Thème : LA VILLE

TIPE

LES CONSTRUCTIONS DURABLES

Siège Social de la Caisse d'Epargne (Dijon) tirée du COMITÉ NATIONAL POUR LE DÉVELOPPEMENT DU BOIS

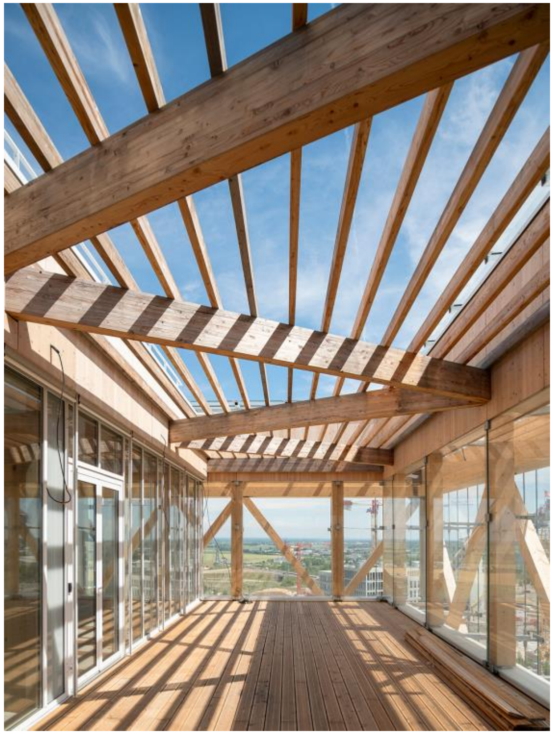
Achet Tanguy
Numéro de candidat : 15106

ENJEUX SOCIÉTAL

- Augmentation de la population de 207% en 73 ans
- Développement des villes
- Emissions de gaz à effets de serre (23 % en France)

Dubaï, photo tirée de Forbes

PRÉSENTATION DU BÂTIMENT



Photos tirées de in interiors

- 27 700 m2 principalement en bois
- 2 579 m3 de bois
- 22 mètres de haut et 70 mètres de long
- Bois d’origine local

PROBLÉMATIQUE

Afin de réduire l’impact environnemental du bâtiment, quels matériaux choisir pour construire les planchers ?

MISE EN SITUATION

Flexion et Compression

Norme des planchers
(NORME FRANÇAISE NF P 06-001) ⇨ 2500 N/m² pour une salle de classe (Annexe 1)

Objectifs : Déplacement maximal

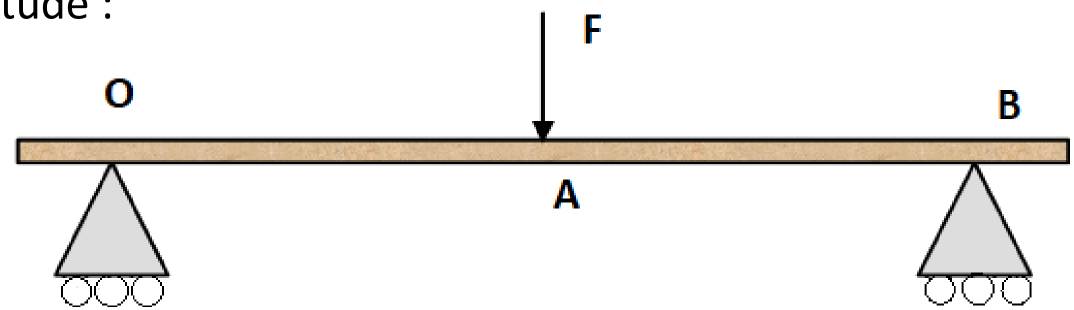
Matériau :

Le bois

SOMMAIRE

CAHIER DES CHARGES

Modélisation de l'étude :



