IDENTIFICATION DES SYSTEMES LINEAIRES

Contenu

1 IDENTIFICATION A UN SYSTEME LINEAIRE DU PREMIER ORDRE PASSE BAS

1.1 Modèle du système linéaire PB du 1er ordre

e(t) → *Système linéaire du 1er ordre* → *s(t)*

- *Equation différentielle :* $s(t) + \tau.\dfrac{ds}{dt} = T_0.e(t)$
- *Transmittance fréquentielle ou isochrone :*

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{S}(j\omega)}{\underline{E}(j\omega)} = \frac{T_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_C}} \quad \text{avec} \quad \omega_C = \frac{1}{\tau}$$

- *Transmittance dans le domaine de Laplace ou isomorphe :* $T(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)} = \dfrac{T_0}{1+\tau.p}$

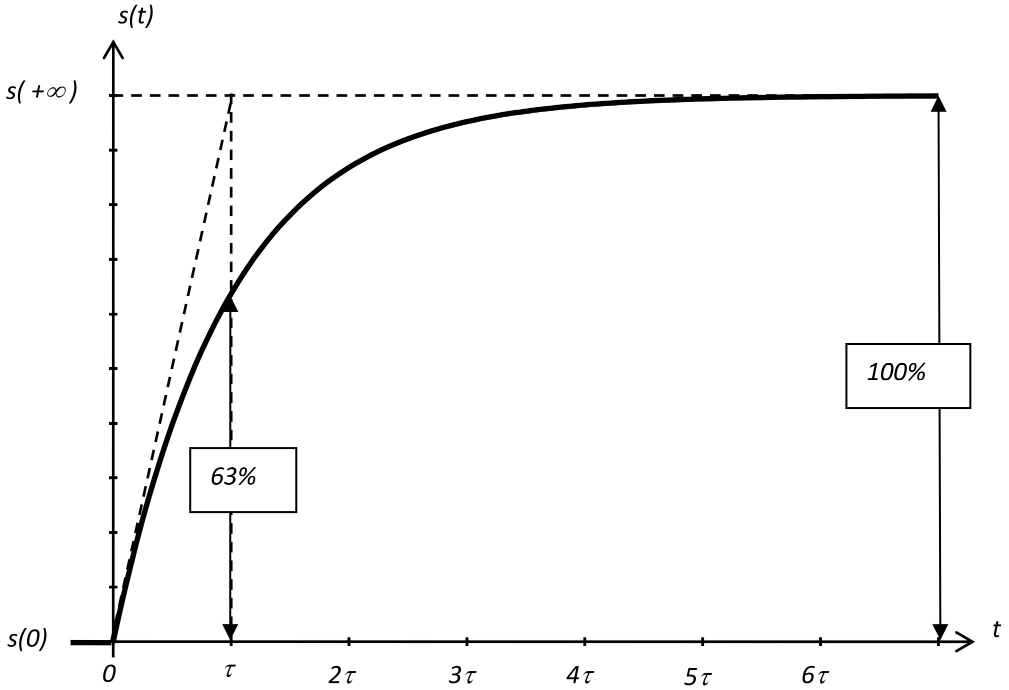
Avec T_0 la transmittance statique et τ la constante de temps du système du 1er ordre, ou ω_C la pulsation de coupure à -3 dB.

1.1.1 Réponse indicielle du système linéaire du type passe-bas du premier ordre :

Grandeur de sollicitation du système :

- *échelon de hauteur E (par rapport à son état de repos), appliqué à l'instant initial t = 0.*

Allure de la réponse du système :



Au bout du temps τ, la variation de la sortie est de 63% de sa variation totale

Evolution de la réponse indicielle en fonction du temps :

temps	τ	2τ	3τ	4τ	5τ
$\dfrac{s(t)-s(0)}{s(+\infty)-s(0)}$	0,632	0,865	0,95	0,982	0,993

Caractéristiques principales de la réponse indicielle :

