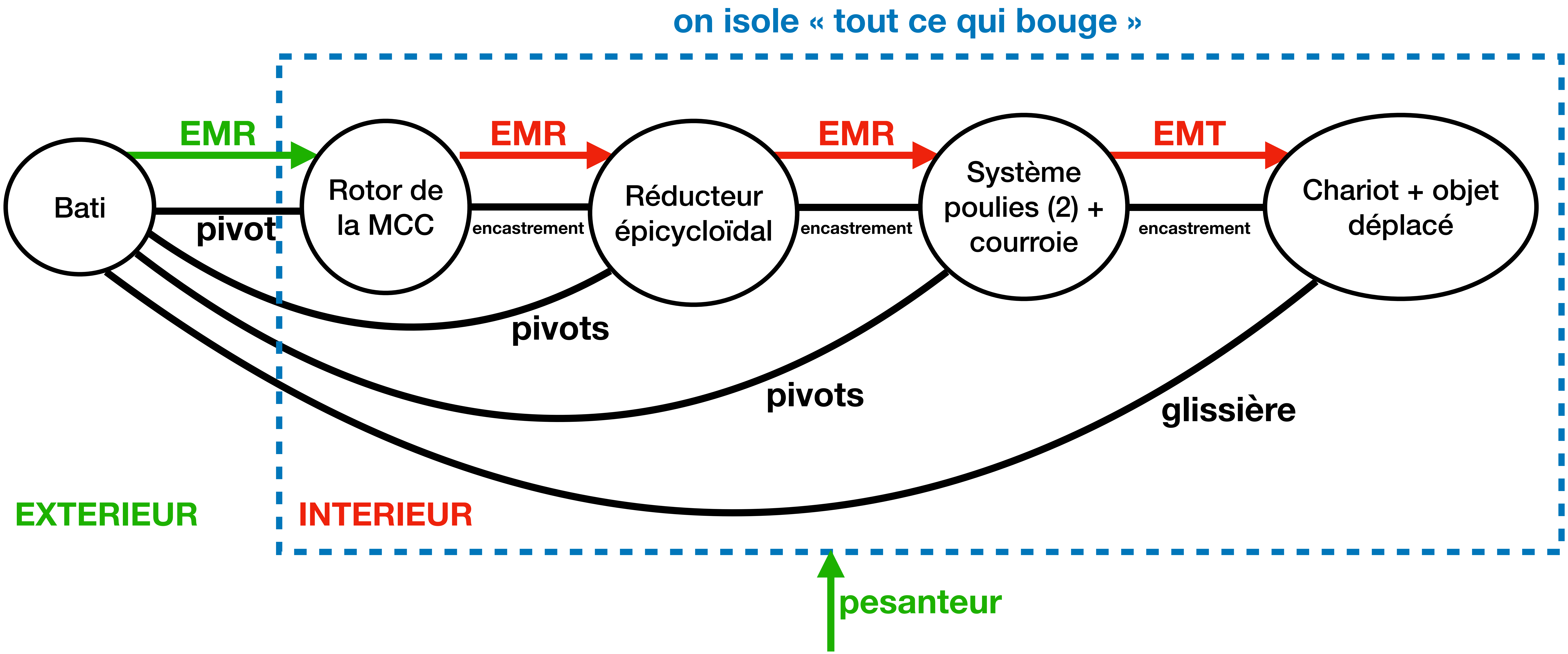
$T(E/R_0)$ **: énergie cinétique de tous des solides en mouvement par rapport au référentiel galiléen**

2. Enoncé du TEC pour un ensemble de solides



F. BLASCHECK

2. Enoncé du TEC pour un ensemble de solides



On distinguera les efforts intérieurs au système et les efforts extérieurs au système.

F. BLASCHECK

3. Puissance d'un effort extérieur

Le système de solides est comme son nom l'indique composé de plusieurs solides en liaison les uns aux autres.

En effectuant un BAME, **on identifie les efforts extérieurs au système.**

Un effort extérieur à E est modélisé par un torseur statique de la forme :

$$\left\{ T_{ext(E) \rightarrow S} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{R}(ext(E) \rightarrow S) \\ \overrightarrow{M}(A, ext(E) \rightarrow S) \end{matrix} \right\}_A$$

Un effort extérieur à E agit toujours sur un solide $S \in E$.