NORME FRANÇAISE NF P 06-001 ⇨ Approximation à une force ponctuelle

Déplacement maximal autorisé = $\frac{L}{180} = 0,27\ mm$

DONNÉES

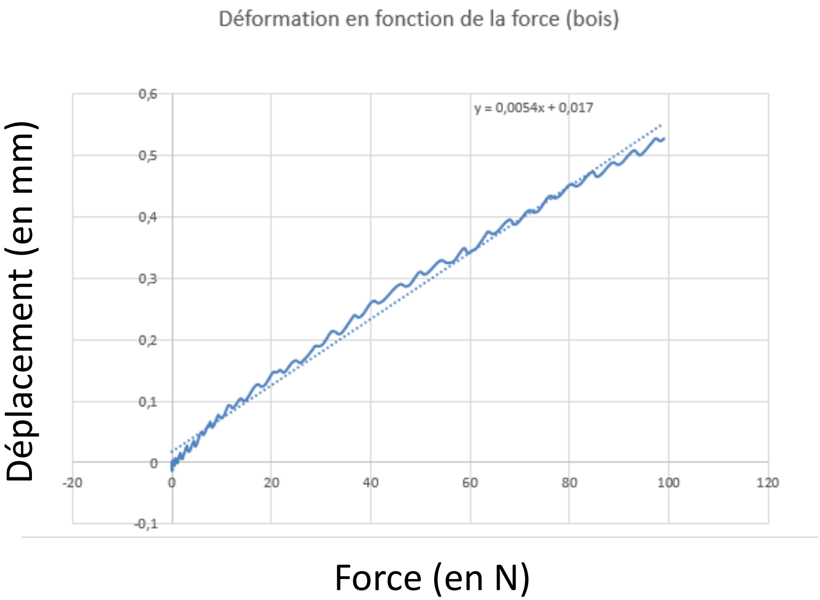
Le bois sera du sapin (C18)

Module d'Young	6 GPa
Densité moyenne	380 kg/m^3
Coefficient de poisson	0,33
Coefficient de cisaillement	2,25 GPa
Limite élastique	18 MPa

Données tirées de :
Eurocode
https://coefficient.galerie-creation.com/_s/coefficient-de-poisson-bois-sapin/1204054/
https://www.simulationmateriaux.com/ComportementMecanique/comportement_mecanique_Liste_limite_elastique.php

TEST EN FLEXION

Essai en flexion réalisé à l'ESTP
(École d'ingénieur spécialisée dans le bâtiment)



Régression linéaire de l'essai

TEST EN FLEXION

La régression linéaire nous donne l'équation suivante :

$$y = 0,0054 * F + 0,017$$

y est le déplacement en mm

F est la force exercée en N

Soit pour une force de 37,5N on obtient

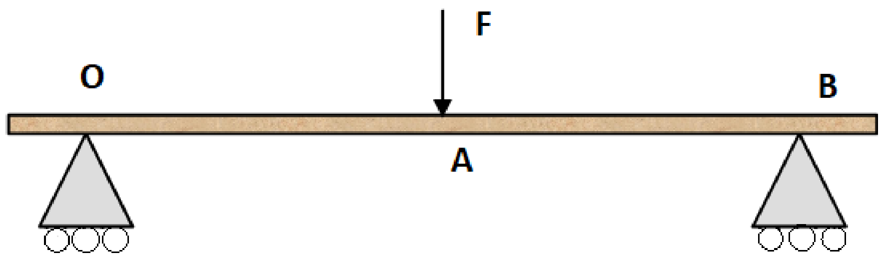
$$y_{max} = 0{,}2195 \text{ mm}$$

CALCUL EN FLEXION

L'étude calculatoire est faite afin de déterminer la contrainte maximum et le déplacement maximal.

Hypothèses : matériau isotrope et homogène

Calcul des inconnues des appuis simple : on réalise le bilan des actions mécaniques extérieures.

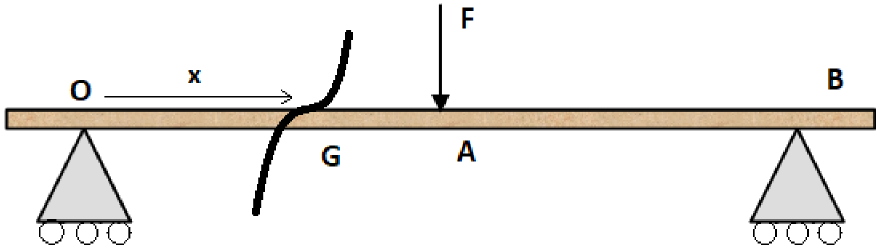


On obtient :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{F}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{(O)} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{F}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{(B)}$$

CALCUL EN FLEXION

On calcule le torseur de cohésion : (Annexe 2)