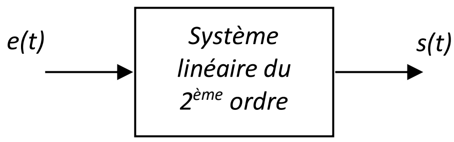
- *Réponse croissante sans dépassement de la valeur finale.*
- *Tangente à l'origine de coefficient directeur non nul.*

1.1.2 Méthode d'identification :

- *Détermination de la transmittance statique :* $$T_0 = \frac{s(+\infty)-s(0)}{E}$$
- *Détermination de la constante de temps :*
  - *Abscisse du point d'intersection entre la tangente à l'origine de la réponse et l'asymptote de la réponse lorsque t $\to +\infty$.*
  - *Au bout du temps □□, la variation de la sortie est de 63% de sa variation totale*

2 IDENTIFICATION A UN SYSTEME LINEAIRE DU SECOND ORDRE PASSE BAS

2.1 Réponse indicielle PB du 2nd ordre



- *Equation différentielle :* $$s(t) + \frac{2m}{\omega_0}\frac{ds}{dt} + \frac{1}{\omega_0^{\,2}}\frac{d^2s}{dt^2} = T_0.e(t)$$

- *Transmittance fréquentielle ou isochrone :* $$\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{S}(j\omega)}{\underline{E}(j\omega)} = \frac{T_0}{1 + 2.m.j\dfrac{\omega}{\omega_0} - \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

- *Transmittance dans le domaine de Laplace ou isomorphe :* $$T(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{T_0}{1 + \dfrac{2.m}{\omega_0}.p + \left(\dfrac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

avec ***T_0*** *la* ***transmittance statique*** *et* ***m*** *le* ***coefficient d'amortissement****, et* ***ω_0*** *la* ***pulsation propre*** *du système du 2eme ordre.*
Système stable si m > 0.

2.2 Réponse indicielle PB du 2nd ordre sur amorti (réponse apériodique)

Dans le cas du système du second ordre sur amorti ($m \geq 1$), la transmittance de Laplace ou isomorphe peut s'écrire :

$$T(p) = \frac{T_0}{(1+\tau.p).(1+\alpha.\tau.p)}$$

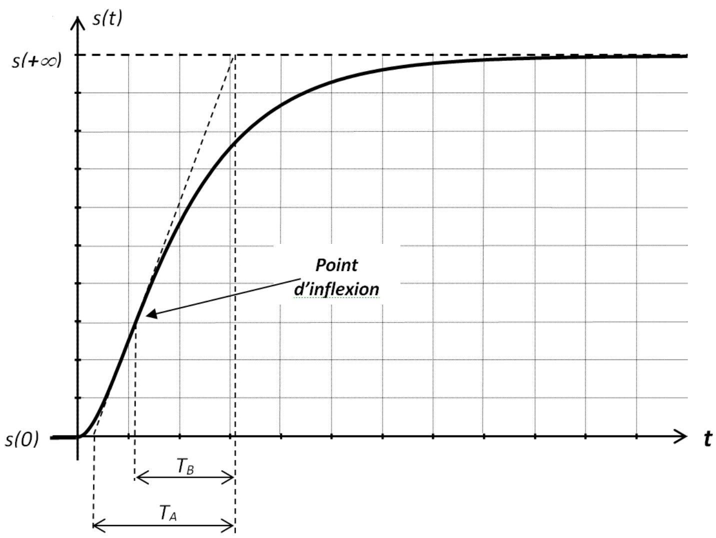
L'identification est faîte par rapport à cette formulation.

Grandeur de sollicitation du système : échelon de hauteur E (par rapport à son état de repos), appliqué à l'instant initial t = 0.