3. Puissance d'un effort extérieur

La puissance d'un effort extérieur se calcule en multipliant l'effort exercé par le mouvement associé. Or le mouvement d'un solide $S \in E$ par rapport au référentiel galiléen est défini par **le torseur cinématique de S/R_0 :**

$$\left\{ V_{S/R_0} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega}(S/R_0) \\ \overrightarrow{V}(A \in S/R_0) \end{array} \right\}_A$$

Un solide isolé est toujours en mouvement par rapport à R_0.

3. Puissance d'un effort extérieur

La puissance d'un effort extérieur se calcule en multipliant l'effort exercé par le mouvement associé :

$$\boxed{P_{exterieure} = \left\{ T_{ext(E) \to S} \right\}_A \circledast \left\{ V_{S/R_0} \right\}_A = \overrightarrow{R} \cdot \overrightarrow{V_A} + \overrightarrow{M_A} \cdot \overrightarrow{\Omega}}$$

Cas particulier glisseur :

$$\boxed{P_{exterieure} = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{V}}$$

Cas particulier couple :

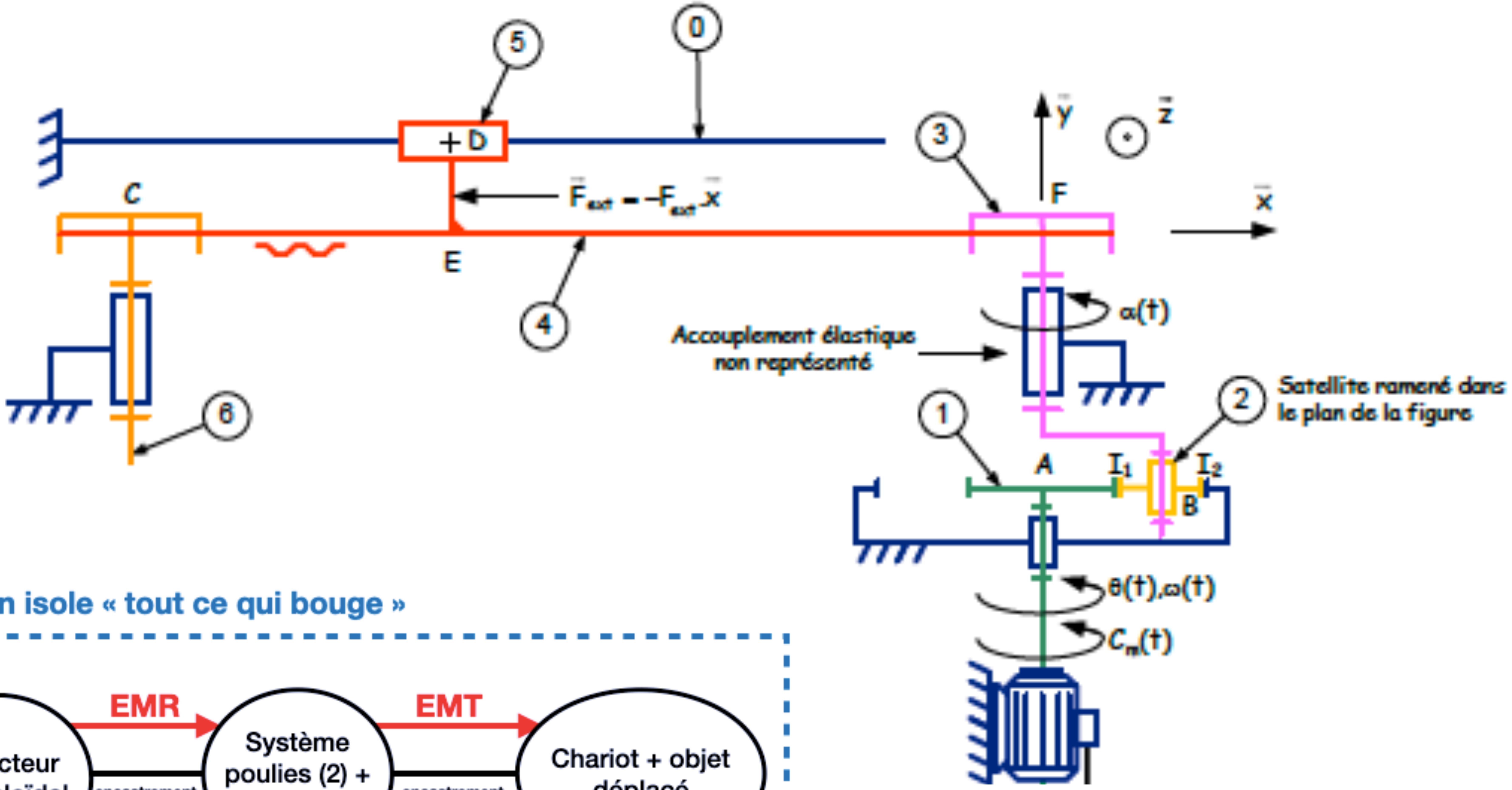
$$\boxed{P_{exterieure} = \overrightarrow{C} \cdot \overrightarrow{\Omega}}$$