Par définition : $\{Tcoh\} = - \{\sum Eff ort\grave{a}gauche\}$ En G

On déplace en G tous les efforts à gauche

Tronçon OA :

$$\{Tcoh\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{F}{2} & 0 \\ 0 & \frac{F}{2} \times x \end{pmatrix}_{(G)}$$

Tronçon AB :

$$\{Tcoh\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{F}{2} & 0 \\ 0 & \frac{F}{2} \times (L - x) \end{pmatrix}_{(G)}$$

CALCUL EN FLEXION

Pour une étude en flexion, on a la formule :

Avec E le module d'Young et Igz le moment quadratique on a :

$E \times Igz \times y''(x) = \frac{F}{2} \times x$

On intègre et on détermine les constantes d'intégrations et on obtient : (Annexe 3)

$$y_{max} = -\frac{F \times L^3}{48 \times E \times Igz}$$

Soit : $\boxed{y_{max} = -2.4e - 4 \text{ m}}$

CALCUL FLEXION

La formule pour avoir la contrainte maximale est :

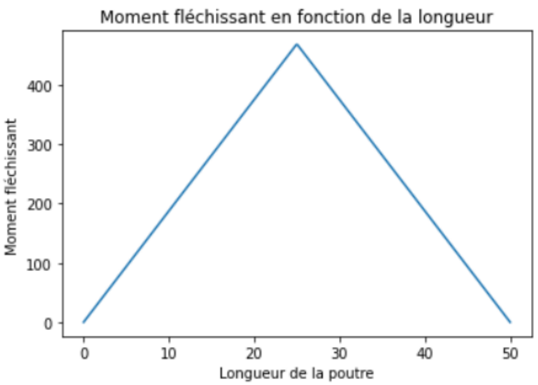
$$\sigma_{max} = \frac{Mfz_{max} \times h}{Igz}$$

avec Mfz_{max} le moment de flexion max, Igz le moment quadratique et h la hauteur de la poutre divisée par 2

Pour obtenir le moment de flexion maximum on utilise un code python :