2.2.1 Allure de la réponse du système :

Caractéristiques principales de la réponse indicielle :

- *Tangente à l'origine de coefficient directeur nul.*
- *Réponse croissante sans dépassement de la valeur finale pour le système du 2eme ordre sur amorti ($m \geq 1$).*

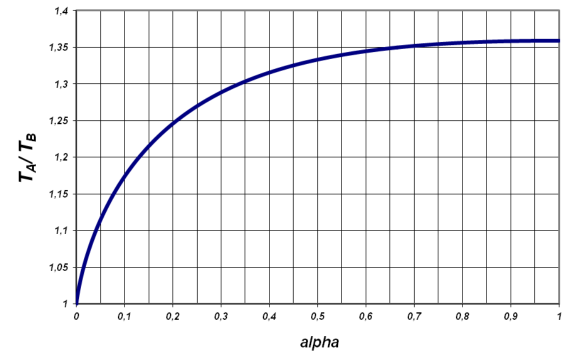


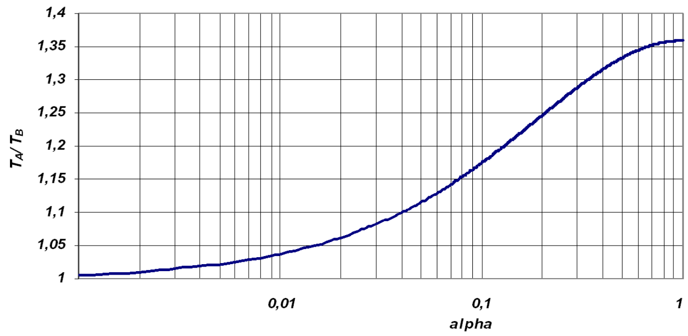
2.2.2 Méthode d'identification

- *Détermination de la transmittance statique :* $$T_0 = \frac{s(+\infty) - s(0)}{E}$$
- *Détermination du facteur α :*

La tangente au point d'inflexion de la courbe, permet de déterminer les temps T_A et T_B comme cela est indiqué ci-dessus.
Le rapport T_A / T_B permet d'obtenir le facteur α en utilisant l'une des 2 abaques ci-dessous :

Abaque d'identification du 2nd ordre sans dépassement | Abaque d'identification du 2nd ordre sans dépassement





- *Détermination de la constante de temps τ :*

La mesure du temps T_B et la détermination du facteur α, permet d'obtenir la constante de temps τ par la relation :

$$\tau = \frac{T_B}{1+\alpha}.$$

On retrouve alors le coefficient d'amortissement m par la relation : $m = \dfrac{1+\alpha}{2\sqrt{\alpha}}$

et la pulsation propre ω_0 par la relation : $\omega_0 = \dfrac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}$

2.3 Réponse indicielle PB du 2nd ordre sous-amorti

Grandeur de sollicitation du système :

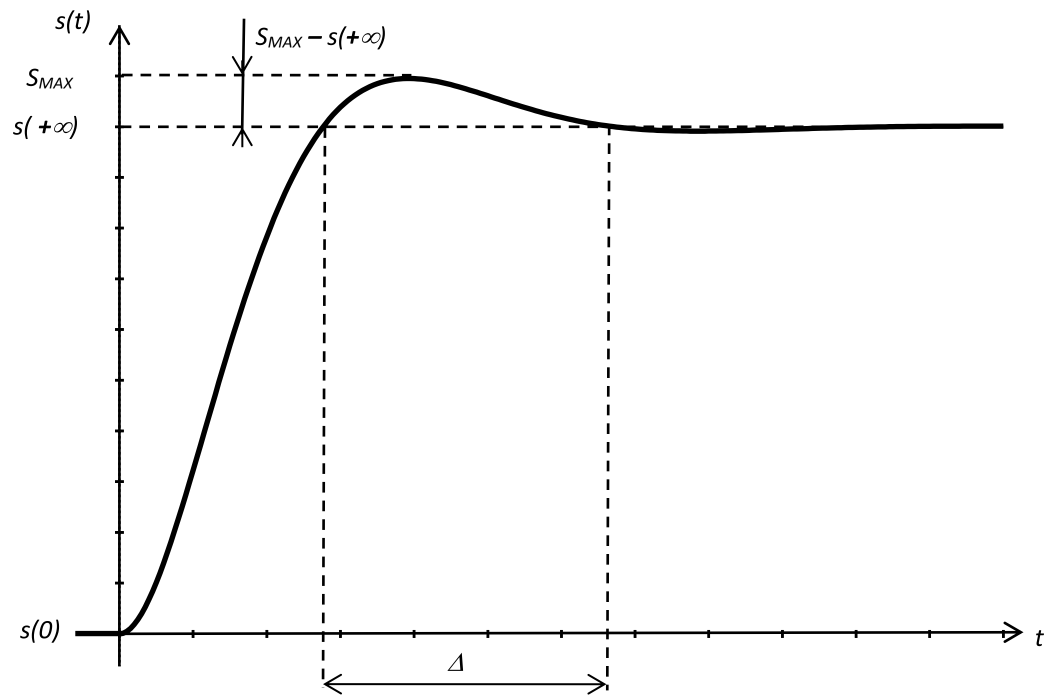
- *échelon de hauteur E (par rapport à son état de repos), appliqué à l'instant initial t = 0.*