4. Exercice 1

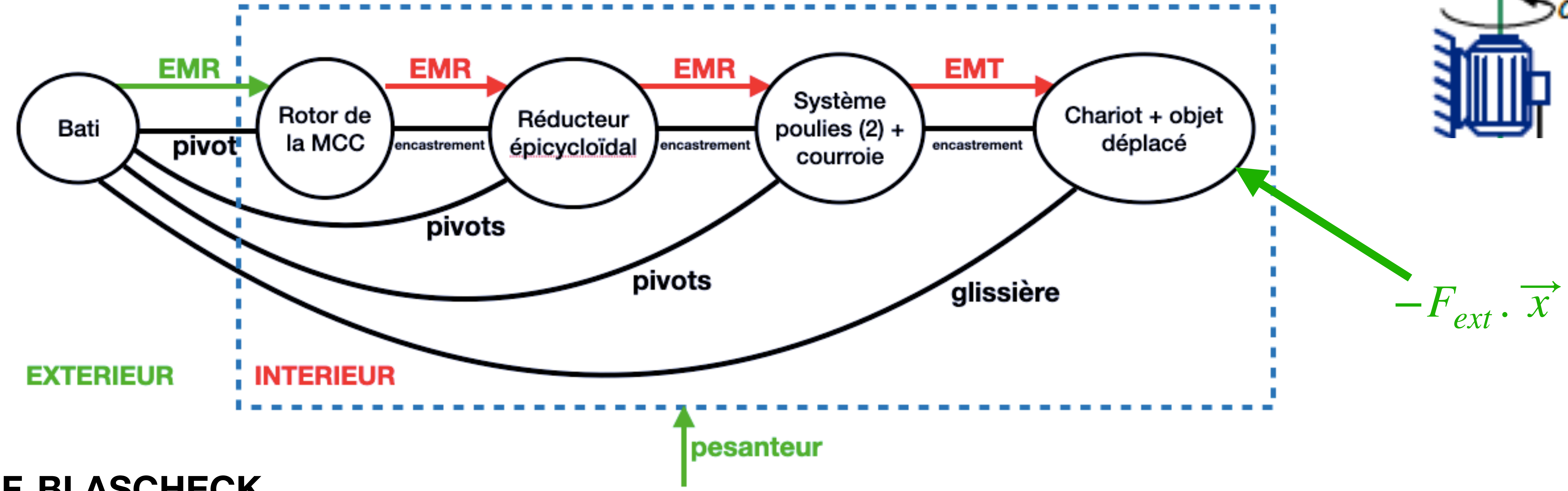
On suppose que les liaisons au bâti sont parfaites (sans jeu ni frottements).

1. Déterminer la puissance de tous les efforts extérieurs au système lorsque le control'x est horizontal.

2. Même travail lorsqu'il est vertical.



on isole « tout ce qui bouge »



F. BLASCHECK

4. Exercice 1

1. Déterminer la puissance de tous les efforts extérieurs au système lorsque le control'x est horizontal.

BAME	Torseur statique	Torseur cinématique	Puissance extérieure

4. Exercice 1

1. Déterminer la puissance de tous les efforts extérieurs au système lorsque le control'x est horizontal.

BAME	Torseur statique	Torseur cinématique	Puissance extérieure
Puissance extérieure totale			

4. Exercice 1

2. Déterminer la puissance de tous les efforts extérieurs au système lorsque le control'x est vertical.

BAME	Torseur statique	Torseur cinématique	Puissance extérieure
Puissance extérieure totale			

5. Puissance d'un effort intérieur

Les solides S_i constituant le système E interagissent entre eux via des liaisons ou des inter-efforts.