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

def Mfz (F,L): # F en N et L en m
    T = np.linspace (0,L,500)
    Y=[]
    for k in range (len(T)) :
        if (T[k] <= L/2) :
            Y.append((F/2)*T[k])
        else :
            Y.append ((F/2)*(L-T[k]))
    plt.plot(T, Y)
    plt.xlabel('Longueur de la poutre')
    plt.ylabel('Moment fléchissant ')
    plt.title('Moment fléchissant en fonction de la longueur')
    return plt.show() , max(Y)
```

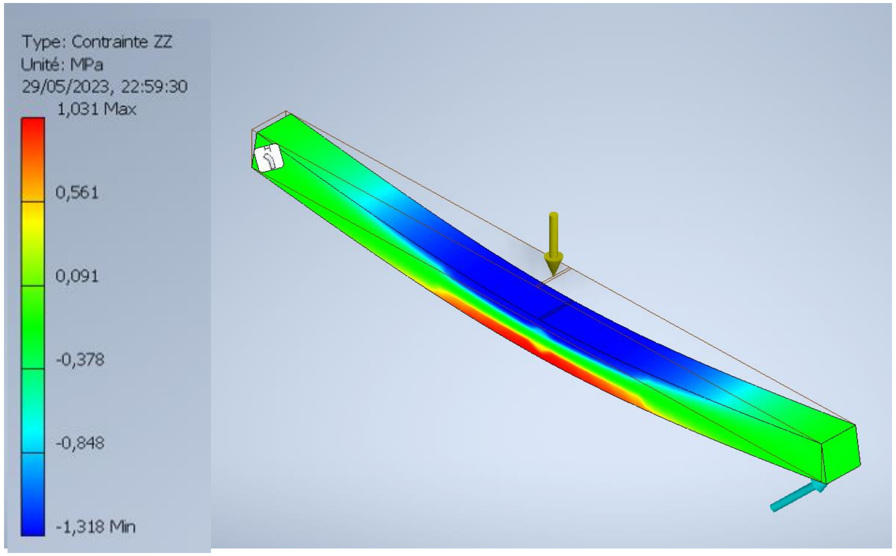


De ceci on obtient $\sigma_{max} =$ 1.04 MPa

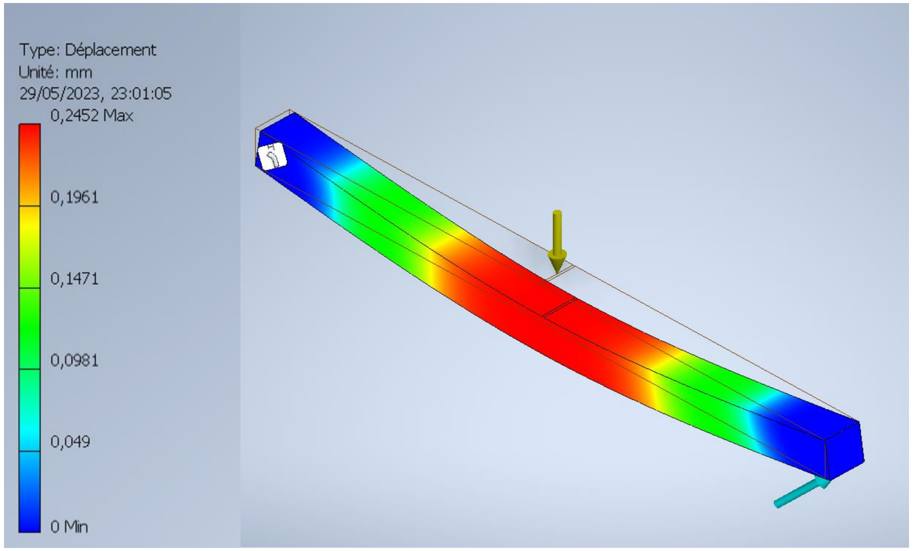
SIMULATION FLEXION

1ère méthode: Pour une force de 37,5N qui correspond à la norme d'une salle de classe

<u>Sur Inventor :</u>



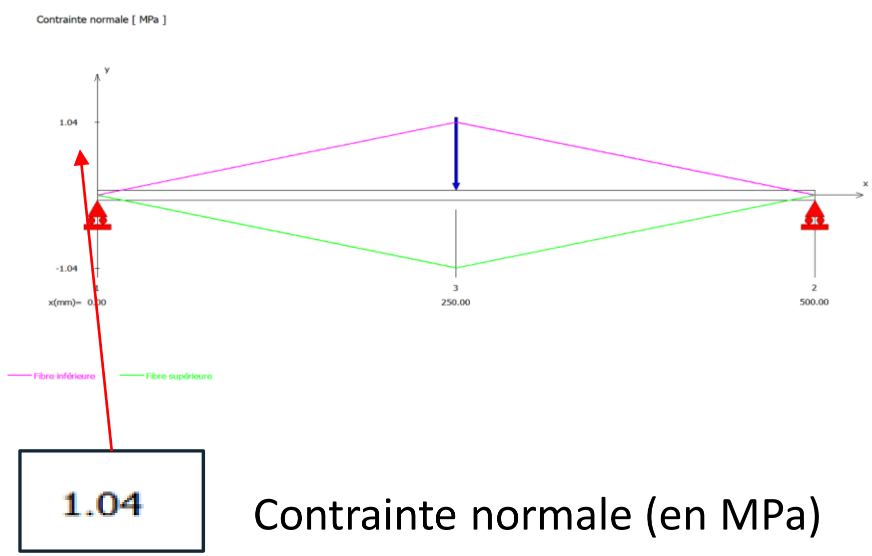
Contrainte normale



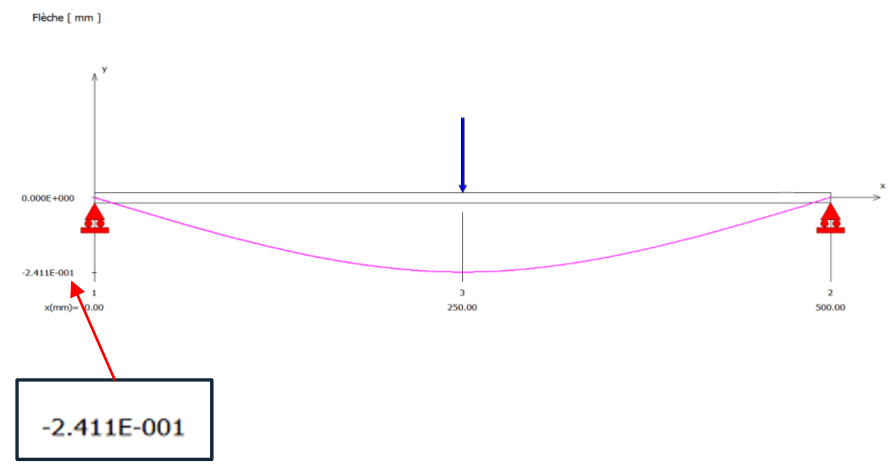
Déplacement

SIMULATION FLEXION

Sur RDM Le Man (appui ponctuelle) :



Contrainte normale (en MPa)



Déplacement (en mm)

COMPARAISON RÉSULTATS

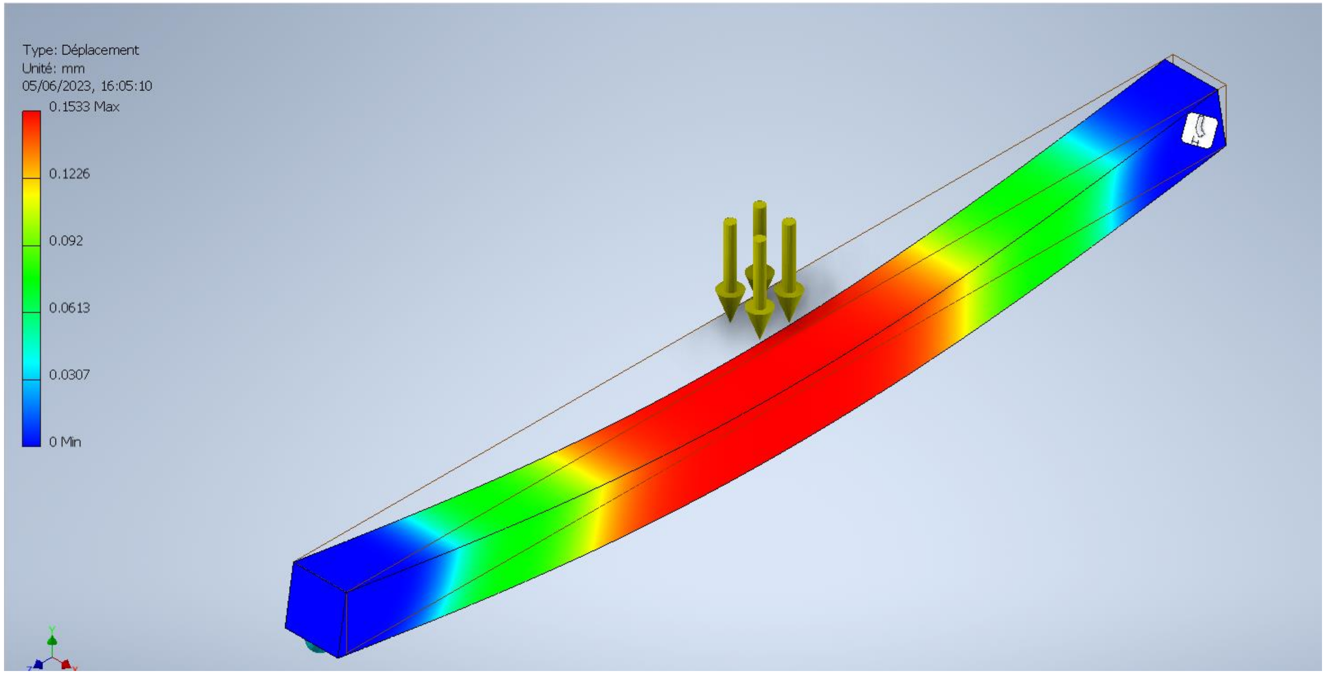
	Essai réel	Calcul	Simulé (Inventor)	Simulé (RDM Le Mans)
Déplacement (mm)	0,2195	0,24	0,245	0,24
Contrainte (en Mpa)	/	1,04	1,032	1,04

Déplacement maximal pas dépassé (0,27 mm)

Hypothèses validées

VALIDATION DU MODÈLE