Allure de la réponse du système :

Caractéristiques principales de la réponse indicielle :

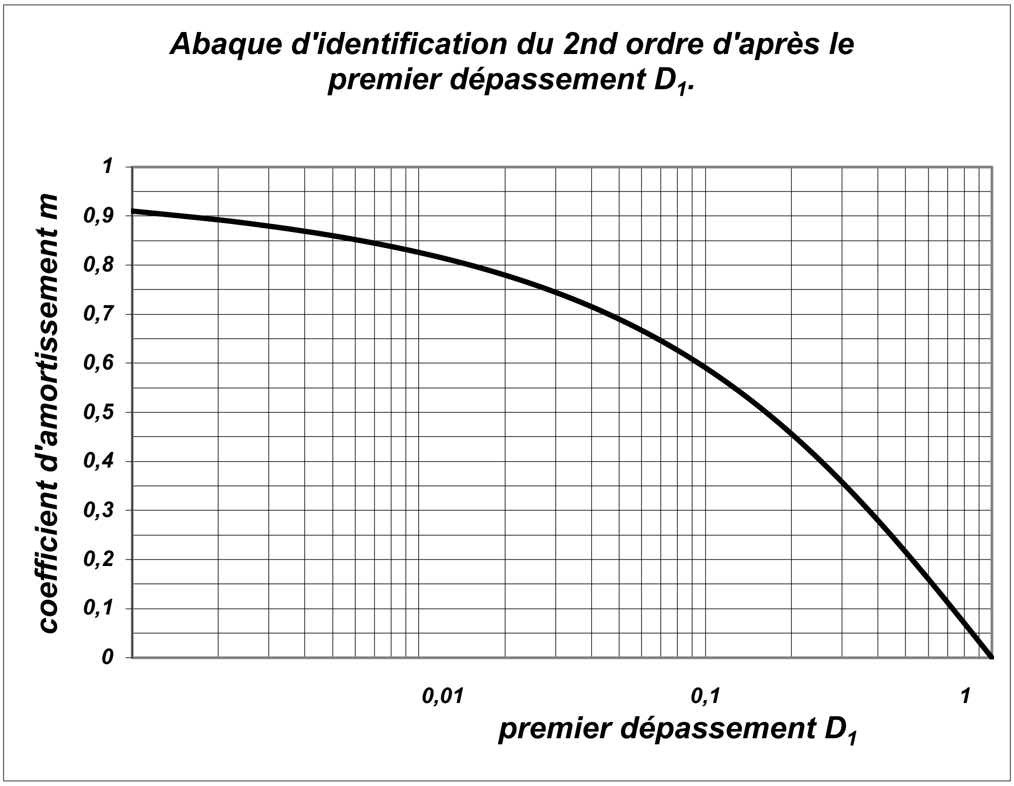
- *Tangente à l'origine de coefficient directeur nul.*
- *Réponse croissante avec dépassement de la valeur finale pour le système du 2^{eme} ordre sous amorti (m < 1) : réponse oscillatoire amortie.*