En effectuant un BAMI, **on identifie les efforts intérieurs au système.**

Un effort intérieur à E est modélisé par un torseur statique de la forme :

$$\left\{T_{S_i \rightarrow S_j}\right\} = \left\{\begin{matrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{matrix}\right\}_A = \left\{\begin{matrix} \overrightarrow{R}(S_i \rightarrow S_j) \\ \overrightarrow{M}(A, S_i \rightarrow S_j) \end{matrix}\right\}_A$$

Un effort intérieur à E est une inter-action entre 2 solides $S_i et S_j \in E$.

F. BLASCHECK

5. Puissance d'un effort intérieur

La puissance d'un effort intérieur se calcule en multipliant l'effort exercé par le mouvement associé. Or ici le mouvement considéré est celui du solide S_j **(sur lequel s'exerce l'effort)** par rapport au solide S_i **(qui exerce l'effort) :**

$$\left\{ V_{S_j/S_i} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega}(S_j/S_i) \\ \overrightarrow{V}(A \in S_j/S_i) \end{array} \right\}_A$$

On regarde le mouvement d'un solide par rapport à l'autre.

5. Puissance d'un effort intérieur

La puissance d'un effort intérieur se calcule en multipliant l'effort exercé par le mouvement associé :

$$\boxed{P_{interieure} = \left\{T_{S_i \rightarrow S_j}\right\}_A \circledast \left\{V_{S_j/S_i}\right\}_A = \overrightarrow{R} \, . \, \overrightarrow{V}_A + \overrightarrow{M}_A \, . \, \overrightarrow{\Omega}}$$

Cas particulier glisseur : $$\boxed{P_{exterieure} = \overrightarrow{F} \, . \, \overrightarrow{V}}$$

Cas particulier couple : $$\boxed{P_{exterieure} = \overrightarrow{C} \, . \, \overrightarrow{\Omega}}$$

6. Exercice 2

On suppose que le réducteur n'est pas parfait, il y a des frottements dans la pivot 3/2 modélisé par le torseur suivant :

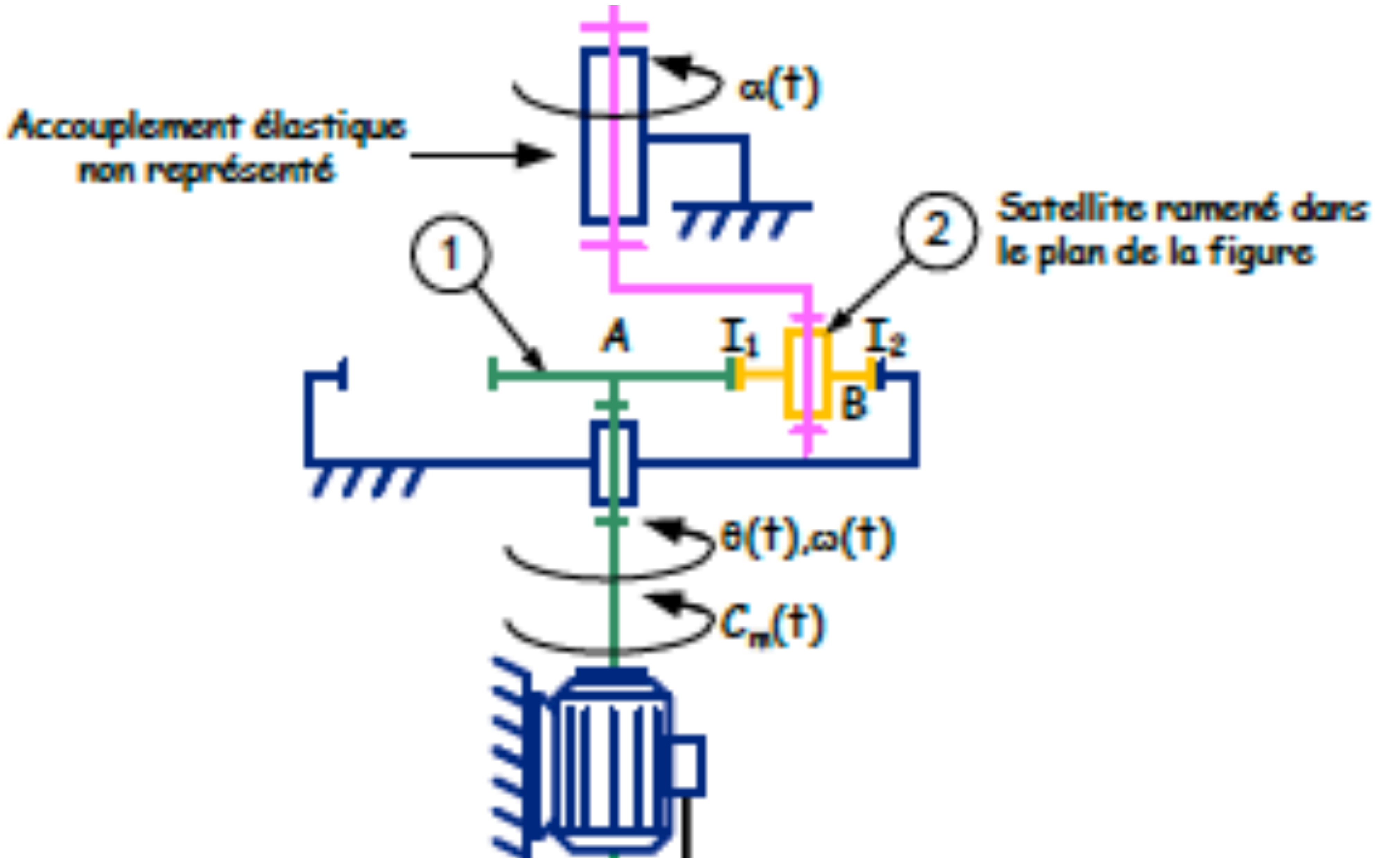
$$\{T_{3\to 2}\} = \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & C_f \\ Z & N \end{Bmatrix}_B \text{ avec } \{V_{2/3}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -\dfrac{Z_1}{Z_2}.\omega & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B$$