Modèle validé en force ponctuelle on peut donc appliquer la norme :



En mettant une pression le déplacement maximal est toujours vérifié

DONNÉES

Le bois utilisé sera du Châtaigner

Module d'Young	11 GPa
Densité moyenne	640 kg/m^3
Coefficient de poisson	0,35
Coefficient de cisaillement	4 GPa
Limite élastique	4,5 MPa

Données tirées de :
Eurocode
Mechanical properties of chestnut wood (Castanea sativa Mill.) par Josef Vičan

CALCUL COMPRESSION

Lors de cette étude la contrainte sera fixée avec :

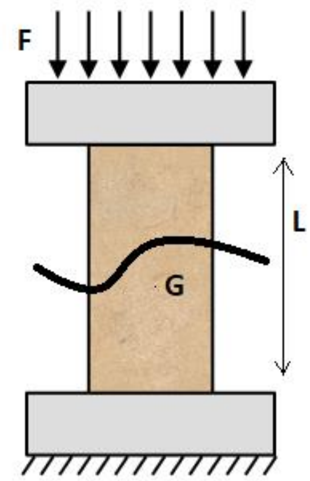
$\sigma = 2500\ Pa$ (NORME FRANÇAISE NF P 06-001)

La formule pour le déplacement en compression est :

$$y = \frac{\sigma \times L}{E}$$

Soit :

$$y = 5e - 8\ m$$



TEST EN COMPRESSION

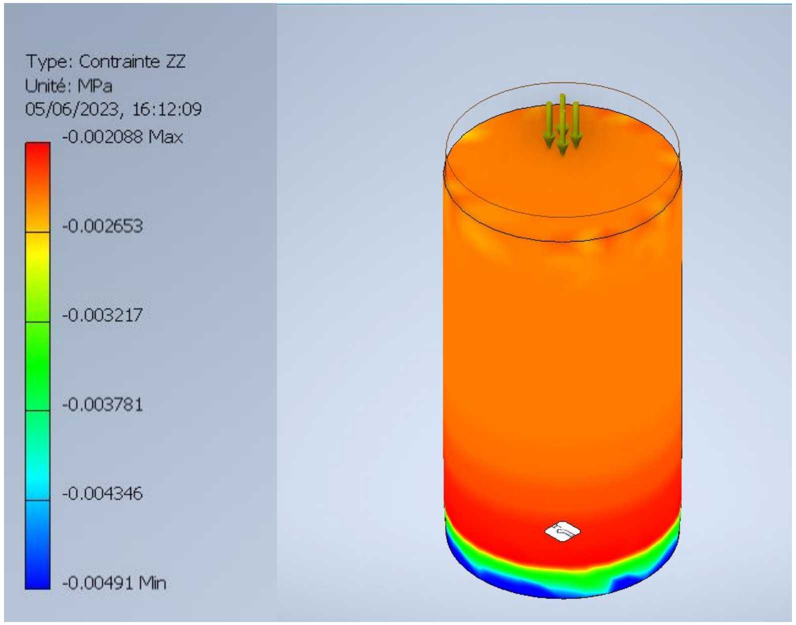
Test à Dijon Béton

Test sur le Bed 100

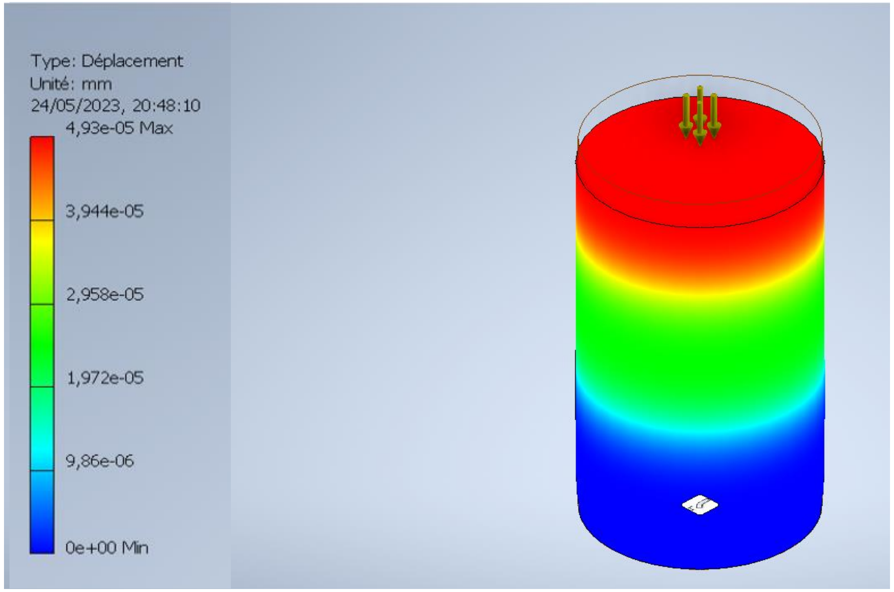
Dijon Béton : Aucune données sauf limite élastique
Bed 100 : La machine ne fournit pas assez d'effort

SIMULATION COMPRESSION

Avec Inventor :



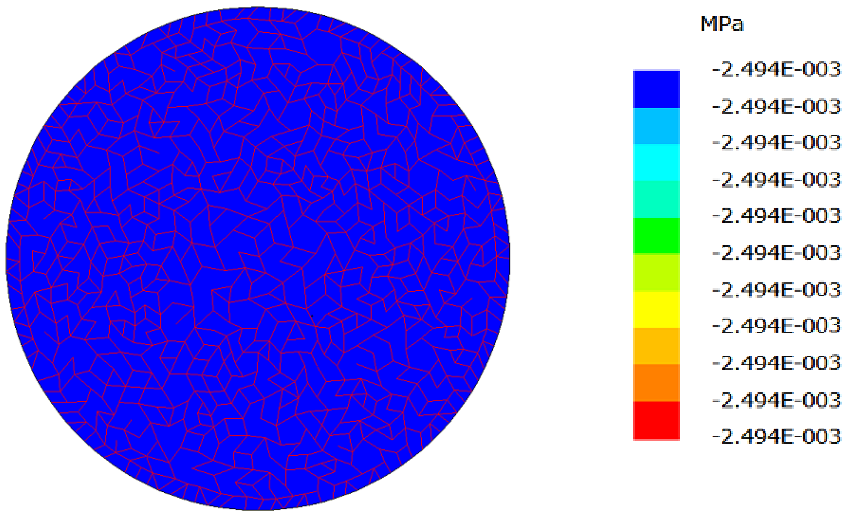
Contrainte normale

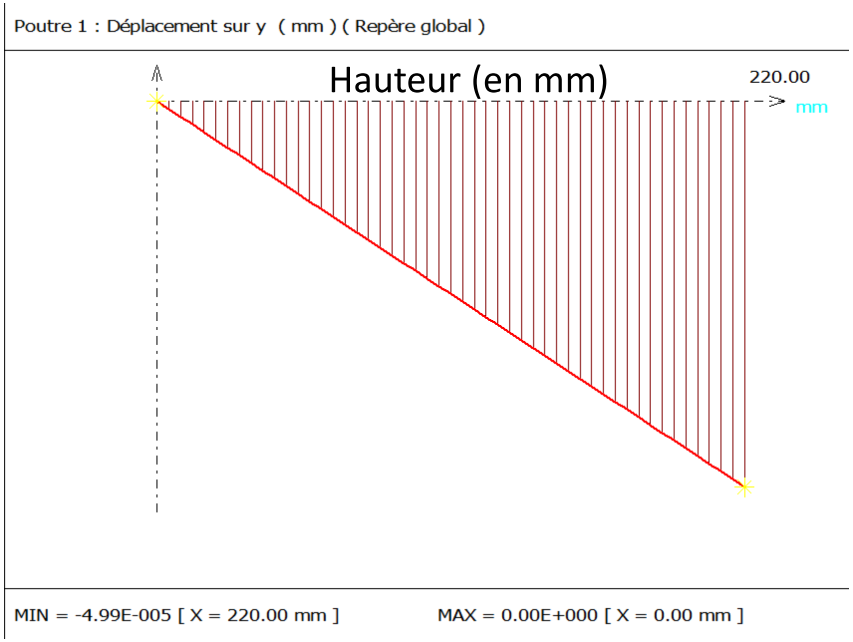


Déplacement

SIMULATION COMPRESSION

Avec RDM Le Mans :





Contrainte normale

Déplacement

COMPARAISON DES RÉSULTATS

	Essai réel	Calcul	Simulé (Inventor)	Simulé (RDM Le Mans)