2.3.1 *Méthode d'identification à l'aide du 1er dépassement :*

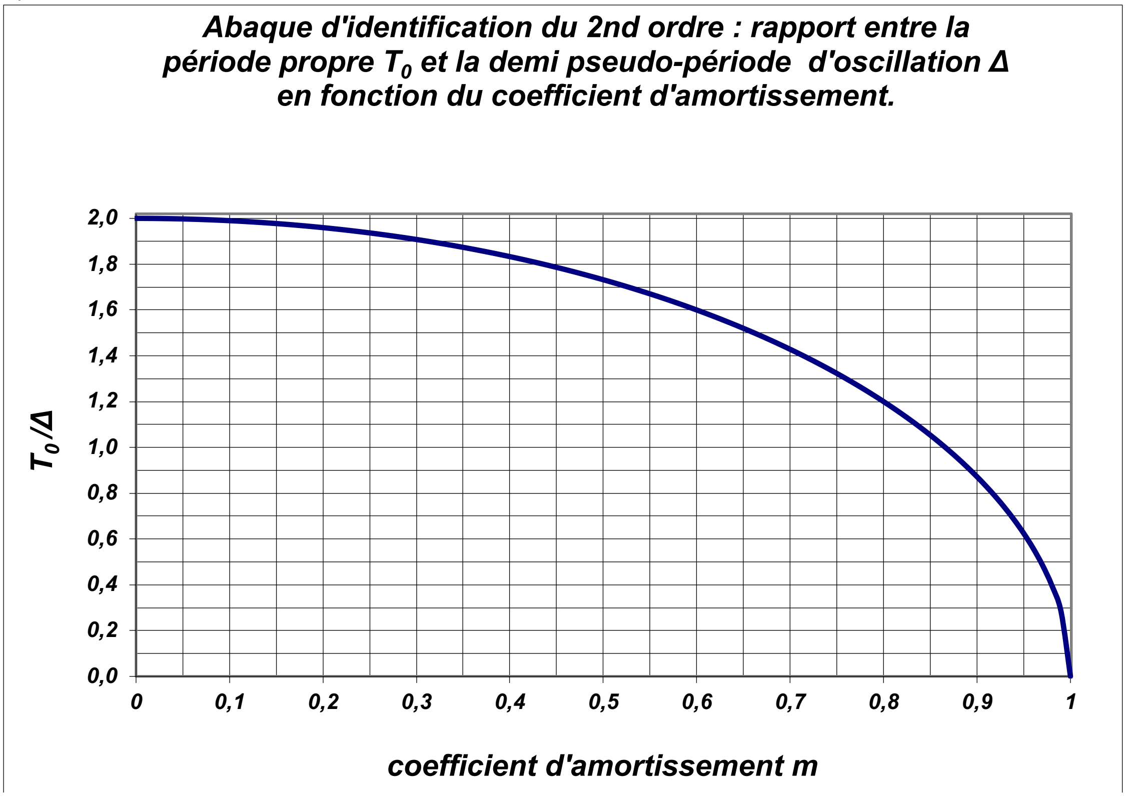


- *Détermination de la transmittance statique :* $$T_0 = \frac{s(+\infty) - s(0)}{E}$$
- *Détermination du coefficient d'amortissement m à partir de la valeur du premier dépassement* $D_1 = \dfrac{S_{MAX} - s(+\infty)}{s(+\infty) - s(0)}$