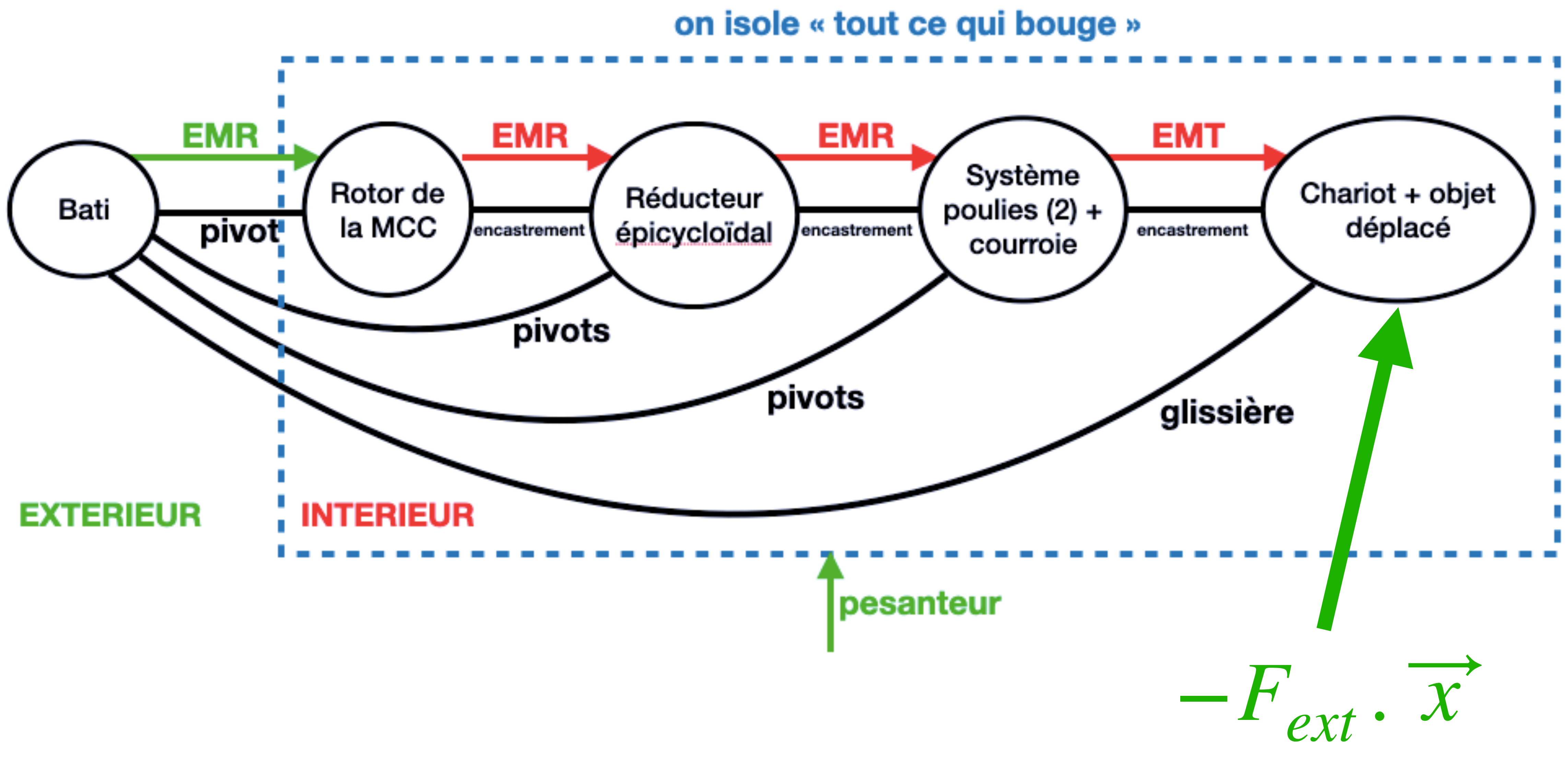
1. Déterminer la puissance de cet effort intérieur.