Déplacement (mm)	/	5e-5	4,93e-5	4,99e-5
Limite élastique (en MPa)	4,5	/	/	/

ÉTUDE ENVIRONNEMENTALE

1 m³ de bois → 800 kg de CO_2 stockés sur un cycle de vie (1)

Un chalet de 112m² ≈ 11,2 m³ → 8960 kg de CO_2 ≈ 4,5 A/R Paris-New York

Siège social de la Caisse d'Epargne → 2 000 t de CO_2 ≈ 1000 A/R Paris-New York

- 12 fois plus isolant que le béton (1)
- Peu énergivore à la construction
- Matériau renouvelable

Source :
(1) Bois.com
(2) carlabelling.ademe.fr

CONCLUSION

Annexe 1

Norme Française NF P 06-001

Bâtiments scolaires et universitaires	Valeur en daN/m²
Dépôts de cuisines collectives	600
Salles avec assistance debout : circulations, escaliers, surfaces de regroupement, d'abri, de détente, polyvalente	400
Cuisines collectives	500
Salles de réunions, salles polyvalentes avec sièges, bibliothèques, dépôts, lingerie	400
Amphithéâtres, salles de classes remodelables et locaux équivalents, cantines, réfectoires	350
Salles de classes, salles à manger de petites dimensions, laboratoires, ateliers, dortoirs, sanitaires, locaux médicaux	250

Annexe 2

<u>Sur le tronçon OA :</u>

On définit le torseur de cohésion comme : $\{Tcoh\} = - \{\sum Effort à gauche\}$ En G

Il faut donc déplacer le torseur de O en G soit : avec $\vec{OG} = x \times \vec{x}$