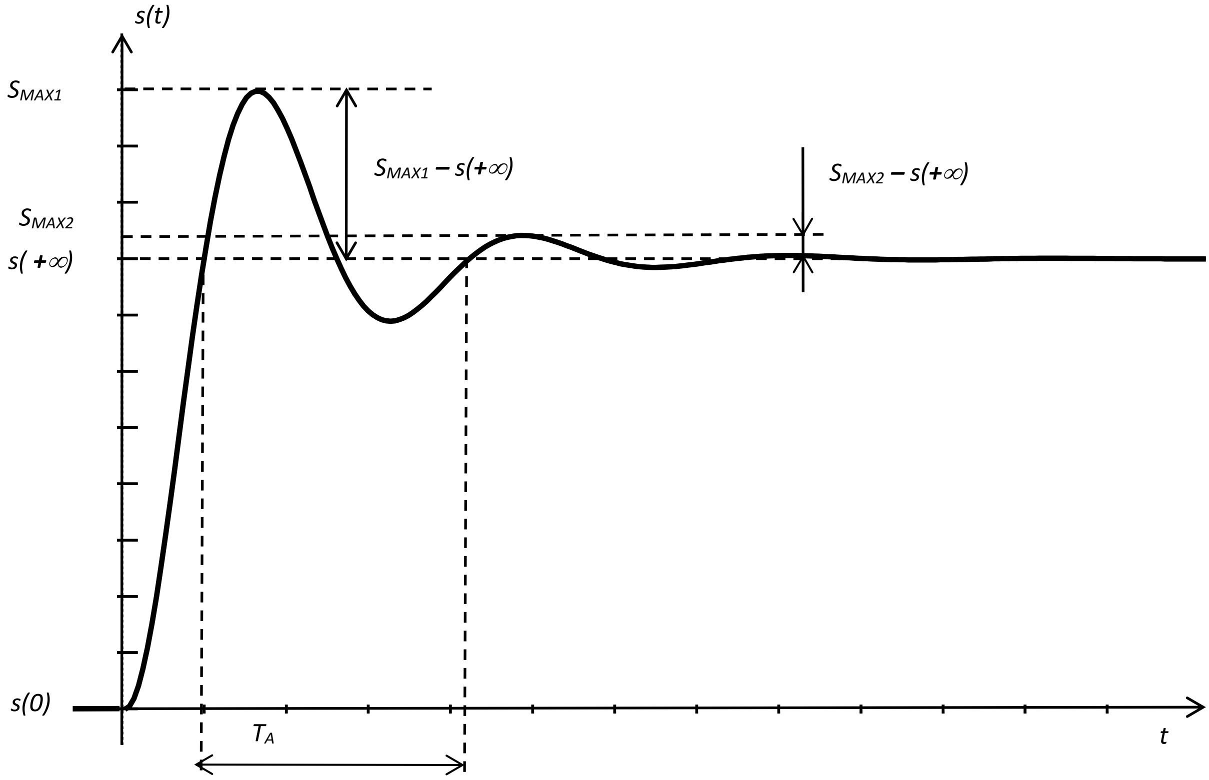
  en utilisant l'abaque ci-dessous :



- *Détermination de la pulsation propre ω_0 à partir de la valeur de la demi-pseudopériode Δ d'oscillation en utilisant l'abaque ci-dessous :*



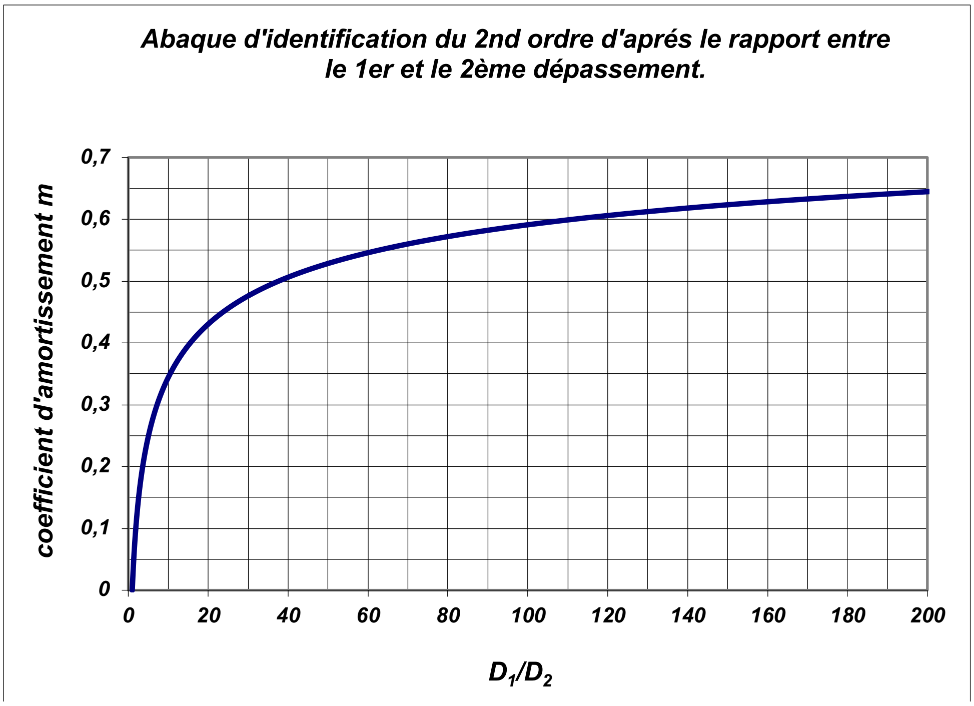
2.3.2 Méthode d'identification à l'aide des 2 premiers dépassements :