2. Déterminer la puissance intérieure totale.

3. Même travail en considérant cette fois ci les frottements proportionnels à la vitesse (frottements visqueux) :

$$\{T_{3\to 2}\} = \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & \mu.\omega \\ Z & N \end{Bmatrix}_B \text{ avec } \{V_{2/3}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -\dfrac{Z_1}{Z_2}.\omega & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B$$





6. Exercice 2

Frottements secs

BAMI	Torseur statique	Torseur cinématique	Puissance intérieure
Puissance intérieure totale			

6. Exercice 2

Frottements visqueux

BAMI	Torseur statique	Torseur cinématique	Puissance intérieure
Puissance intérieure totale			

7. Démarche de résolution

La démarche de résolution est la suivante :

- Isoler tous les solides en mouvement ;
- Calculer l'énergie cinétique totale ;

$$T(E/R_0) = \frac{1}{2} J_{eq} \, . \, \omega_{moteur}^2$$

- Faire le BAME et calculer $P_{exterieure}$;
- Faire le BAMI et calculer $P_{interieure}$;

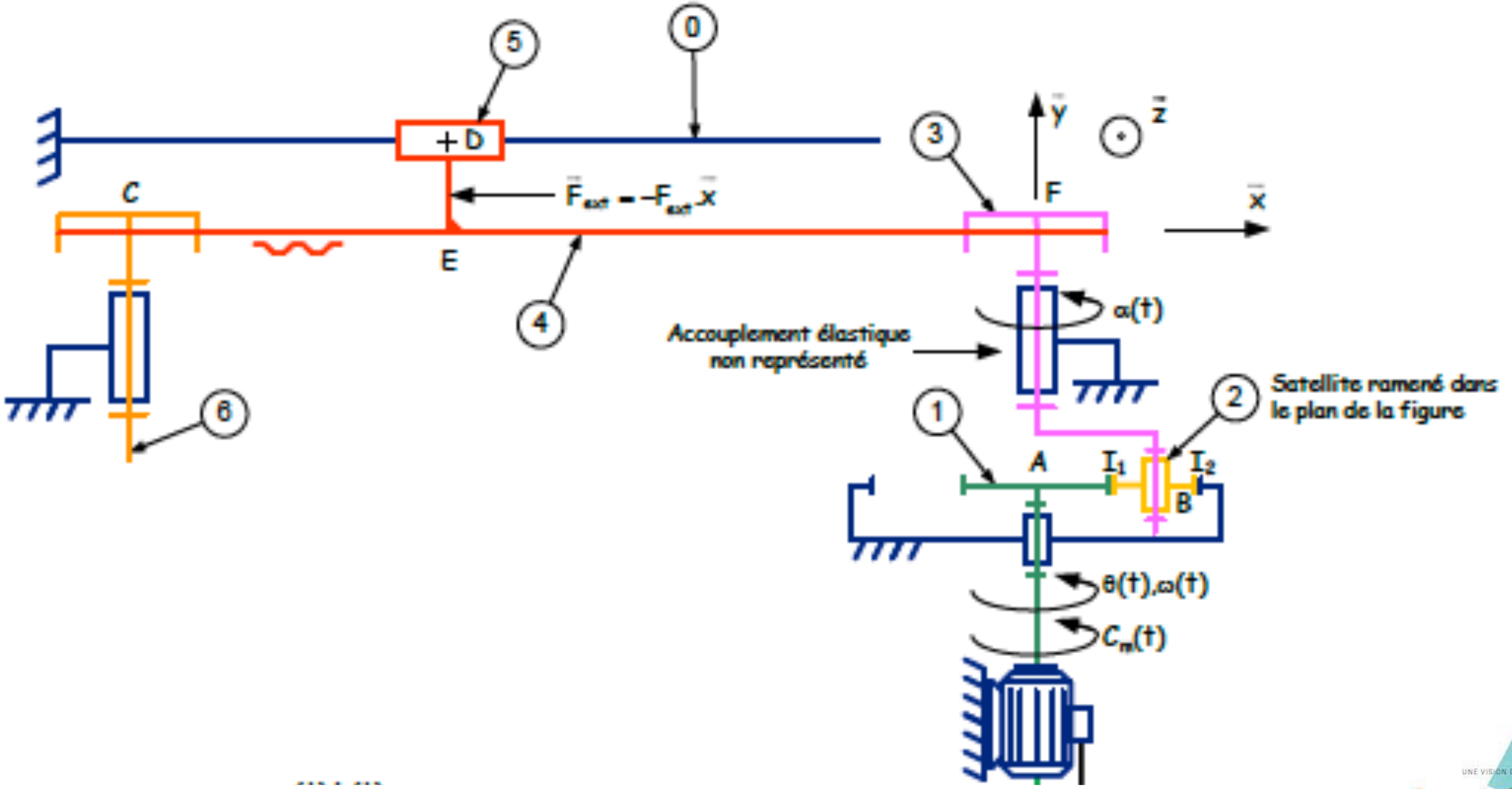
$$P = \overrightarrow{R} \, . \, \overrightarrow{V_A} + \overrightarrow{M_A} \, . \, \overrightarrow{\Omega}$$

- Appliquer le TEC ;
- Simplifier l'équation par la vitesse de l'actionneur ;
- Déterminer l'effort de l'actionneur.

$$\frac{dT(E/R_0)}{dt} = P_{ext} + P_{int}$$

7. Démarche de résolution

Dans un système complexe comme le CONTROL'X, **toutes les vitesses dépendent de la mobilité utile qui est le mouvement moteur.**