$$\vec{M}(G) = \vec{M}(O) + \vec{GO} \wedge \frac{F}{2} \times \vec{y}$$

soit $\vec{M}(G) = -\frac{F}{2} \times x \times \vec{z}$

Soit le torseur suivant : $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{F}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{F}{2} \times x \end{pmatrix}_{(G)}$

On en déduit donc que : $\boxed{\{Tcoh\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{F}{2} & 0 \\ 0 & \frac{F}{2} \times x \end{pmatrix}_{(G)}}$

Sur le tronçon OA :

Avec E le module d'Young et Igz le moment quadratique on a :

$E \times Igz \times y''(x) = \frac{F}{2} \times x$

$\Leftrightarrow E \times Igz \times y'(x) = \frac{F}{4} \times x^2 + c_1$

$\Leftrightarrow E \times Igz \times y(x) = \frac{F}{12} \times x^3 + c_1 \times x + c_2$

Avec c_1 et c_2 des constantes d'intégration à déterminer

Sur le tronçon AB :

$E \times Igz \times y''(x) = \frac{F}{2} \times (L - x)$

$\Leftrightarrow E \times Igz \times y'(x) = -\frac{F}{4} \times (L - x)^2 + c_3$

$\Leftrightarrow E \times Igz \times y(x) = \frac{F}{12} \times (L - x)^3 + c_3 \times x + c_4$

Avec c_3 et c_4 des constantes d'intégration à déterminer

Aux appuis il n'y a pas de déplacement ainsi :

$$y(0)=0 \text{ et } y(L)=0$$

Les conditions de continuité se traduisent par :