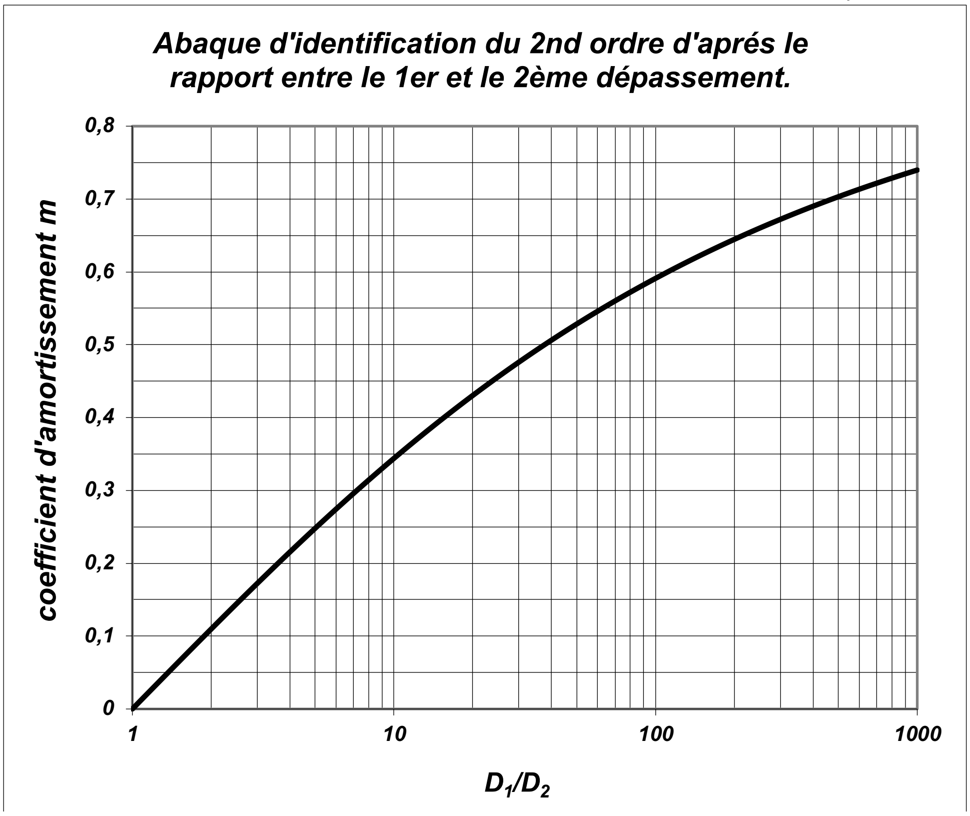


- *Détermination de la transmittance statique :* $$T_0 = \frac{s(+\infty) - s(0)}{E}$$

- *Détermination du coefficient d'amortissement m à partir des valeurs du premier dépassement* $D_1 = \dfrac{S_{MAX1} - s(+\infty)}{s(+\infty) - s(0)}$

et du second dépassement $D_2 = \dfrac{S_{MAX2} - s(+\infty)}{s(+\infty) - s(0)}$ *en utilisant l'une des abaques ci-dessous :*





- *Détermination de la pulsation propre ω_0 à partir de la valeur de la pseudo période T_A d'oscillation et en utilisant l'abaque ci-dessous :*