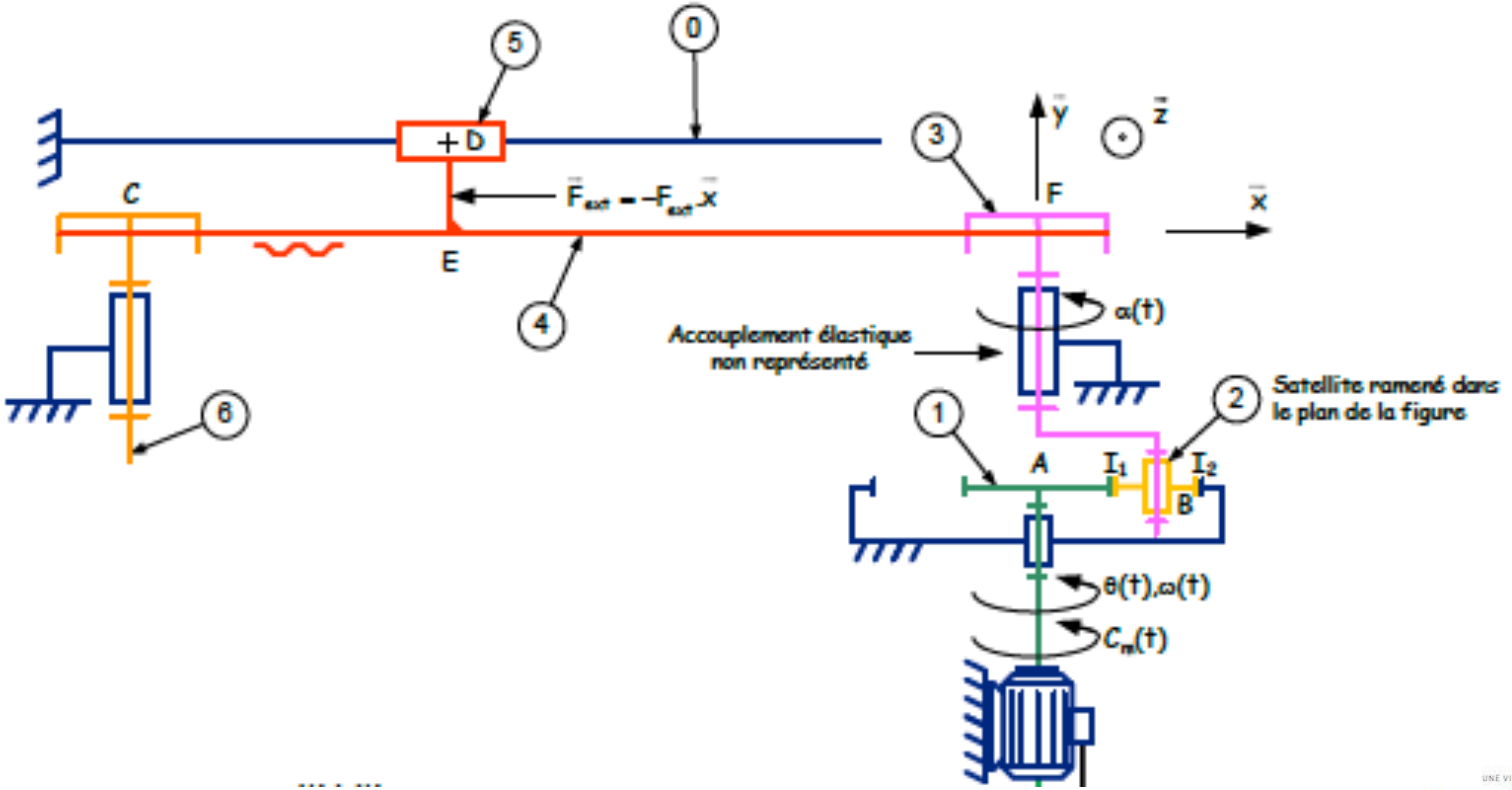


8. Exercice 3

1. Exprimer toutes les puissances en fonction de la vitesse du moteur ω (mouvement vertical et frottements visqueux).

2. Appliquer le TEC au système.

3. Déterminer le couple moteur nécessaire à l'accélération Γ de la charge sur le chariot.



F. BLASCHECK

8. Exercice 3

1. Exprimer toutes les puissances en fonction de la vitesse du moteur ω (mouvement vertical et frottements visqueux).

2. Appliquer le TEC au système.

F. BLASCHECK

8. Exercice 3

3. Déterminer le couple moteur nécessaire à l'accélération Γ de la charge sur le chariot.

9. Formules à retenir

$$\boxed{\frac{dT(E/R_0)}{dt} = P_{exterieure} + P_{interieure}}$$

$$\boxed{P_{exterieure} = \left\{T_{ext(E)\rightarrow S}\right\}_A \circledast \left\{V_{S/R_0}\right\}_A = \overrightarrow{R}\,.\,\overrightarrow{V}_A + \overrightarrow{M}_A\,.\,\overrightarrow{\Omega}}$$

$$\boxed{P_{interieure} = \left\{T_{S_i\rightarrow S_j}\right\}_A \circledast \left\{V_{S_j/S_i}\right\}_A = \overrightarrow{R}\,.\,\overrightarrow{V}_A + \overrightarrow{M}_A\,.\,\overrightarrow{\Omega}}$$

glisseur

$$P_{exterieure} = \overrightarrow{F}\,.\,\overrightarrow{V}$$

couple

$$P_{exterieure} = \overrightarrow{C}\,.\,\overrightarrow{\Omega}$$

La démarche de résolution est la suivante :

- Isoler tous les solides en mouvement ;
- Calculer l'énergie cinétique totale ;
- Faire le BAME et calculer $P_{exterieure}$;
- Faire le BAMI et calculer $P_{interieure}$;
- Appliquer le TEC ;
- Simplifier l'équation par la vitesse de l'actionneur ;
- Déterminer l'effort de l'actionneur.