$$y_{max}(\tfrac{L}{2}) = y_{max}(\tfrac{L}{2}) \text{ et } y'_{max}(\tfrac{L}{2}) = y'_{max}(\tfrac{L}{2})$$

Ainsi avec ces conditions on peut déterminer les constantes d'intégrations. On déduit donc :

y(0)=0
$\Leftrightarrow c_2 = 0$ (1)

Annexe 3

y(L)=0
$\Leftrightarrow c_3 \times L + c_4 = 0$ (2)

$c_1 \times (\frac{L}{2}) = c_3 \times (\frac{L}{2}) + c_4$ (3)

et $c_1 = -\frac{F \times L^2}{8} + c_3$ (4)

De (2) et (3) on obtient $c_1 = -c_3$

et (4) permet donc d'avoir $c_1 = -\frac{F \times L^2}{16}; c_3 = \frac{F \times L^2}{8}$ et (2) donne $c_4 = -\frac{F \times L^3}{16}; c_2 = 0$ de (1)

Déterminer ces constantes d'intégrations nous permet de trouver le déplacement maximum. On cherche tout d'abord où se situe ce déplacement maximum pour cela on résout :

$$y'(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{F}{4} \times x^2 - \frac{F \times L^2}{16} = 0$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{L}{2}$$

Ainsi le déplacement maximum se trouve en $x = \frac{L}{2}$ soit :

$$y_{max} = y(\frac{L}{2})$$
$$\Leftrightarrow y_{max} = -\frac{F \times L^3}{48 \times E \times Igz}$$

Ainsi l'expression du déplacement maximal est : $\boxed{y_{max} = -\frac{F \times L^3}{48 \times E \times Igz}}$

Annexe 3 (Suite)